

В. Л. Поляков

Фильтрация суспензии с переменным содержанием взвеси через однородную загрузку при нелинейной кинетике массообмена*(Представлено членом-корреспондентом НАН Украины А. Я. Олейником)*

Одержано строгий розв'язок загальної математичної задачі фільтрування суспензії зі змінним вмістом зависі через однорідне завантаження при сталій швидкості і нелінійній кінетиці масообміну. Запропоновано формули для визначення концентрацій часток суспензії, втрат напору, а також часу захисної дії завантаження і початку зменшення продуктивності фільтрувальної установки. Розв'язок ілюструється прикладами розрахунку найважливіших характеристик фільтрування.

При формализации комплексного процесса осветления суспензии фильтрованием через хорошо сорбирующий пористый материал ключевую роль играет уравнение кинетики массообмена между твердой и жидкой фазами насыщенной среды. На протяжении ряда десятилетий теоретические исследования действия фильтров, а также распространения дисперсных загрязнений в грунтах проводились, главным образом, на базе линейного кинетического уравнения [1–3], в котором скорости прилипания взвешенных и отрыва прилипших частиц считались прямо пропорциональными соответствующим объемным концентрациям C и S . Особое внимание к указанному, по существу, частному уравнению объясняется, прежде всего, его доступностью аналитическим методом математического анализа, что позволило получить эффективные в подходящих условиях расчетные формулы [4, 5]. Вместе с тем линейная массообменная кинетика часто оказывалась не в состоянии отразить реальное сложное поведение дисперсной компоненты суспензии. Поэтому был предложен ряд нелинейных кинетических уравнений [6–8], которые позволили дополнительно учесть влияние на адгезионный процесс осадка. С одной стороны, иммобилизованные частицы в силу своих специфических физико-химических свойств могут становиться вторичными коллекторами для примеси, усиливая ее осаждение по крайней мере на первом этапе водоочистки. С другой стороны, откладываясь в порах, частицы сокращают принимающую поверхность первичных коллекторов, что ведет к уменьшению интенсивности заилиения фильтра [9, 10]. Ниже рассматривается более характерная вторая ситуация. Сравнительно простой и достаточно проверенный практикой способ учета постепенного снижения сорбционной способности материала загрузки состоит в принятии приведенного коэффициента скорости прилипания частиц суспензии α в виде линейной функции от их концентрации в осадке S , так что кинетическое уравнение будет

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \alpha(S_m - S)C - \beta S, \quad (1)$$

где β — коэффициент скорости отрыва прилипших частиц; S_m — грязеемкость без учета связанной в осадке воды.

Также адекватность математических задач фильтрования фактическим условиям работы фильтров обеспечивается аккуратным учетом физических процессов (массоперенос, фильтрация), технологических особенностей их функционирования (режим, нагрузка). Фильтрование преимущественно осуществляется с постоянным расходом (скоростью) суспензии V_0 благодаря применению регуляторов скорости. Тогда транспорт частиц вследствие малости диффузионной составляющей описывается уравнением

$$n_e \frac{\partial C}{\partial t} + V_0 \frac{\partial C}{\partial z} + \frac{\partial S}{\partial t} = 0, \quad (2)$$

где n_e — эффективная пористость. Постоянство скорости V_0 и малость изменений пористости дают право находить вышеупомянутые концентрации C , S , только опираясь на уравнения (1), (2), т. е. независимо от фильтрационных характеристик.

Продолжительный процесс фильтрования в общем случае определяется граничным условием на входе в загрузку

$$z = 0, \quad C = C_0(t). \quad (3)$$

Нестабильность исходного содержания взвеси в природных и сточных водах может быть вызвана естественными, техногенными, но чаще всего конструктивными (ступенные фильтры, неоднородно-слоистые загрузки) причинами.

