ДОПОВІДІ
НАЦІОНАЛЬНОЇ
АКАДЕМІЇ НАУК
УКРАЇНИ

6 • 2008

ТЕПЛОФІЗИКА

УДК 536.24

Академик НАН Украины **Ю. М. Мацевитый, А. П. Слесаренко, Н. А. Сафонов**

Идентификация изменения температуры пламени при воздействии его на строительные конструкции

An inverse heat conduction problem on determining the influence of the flame temperature on building constructions during a conflagration has been solved according the thermophysical experimental data on the base of the combined use of the straight lines method, method of iterations, structure and variation methods. Results of solving the nonlinear transient radiant heat transfer problems are obtained for each instant in the form of functional series in basis functions, coefficients of which are determined by means of the spline method as time functions of the flame temperature. Variations of the time-dependent flame temperature and the temperature fields in rectangular building columns have been determined.

Экстремальные тепловые воздействия на элементы строительной конструкции приводят к ухудшению ее эксплуатационных характеристик, а часто — и к полному ее разрушению. Повреждения в строительной конструкции происходят вследствие тепловых расширений и максимальных термонапряжений в ней, которые в основном зависят от пространственно-временного температурного поля объекта. Для диагностики и прогнозирования радиационного теплообмена при возникновении пожара необходимо оперативно определять изменение температуры пламени при его воздействии на основные несущие элементы строительных конструкций.

Идентификация температуры пламени, изменяющегося во времени, и моделирование температурных полей в элементах строительных конструкций позволят определить тепловые расширения в элементах и максимальные термонапряжения в них.

Одними из основных несущих элементов строительных конструкций являются колонны. Размещение термодатчиков в строительных колоннах, позволяющих дистанционно получать информацию о динамике температуры в отдельных внутренних точках колонн на небольшом расстоянии от их поверхностей во время пожара, позволит путем решения серии обратных задач радиационного теплообмена оперативно определять как динамику развития температуры пламени, так и наиболее напряженные элементы конструкций. Это дает возможность разработать новые подходы к гашению пламени путем интерактивного управления тушением пожара на основе гашения его в первую очередь в наиболее опасных местах конструкции.

С момента воспламенения пламя достаточно сильно водействует на строительную колонну. При этом предположение о равномерности температуры пламени не привносит существенной погрешности в используемую математическую модель, которая описывает процесс возгорания колонны.

Идентификация температуры среды в зависимости от времени при воздействии пламени на строительную колонну прямоугольного сечения приводит к решению нелинейной нестационарной обратной задачи теплопроводности [1, 2]

$$\frac{\partial T(x, y, \mathrm{Fo})}{\partial \mathrm{Fo}} = \nabla^2 T(x, y, \mathrm{Fo}) \quad \text{в} \quad \Omega, \tag{1}$$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial n}\right|_{\Gamma_1} = 0, \tag{2}$$

$$-\left.\frac{\partial T}{\partial n}\right|_{\Gamma_2} = [\mathrm{Bi}(T - T_{\text{пл}}) + \mathrm{Sk}(T^4 - T^4_{\text{пл}})]\big|_{\Gamma_2}, \tag{3}$$

$$T(x, y, 0) = T_0(x, y), \tag{4}$$

$$T(x_k, y_k, \mathrm{Fo}_p) = T_k(\mathrm{Fo}_p), \qquad k = 1, 2, \ldots, n^*, \qquad p = 0, 1, \ldots, m^*, \tag{5}$$

где $T(x, y, \mathrm{Fo})$ — безразмерная температура, т. е. температура, отнесенная к температуре пламени при $\mathrm{Fo} = 0$; x, y — безразмерные пространственные координаты; Ω — поперечное сечение колонны; Γ_1 — граница, на которой отсутствует тепловой поток в силу симметричности температурного поля колонны; Γ_2 — внешняя граница поперечного сечения колонны Ω, которая непосредственно подвержена воздействию пламени; $\mathrm{Bi}, \mathrm{Sk}, \mathrm{Fo}$ — числа Био, Старка и Фурье соответственно; n — направление внешней нормали к границе области Ω; $T_{\text{пл}}(\mathrm{Fo})$ — температура пламени; $T_k(\mathrm{Fo}_p)$ — экспериментальные значения температуры в точках $(x_k, y_k) \in \Omega$ в моменты времени Fo_p.