Также необходимо задавать условия, характеризующие начальное физико-механическое состояние загрузки. При полном удалении из фильтра ранее накопленного осадка для искомых C , S следует принимать однородные условия на подвижном фронте загрязнения ($z = z_*$)

$$z_* = \frac{V_0 t}{n_e}, \quad C = S = 0. \quad (4)$$

Для получения обобщенных результатов задача (1)–(4) представляется в безразмерной форме

$$\frac{\partial \bar{S}}{\partial \bar{t}} = \bar{\alpha}(1 - \bar{S})\bar{C} - \bar{\beta}\bar{S}, \quad (5)$$

$$\bar{n}_e \frac{\partial \bar{C}}{\partial \bar{t}} + \frac{\partial \bar{C}}{\partial \bar{z}} + \psi \frac{\partial \bar{S}}{\partial \bar{t}} = 0, \quad (6)$$

$$\bar{z} = 0, \quad \bar{C} = \bar{C}_0(\bar{t}); \quad \bar{z}_* = \frac{\bar{t}}{\bar{n}_e}, \quad \bar{C} = \bar{S} = 0. \quad (7)$$

Здесь $\bar{S} = S/S_m$, $\bar{C} = C/C_0^0$, $\bar{C}_0 = C_0/C_0^0$, C_0^0 — начальная объемная концентрация взвеси, $\bar{t} = V_0 t / (n_0 L)$; n_0 — пористость чистой загрузки; L — мощность загрузки; $\bar{\alpha} = n_0 L C_0^0 \alpha / V_0$, $\bar{\beta} = n_0 L \beta / V_0$, $\bar{n}_e = n_e / n_0$, $\bar{z} = z / L$, $\psi = S_m / (n_0 C_0^0)$.

Решение задачи (5)–(7) строится, следуя [11], с помощью ряда замен зависимых и независимых переменных, которые можно свести к следующей их последовательности:

$$\tau = \bar{t} - \bar{n}_e \bar{z}, \quad \bar{C} = \frac{\partial \varphi}{\partial \tau}, \quad \bar{S} = -\frac{1}{\psi} \frac{\partial \varphi}{\partial \bar{z}}, \quad U = \exp(\bar{\alpha} \varphi + \bar{\alpha} \psi \bar{z} + \bar{\beta} \tau). \quad (8)$$

Тогда система уравнений (5), (6) преобразуется в единое уравнение относительно U

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \bar{z} \partial \tau} = \bar{\alpha} \bar{\beta} \psi U. \quad (9)$$

Граничные условия для U вытекают из решения уравнений

$$\frac{\partial \ln U}{\partial \bar{z}} = \bar{\alpha} \psi (1 - \bar{S}), \quad (10)$$

$$\frac{\partial \ln U}{\partial \tau} = \bar{\alpha} \bar{C} + \bar{\beta}. \quad (11)$$

Уравнение (10) решается при $\tau = 0$, так что с учетом (7)

$$U(\bar{z}, 0) = U_0 e^{\bar{\alpha} \psi \bar{z}}, \quad (12)$$

где $U_0 = U(0, 0)$. Решение уравнения (11) при $\bar{z} = 0$ с учетом (3) примерно дает

$$U(0, \tau) = U_0 \exp \left[\bar{\beta} \tau + \bar{\alpha} \int_0^\tau \bar{C}_0(\xi) d\xi \right]. \quad (13)$$

В результате применения преобразования Лапласа уравнение (9) и условия (12), (13) трансформируются в задачу относительно функции-изображения U_L

$$\frac{dU_L}{d\tau} - \frac{\bar{\alpha} \bar{\beta} \psi}{p} U_L = \frac{1}{p} \frac{d}{d\tau} U(0, \tau), \quad (14)$$

$$U_L(p, 0) = \frac{U_0}{p - \bar{\alpha} \psi}. \quad (15)$$

Решение (14), (15) имеет вид

$$U_L = U_0 \left[\frac{\bar{\alpha} \psi}{p(p - \bar{\alpha} \psi)} e^{\bar{\alpha} \bar{\beta} \psi \tau / p} + \frac{\tilde{U}(0, \tau)}{p} + \frac{\bar{\alpha} \bar{\beta} \psi}{p^2} \int_0^\tau \tilde{U}(0, \xi) e^{\bar{\alpha} \bar{\beta} \psi (\tau - \xi) / p} d\xi \right], \quad (16)$$

где $\tilde{U}(0, \tau) = U(0, \tau) / U_0$. При обращении (16) учитывается, что

$$L^{-1} \left[\frac{e^{\lambda/p}}{p} \right] = I_0(2\sqrt{\lambda \bar{z}}), \quad L^{-1} \left[\frac{e^{\lambda/p}}{p(p - \bar{\alpha} \psi)} \right] = \int_0^{\bar{z}} e^{\bar{\alpha} \psi (\bar{z} - \theta)} I_0(2\sqrt{\lambda \theta}) d\theta,$$

$$L^{-1} \left[\frac{e^{\lambda/p}}{p^2} \right] = \sqrt{\frac{\bar{z}}{\lambda}} I_1(2\sqrt{\lambda \bar{z}}),$$

где $I_j(x)$ — функция Бесселя первого рода j -го порядка мнимого аргумента. Тогда формула (16) трансформируется следующим образом:

$$U = U_0 \left[\bar{\alpha} \psi \int_0^{\bar{z}} e^{\bar{\alpha} \psi (\bar{z} - \theta)} I_0(2\sqrt{\bar{\alpha} \bar{\beta} \psi \tau \theta}) d\theta + \tilde{U}(0, \tau) + \sqrt{\bar{\alpha} \bar{\beta} \psi \bar{z}} \int_0^\tau \tilde{U}(0, \xi) \frac{I_1(2\sqrt{\bar{\alpha} \bar{\beta} \psi (\tau - \xi) \bar{z}})}{\sqrt{\tau - \xi}} d\xi \right]. \quad (17)$$

Из (10), (11) вытекают выражения для искомым \bar{C} , \bar{S}

$$\bar{C} = -\frac{\bar{\beta}}{\bar{\alpha}} + \frac{U_1}{\bar{\alpha}U}, \quad (18)$$

$$\bar{S} = 1 - \frac{U_2}{\bar{\alpha}\psi U}. \quad (19)$$

Здесь

$$\begin{aligned} U_1 = \frac{\partial U}{\partial \tau} = U_0 \left\{ (\bar{\beta} + \bar{\alpha}\bar{C}_0(\tau) + \bar{\alpha}\bar{\beta}\psi\bar{z})\tilde{U}(0, \tau) + \right. \\ \left. + \sqrt{\frac{\bar{\alpha}^3\bar{\beta}\psi^3}{\tau}} \int_0^{\bar{z}} \sqrt{\theta} e^{\bar{\alpha}\psi(\bar{z}-\theta)} I_1(2\sqrt{\bar{\alpha}\bar{\beta}\psi\tau\theta}) d\theta + \right. \\ \left. + \sqrt{\bar{\alpha}\bar{\beta}\psi\bar{x}} \int_0^{\tau} \tilde{U}(0, \xi) \left[\frac{\sqrt{\bar{\alpha}\bar{\beta}\psi\bar{z}}}{\tau - \xi} I_0(2\sqrt{\bar{\alpha}\bar{\beta}\psi(\tau - \xi)\bar{z}}) - \frac{I_1(2\sqrt{\bar{\alpha}\bar{\beta}\psi(\tau - \xi)z})}{(\tau - \xi)^{3/2}} \right] d\xi \right\}, \quad (20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_2 = \frac{\partial U}{\partial z} = U_0 \left[\bar{\alpha}\psi I_0(2\sqrt{\bar{\alpha}\bar{\beta}\psi\tau\bar{z}}) + (\bar{\alpha}\psi)^2 \int_0^{\bar{z}} e^{\bar{\alpha}\psi(\bar{z}-\theta)} I_0(2\sqrt{\bar{\alpha}\bar{\beta}\psi\tau\theta}) d\theta + \right. \\ \left. + \bar{\alpha}\bar{\beta}\psi \int_0^{\tau} \tilde{U}(0, \xi) I_0(2\sqrt{\bar{\alpha}\bar{\beta}\psi(\tau - \xi)\bar{z}}) d\xi \right]. \quad (21) \end{aligned}$$

При делении U_1 и U_2 на U в (18), (19) параметр U_0 сокращается и, следовательно, концентрации \bar{C} , \bar{S} от него не зависят.