В задаче (1)–(5) используются два предельных случая зависимости температуры пламени от времени: изменение температуры пламени по кривой E-119 Американского общества специалистов по испытаниям материалов (ASTM) и по кривой температуры пламени при кратковременном высокоинтенсивном нагреве [1, 3].

Аппроксимируя, согласно [4], производную по времени $\partial T/\partial \mathrm{Fo}$ в уравнении (1) конечной разностью в виде

$$\frac{\partial T}{\partial \mathrm{Fo}} \approx \frac{T_{s+1} - T_s}{\Delta \mathrm{Fo}},$$

сведем задачу (1)–(5) к обратным стационарным нелинейным задачам теплопроводности для каждого момента времени Fo_s:

$$\nabla^2 T_{s+1} - \frac{1}{\Delta \mathrm{Fo}} T_{s+1} = -\frac{1}{\Delta \mathrm{Fo}} T_s \quad \text{в} \quad \Omega, \tag{6}$$

$$\left.\frac{\partial T_{s+1}}{\partial n}\right|_{\Gamma_1} = 0, \tag{7}$$

$$-\left.\frac{\partial T_{s+1}}{\partial n}\right|_{\Gamma_2} = [\mathrm{Bi}(T_{s+1} - T_{\text{пл}}) + \mathrm{Sk}(T^4_{s+1} - T^4_{\text{пл}})]\big|_{\Gamma_2}, \qquad s = \overline{0, m}, \tag{8}$$

$$T(x_k, y_k, \mathrm{Fo}_p) = T_k(\mathrm{Fo}_p), \qquad k = \overline{1, n^*}, \qquad p = \overline{0, m^*}, \tag{9}$$

где при $s = 0$ $T_0 = T_0(x, y)$.

Интерполируя экспериментальные данные (9) с помощью кубических сплайнов [5], получаем непрерывную зависимость $T_k(\mathrm{Fo})$, $k = \overline{1, n^*}$.

На каждом временном шаге решается последовательность прямых нелинейных задач теплопроводности (6)–(8), для которых задается своя температура пламени из множества

$$\left\{T_{\text{пл},j} \colon T_{\text{пл},j} = T_{\text{пл}}^{\min} + \Delta T_{\text{пл}} j,\ j = \overline{0, n_{\text{пл}}},\ \Delta T_{\text{пл}} = \frac{T_{\text{пл}}^{\max} - T_{\text{пл}}^{\min}}{n_{\text{пл}}}\right\}, \tag{10}$$

где $T_{\text{пл}}^{\max}$, $T_{\text{пл}}^{\min}$ — максимальная и минимальная температуры пламени; $n_{\text{пл}}$ — количество интервалов интерполяции температуры пламени на отрезке $[T_{\text{пл}}^{\max}, T_{\text{пл}}^{\min}]$.

Для решения нелинейных задач теплопроводности (6)–(8) используем итерационный метод [6]. При этом для линейных краевых задач в моменты времени $s+1$ для каждой итерации $l+1$ получим

$$\nabla^2 T_{s+1}^{l+1} - \frac{1}{\Delta \mathrm{Fo}} T_{s+1}^{l+1} = -\frac{1}{\Delta \mathrm{Fo}} T_s \quad \text{в} \quad \Omega, \tag{11}$$

$$\left.\frac{\partial T_{s+1}^{l+1}}{\partial n}\right|_{\Gamma_1} = 0, \tag{12}$$

$$-\left.\frac{\partial T_{s+1}^{l+1}}{\partial n}\right|_{\Gamma_2} = [\mathrm{Bi}_{s+1}^{*l}(T_{s+1}^{l+1} - T_{\text{пл},s+1}^{*l})]\big|_{\Gamma_2}, \qquad l = 0, 1, 2, \ldots, \qquad s = 0, 1, 2, \ldots, \tag{13}$$