Из формул (18), (19) следует ряд важных для практики следствий. Прежде всего, при $C_0 = \text{const}$, $\bar{C}_0 = 1$ выражения для \bar{C} , \bar{S} существенно упрощаются

$$\bar{C} = \frac{I_0(2\sqrt{\bar{\alpha}\bar{\beta}\psi\bar{z}\tau}) + R_1}{R_1 - R_2 + e^{\bar{\alpha}\psi\bar{z} + \bar{\beta}\tau}}, \quad (22)$$

$$\bar{S} = \frac{\bar{\alpha}}{\bar{\alpha} + \bar{\beta}} \frac{R_1}{R_1 - R_2 + e^{\bar{\alpha}\psi\bar{z} + \bar{\beta}\tau}}, \quad (23)$$

где

$$R_1 = (\bar{\alpha} + \bar{\beta}) \int_0^{\tau} e^{(\bar{\alpha} + \bar{\beta})\eta} I_0(2\sqrt{\bar{\alpha}\bar{\beta}\psi\bar{z}(\tau - \eta)}) d\eta, \quad (24)$$

$$R_2 = \bar{\beta} \int_0^{\tau} e^{\bar{\beta}\eta} I_0(2\sqrt{\bar{\alpha}\bar{\beta}\psi\bar{z}(\tau - \eta)}) d\eta. \quad (25)$$

Исходя из (18) и (22), устанавливается ключевой технологический параметр — относительное время защитного действия загрузки \bar{t}_p . После возвращения в этих формулах к переменным \bar{z}, \bar{t} при заданном предельно допустимом относительном значении выходной концентрации \bar{C}_{e*} время \bar{t}_p вычисляется путем решения, соответственно, уравнений

$$(\bar{\beta} + \bar{\alpha}\bar{C}_{e*})U(1, \bar{t}_p) = U_1(1, \bar{t}_p), \quad (26)$$

$$\bar{C}_{e*}[\bar{R}_1(1, \bar{t}_p) - \bar{R}_2(1, \bar{t}_p) + e^{\bar{\beta}\bar{t}_p}] = I_0 \left(2\sqrt{\bar{\alpha}\bar{\beta}\psi\bar{t}_p} \right) + \bar{R}_1(1, \bar{t}_p). \quad (27)$$

В отсутствие “зарядки” фильтра максимальный осветлительный эффект достигается при $\bar{t} = 1$ ($\tau = 0$), а соответствующее ему значение выходной концентрации взвеси определяется с помощью формулы

$$\bar{C}_e(1, 1) = e^{-\bar{\alpha}\psi}. \quad (28)$$

С наибольшей интенсивностью частицы суспензии осаждаются во входном сечении загрузки ($z = 0$), а их относительная концентрация здесь растет в соответствии с выражением

$$\bar{S}_0 = \bar{S}(0, \bar{t}) = \frac{\bar{\alpha}}{\bar{\alpha} + \bar{\beta}} [1 - e^{-(\bar{\alpha} + \bar{\beta})\bar{t}}]. \quad (29)$$