где $\mathrm{Bi}_{s+1}^{*l} = \mathrm{Bi} + \gamma \mathrm{Sk}(T_{s+1}^{l})^3$ и $T_{\text{пл},s+1}^{*l} = (\mathrm{Bi} T_{\text{пл}} + \mathrm{Sk} T_{\text{пл}}^4 + (\gamma - 1)\mathrm{Sk}(T_{s+1}^{l})^4)/\mathrm{Bi}_{s+1}^{*l}$; γ — параметр итерационного метода. При $\gamma = 1, 2, 3$ для задачи (11)–(13) получаем простые итерации, а при $\gamma = 4$ — итерационный процесс по Ньютону [7]. Краевые задачи (11)–(13) эквивалентны вариационным задачам о минимумах квадратичных функционалов [8]:

$$I_{s+1}^{l+1} = \int\limits_{\Omega} \left[(\nabla T_{s+1}^{l+1})^2 + \frac{1}{\Delta \mathrm{Fo}} (T_{s+1}^{l+1})^2 - 2\frac{1}{\Delta \mathrm{Fo}} T_s T_{s+1}^{l+1}\right] d\Omega + \\ + \int\limits_{\Gamma_2} [\mathrm{Bi}_{s+1}^{*l} (T_{s+1}^{l+1})^2 - 2\mathrm{Bi}_{s+1}^{*l} T_{\text{пл},s+1}^{*l} T_{s+1}^{l+1}] d\Gamma_2, \tag{14}$$

$l = 0, 1, 2, \ldots$, $s = 0, 1, 2, \ldots$. Следуя методу Ритца, функции T_{s+1}^{l+1} представим в виде следующей линейной комбинации:

$$T_{s+1}^{l+1} = \sum_{i,j=0}^{n} C_{s+1,ij}^{l+1} \chi_{ij}, \tag{15}$$

где χ_{ij}, i, $j = \overline{0, n}$, — полная линейно-независимая система базисных функций; $C_{s+1,ij}^{l+1}$, $i, j = \overline{0, n}$, — коэффициенты, определяемые из решения соответствующих систем линейных алгебраических уравнений, полученных путем минимизации функционала (14). Базисные функции, точно удовлетворяющие заданным граничным условиям для колонны сложного поперечного сечения, можно построить по рекомендациям работы [9].

Используя кубическую сплайн-аппроксимацию температурного поля T_{s+1}, находим температуру пламени в момент времени $s+1$ посредством минимизации следующего функционала, в основу которого положен принцип наименьших квадратов:

$$J_{s+1} = \min_{T_{\text{пл}} \in [T_{\text{пл}}^{\min}, T_{\text{пл}}^{\max}]} \sum_{k=1}^{n^*} [\mathrm{Sp}(T_{\text{пл}}, T_{\text{пл}}^{\min}, T_{\text{пл}}^{\max}, x_k, y_k, \mathrm{Fo}_{s+1}) - \mathrm{Sp}_k(\mathrm{Fo}_{s+1})]^2, \tag{16}$$

где $\mathrm{Sp}(T_{\text{пл}}, T_{\text{пл}}^{\min}, T_{\text{пл}}^{\max}, x_k, y_k, \mathrm{Fo}_{s+1})$ и $\mathrm{Sp}_k(\mathrm{Fo}_{s+1})$ — кубические сплайн-аппроксимации температурного поля и экспериментальных данных соответственно. Здесь следует отметить, что сплайн-аппроксимация температурного поля на множестве (10) сводится к сплайн-аппроксимации коэффициентов структуры решения (15).

В работе [10] представлены результаты идентификации температуры пламени при использовании одного датчика, расположенного на поверхности колонны с координатами $x = 1{,}0$, $y = 1{,}0$. С целью определения оптимальных мест расположения термодатчиков во внутренних точках колонны, включающих возможность максимального удаления датчика от поверхности колонны при сохранении порога предельной относительной погрешности, для идентификации температуры пламени во времени в данной работе были проделаны следующие два различных вычислительных эксперимента.