Накопление осадка в загрузке обуславливает увеличение в ней потерь напора, что в конце концов может привести к сокращению производительности фильтровальной установки. Для вычисления относительного момента \bar{t}_V , когда скорость фильтрования начнет снижаться, необходимо, прежде всего, реализовать фильтрационный блок общей задачи фильтрования, который дополняет деформационный (1)–(4). Его составляют [12] уравнение движения

$$V_0 = -k \frac{\partial h}{\partial z} \quad (30)$$

и эмпирическая зависимость для коэффициента фильтрации

$$k = k_0 f(S), \quad (31)$$

которая в рассчитанных ниже примерах принимается

$$k = k_0 \left(1 - \frac{\gamma S}{n_0} \right)^3, \quad (32)$$

где h — напор; k_0 — коэффициент фильтраций чистой загрузки; γ — коэффициент, выражающий соотношение между объемными концентрациями осадка и частиц суспензии в нем [13, 14]. Если ввести приведенный напор $\tilde{h} = (h - H_d)/(H_u - H_d)$ (H_u, H_d — напоры во входном при $t = 0$ и выходном сечениях), вернуться к первоначальным переменным \bar{z}, \bar{t} и проинтегрировать (24) с учетом (25), то его распределение в загрузке опишется выражением

$$\tilde{h}(\bar{z}, \bar{t}) = \int_{\bar{z}}^1 \frac{dV}{[1 - \gamma\psi C_0^0 \bar{S}(\nu, \bar{t})]^3}. \quad (33)$$

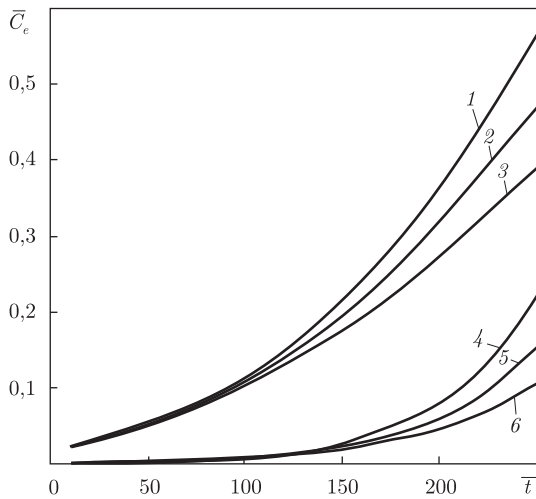


Рис. 1. Изменение относительной объемной концентрации взвеси со временем: 1-3 – $\bar{\alpha}\psi = 4$; 4-6 – $\bar{\alpha}\psi = 8$; 1, 4 – $a = 0,002$; 2, 5 – $a = 0,001$; 3, 6 – $a = 0$

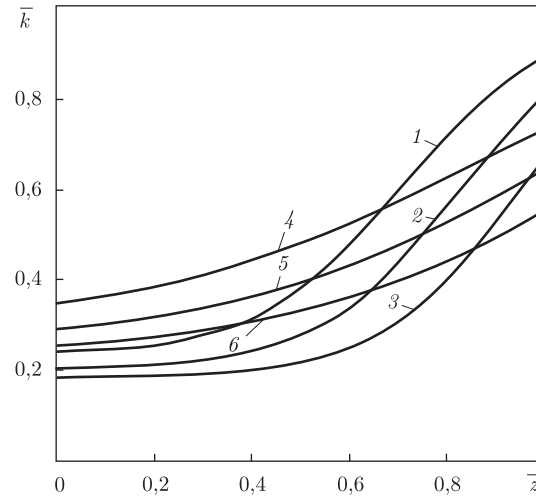


Рис. 2. Профили относительного коэффициента фильтрации: 1-3 – $\bar{\alpha}\psi = 8$; 4-6 – $\bar{\alpha}\psi = 4$; 1, 4 – $a = 0$; 2, 5 – $a = 0,002$; 3, 6 – $a = 0,004$

Тогда относительные потери напора в загрузке на момент \bar{t} равны значению функции \tilde{h} при $\bar{z} = 0$, обозначаемому \tilde{h}_u . Вышеупомянутый же момент \bar{t}_V легко находится подбором из уравнения

$$\tilde{h}_* = \int_0^1 \frac{d\nu}{[1 - \gamma\psi C_0^0 \bar{S}(\nu, \bar{t}_V)]^3}, \quad (34)$$

где \tilde{h}_* означает максимальное значение \tilde{h}_u , при котором еще удается поддерживать постоянный расход фильтра.