Рассматривались варианты одного и пары датчиков, установленных на разных расстояниях от поверхности колонны. При восстановлении кривой температуры пламени в зависимости от времени задавались следующие параметры вычислительного процесса: $n^* = 2$, $m^* = 400$, $T_0 = 1$, $\mathrm{Bi} = 1$, $\mathrm{Sk} = 0{,}1$. В силу воздействия пламени на температурные датчики последние были помещены не на поверхности колонны, а внутри нее вблизи поверхности. Пространственные координаты в поперечном сечении колонны, в которых задавались экспериментальные данные (5), выбирались следующими: $x_1 = 0{,}98$, $y_1 = 0{,}98$, $x_2 = 0{,}95$, $y_2 = 0{,}95$; $x_1 = 0{,}97$, $y_1 = 0{,}97$, $x_2 = 0{,}94$, $y_2 = 0{,}94$; $x_1 = 0{,}96$, $y_1 = 0{,}96$, $x_2 = 0{,}93$, $y_2 = 0{,}93$; $x_1 = 0{,}95$, $y_1 = 0{,}95$, $x_2 = 0{,}92$, $y_2 = 0{,}92$.

В табл. 1, 2 представлена идентифицированная дискретная информация о зависимости температуры пламени от времени и сравнение ее с данными $T_{\text{пл}}$ для кривой Е-119 (см. табл. 1), а также с данными $T_{\text{пл}}^*$ для кривой (см. табл. 2), полученной в результате кратковременного воздействия пламени высокой интенсивности ($T_{\text{пл}12}$, $T_{\text{пл}1}$ и $T_{\text{пл}2}$ — температуры, идентифицированные с одновременным использованием экспериментальных данных двух датчиков, только первого и только второго — соответственно).

Результаты для $T_{\text{пл}}$ и $T_{\text{пл}}^*$ приведены по данным работы [1]. В нечетных и четных строках табл. 1 и 2 представлены результаты идентификации температур пламени по экспериментальной температуре, заданной с четырьмя и тремя верными знаками соответственно. При этом в первой паре строк таблиц представлены результаты идентификации температур пламени с использованием экспериментальных данных, полученных с помощью термопар 1 ($x_1 = 0{,}98$, $y_1 = 0{,}98$) и 2 ($x_2 = 0{,}95$, $y_2 = 0{,}95$); для второй пары строк таблиц координаты термопар были: 1 ($x_1 = 0{,}97$, $y_1 = 0{,}97$) и 2 ($x_2 = 0{,}94$, $y_2 = 0{,}94$); в третьей и четвертой парах строк таблиц отображены результаты идентификации по экспериментальным данным, полученным с помощью термопар 1 ($x_1 = 0{,}96$, $y_1 = 0{,}96$) и 2 ($x_2 = 0{,}93$, $y_2 = 0{,}93$) и с помощью термопар 1 ($x_1 = 0{,}95$, $y_1 = 0{,}95$) и 2 ($x_2 = 0{,}92$, $y_2 = 0{,}92$) соответственно. Относительная погрешность идентификации температуры пламени во времени с учетом данных работы [1] представлена в табл. 1, 2 величинами δ_{12}, δ_1 и δ_2, которые характеризуют относительную погрешность при использовании одновременно двух датчиков, только первого датчика или только второго датчика соответственно. Как видно из таблиц, точность восстановления $T_{\text{пл}}(\text{Fo})$ убывает с уменьшением количества верных знаков при задании $T_k(\text{Fo}_p)$.

В итоге получены решения нелинейных нестационарных задач радиационного теплообмена для каждого момента времени в виде функциональных рядов по базисным функциям, коэффициенты которых с помощью метода сплайн-функций определены как функции температуры пламени от времени. Эти результаты позволяют на новом качественном уровне подойти к решению обратных задач радиационного теплообмена, используя точечный метод наименьших квадратов для каждого момента времени. В функционале, построенном на базе этого метода, при многократном решении обратных задач по идентификации температуры пламени по данным термодатчиков изменяется лишь информация, поступающая от термодатчиков через определенные интервалы времени, что дает возможность при решении обратной задачи теплопроводности для каждого момента времени затрачивать в тысячу раз меньше времени, чем при решении этой задачи методом конечных разностей.

Таблица 1. Идентификация температуры пламени на поверхности строительной колонны прямоугольного поперечного сечения по экспериментальным данным, зарегистрированным термопарами, и ее сравнение с температурой пламени, изменяющейся по кривой E-119 Американского общества специалистов по испытаниям материалов (ASTM) [1]

Fo	$T_{\text{пл }12}$	$T_{\text{пл }1}$	$T_{\text{пл }2}$	$T_{\text{пл}}$	δ_{12}	δ_1	δ_2
0,001	1,2173	1,2173	1,2231	1,2166	0,063	0,057	0,535
	1,2271	1,2273	1,2301		0,864	0,883	1,113
	1,2096	1,2096	1,2228		−0,570	−0,570	0,512
	1,2160	1,2160	1,3051		−0,045	−0,045	7,273
	1,2170	1,2170	1,2051		0,038	0,032	−0,940
	1,2609	1,2609	1,1742		3,641	3,641	−3,481
	1,2231	1,2231	0,7707		0,535	0,535	−36,647
	1,2301	1,2301	1,6697		1,113	1,113	37,249
0,010	2,8566	2,8566	2,8579	2,8570	−0,013	−0,014	0,031
	2,8605	2,8610	2,8642		0,124	0,141	0,252
	2,8567	2,8567	2,8560		−0,012	−0,012	−0,036
	2,8566	2,8566	2,8389		−0,015	−0,013	−0,633
	2,8565	2,8565	2,8551		0,031	−0,016	−0,068
	2,8509	2,8509	2,8990		0,252	−0,214	1,469
	2,8579	2,8579	−1,3265		0,031	0,031	−146,430
	2,8642	2,8642	−2,1432		0,252	0,252	−175,017
0,040	3,7416	3,7422	3,7416	3,7420	−0,011	0,005	−0,011
	3,7396	3,7395	3,7489		−0,063	−0,067	0,184
	3,7423	3,7423	3,7422		0,009	0,009	0,006
	3,7384	3,7384	3,7350		−0,096	−0,096	−0,187
	3,7422	3,7422	3,7400		−0,011	0,007	−0,053
	3,7428	3,7427	3,7458		0,186	0,020	0,101
	3,7416	3,7416	−0,6841		−0,011	−0,011	−118,282
	3,7490	3,7489	−0,4465		0,186	0,184	−111,932
0,080	4,0710	4,0709	4,0712	4,0710	−0,000	−0,001	0,006
	4,0239	4,0734	4,0738		0,072	0,058	0,070
	4,0713	4,0713	4,0723		−0,007	0,007	0,032
	4,0670	4,0670	4,0530		−0,098	−0,098	−0,441
	4,0708	4,0708	4,0703		0,006	−0,005	−0,018
	4,0646	4,0646	4,0283		0,071	−0,156	−1,048
	4,0712	4,0712	1,0087		0,006	0,006	−75,223
	4,0739	4,0738	−2,0172		0,071	0,070	−149,551

Таблица 2. Идентификация температуры пламени на поверхности строительной колонны прямоугольного поперечного сечения по экспериментальным данным, зарегистрированным термопарами, и ее сравнение с температурой пламени при кратковременном высокоинтенсивном нагреве [1]

Fo	$T_{пл\ 12}$	$T_{пл\ 1}$	$T_{пл\ 2}$	$T_{пл^*}$	δ_{12}	δ_1	δ_2
0,001	1,4493	1,4494	1,4510	1,4510	−0,116	−0,107	−0,001
	1,4425	1,4425	1,4138		−0,586	−0,586	−2,563
	1,4531	1,4531	1,4468		0,146	0,146	−0,289
	1,4527	1,4528	1,4649		0,121	0,125	0,962
	1,4495	1,4495	1,4478		−0,099	−0,099	−0,222
	1,4038	1,4037	1,3090		−3,252	−3,257	−9,784
	1,4510	1,4510	1,5312		−0,001	−0,001	5,526
	1,4138	1,4138	1,6590		−2,563	−2,563	14,336
0,010	4,2864	4,2860	4,2862	4,2859	0,011	0,001	0,007
	4,2854	4,2855	4,2840		−0,012	−0,009	−0,045
	4,2863	4,2863	4,2857		0,010	0,010	−0,004
	4,2855	4,2855	4,2926		−0,009	−0,009	0,156
	4,2864	4,2864	4,2857		0,011	0,012	−0,005
	4,2843	4,2843	4,2676		−0,039	−0,039	−0,428
	4,2862	4,2862	−1,3146		0,007	0,007	−130,672
	4,2840	4,2840	−1,1213		−0,045	−0,045	−126,162
0,040	1,5594	1,5591	1,5590	1,5577	0,112	0,093	0,087
	1,5341	1,5340	1,5394		−1,515	−1,520	−1,175
	1,5586	1,5586	1,5500		0,057	0,057	−0,494
	1,5305	1,5305	1,5274		−1,7478	−1,743	−1,943
	1,5611	1,5611	1,5681		0,220	0,220	0,669
	1,5761	1,5761	1,2655		1,183	1,183	−18,757
	1,5590	1,5590	−1,2851		0,087	0,087	−182,503
	1,5394	1,5394	−1,5491		−1,175	−1,175	−199,446
0,080	1,3460	1,3459	1,3597	1,3468	−0,061	−0,068	0,955
	1,3460	1,3455	1,3450		−0,061	−0,097	−0,137
	1,3453	1,3453	1,3468		−0,115	−0,115	−0,298
	1,3460	1,3460	1,3436		−0,060	−0,060	−0,237
	1,3428	1,3428	1,3892		−0,295	−0,295	3,146
	1,3481	1,3481	1,3514		0,094	0,094	0,343
	1,3597	1,3597	2,0741		0,955	0,955	54,003
	1,3450	1,3450	4,9911		−0,133	−0,137	270,585

Таким образом, осуществляемая в процессе решения идентификация изменения температуры пламени в реальном времени и малые затраты машинной памяти позволяют эффективно реализовать алгоритмы диагностики и прогнозирования наиболее термонапряженных участков во время пожара и оперативно управлять средствами тушения пожара.

Как показали результаты вычислительного эксперимента, приведенные в табл. 1, 2, использование одновременно двух датчиков в отличие от одного позволяет более “глубоко” расположить эти датчики относительно поверхности колонны при сохранении допустимой предельной относительной погрешности идентификации температуры пламени во времени. Кроме того, использование пары датчиков дает возможность при выходе из строя одного термодатчика избежать сбоя поступления информации на автономные аппаратно-программные модули решения обратных задач по идентификации температуры пламени.

1. *Сахота, Пагни.* Температурные поля в строительных конструкциях, подверженных воздействию пламени // Теплопередача. – 1975. – **97**, № 4. – С. 113–120.

2. *Мацевитый Ю. М.* Обратные задачи теплопроводности. В 2-х т. – Киев: Наук. думка. – Т. 1. Методология, 2002. – 408 с. Т. 2. Приложения, 2003. – 392 с.

3. *Мацевитый Ю. М., Слесаренко А. П., Сафонов Н. А.* Моделирование нестационарных температурных полей в строительных элементах сложного сечения, подверженных воздействию пламени // Тр. II Рос. нац. конф. по теплообмену. Т. 7. – Москва, 1998. – С. 158–161.
4. *Тихонов А. Н., Самарский А. А.* Уравнения математической физики. – Москва: Наука, 1979. – 736 с.
5. *Завьялов Ю. С., Квасов Б. И., Мирошниченко В. Л.* Методы сплайн-функций. – Москва: Наука, 1980. – 352 с.
6. *Мацевитый Ю. М., Слесаренко А. П., Сафонов Н. А.* Приближенный регионально-аналитический метод исследования теплопереноса в конструктивных элементах сложной формы с учетом радиационного теплообмена // Тепломассообмен – ММФ – 96: Докл. III Минск. междунар. форума (20–24 мая 1996 г.). Радиационный и комбинированный теплообмен. Т. 2. – Минск: АНК «ИТМО им. А. В. Лыкова» АНБ, 1996. – С. 57–60.
7. *Беллман Р., Калаба Р.* Квазилинеаризация и нелинейные краевые задачи. – Москва: Мир, 1968. – 184 с.
8. *Михлин С. Г.* Вариационные методы математической физики. – Москва: Наука, 1970. – 512 с.
9. *Слесаренко А. П.* Математическое моделирование тепловых процессов в телах сложной формы при нестационарных граничных условиях // Пробл. машиностроения. – 2002. – **5**, № 4. – С. 72–80.
10. *Мацевитый Ю. М., Слесаренко А. П., Сафонов Н. А.* Идентификация и моделирование теплофизических процессов в строительных конструкциях при экстремальных тепловых воздействиях // Доп. НАН України. – 2007. – № 2. – С. 82–86.

Институт проблем машиностроения
им. А. Н. Подгорного НАН Украины, Харьков

Поступило в редакцию 08.01.2008