Полученное выше аналитическое решение позволит устанавливать закономерности изменения важнейших характеристик осветления и фильтрации, оценивать чувствительность исходной математической модели к ее коэффициентам, обосновывать технологические параметры фильтрования и конструкцию фильтров, а в дальнейшем послужит основой для развития инженерного метода расчета действия неоднородно-слоистых загрузок. Его широкие возможности иллюстрируются результатами вычислений многочисленных примеров, которые представлены на рис. 1–4. Предметом количественного анализа стали наиболее интересные с практической точки зрения относительные величины — выходная концентрация взвеси \bar{C}_e , коэффициент фильтрации \bar{k} , потери напора в загрузке \tilde{h}_u , время ее защитного действия \bar{t}_p . В отличие от [15], полагалось, что фильтровальная установка работает в условиях линейно возрастающей на нее нагрузки, т. е.

$$\bar{C}_0 = 1 + a\bar{t},$$

где коэффициент a менялся или дискретно (0; 0,001; 0,002; 0,004), или непрерывно в диапазоне от 0 до 0,004. Начальная концентрация дисперсной фазы суспензии была весьма высокой для доочистки мутных вод ($C_0 = 5 \cdot 10^{-5}$). Тогда вспомогательный параметр ψ при типичных пористости ($n_0 = 0,4$) и грязеемкости ($S_m = 0,01$; $\gamma S_m = 0,5n_0$, $\gamma = 20$)

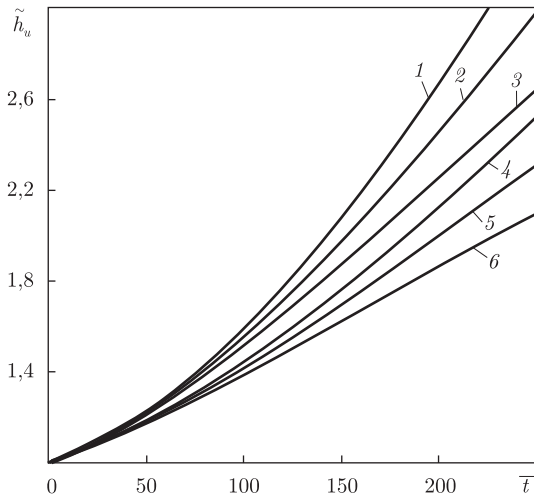


Рис. 3. Изменение приведенных потерь напора в загрузке со временем: 1-3 — $\bar{\alpha}\psi = 8$; 4-6 — $\bar{\alpha}\psi = 4$; 1, 4 — $a = 0,002$; 2, 5 — $a = 0,001$; 3, 6 — $a = 0$

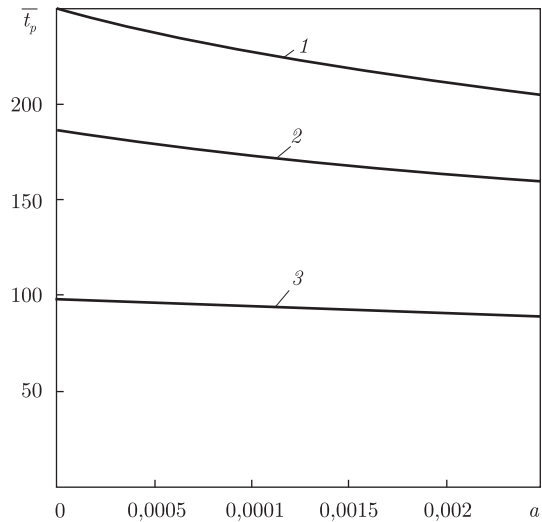


Рис. 4. Графики зависимости: 1 — $\bar{\alpha}\psi = 8$; 2 — $\bar{\alpha}\psi = 6$; 3 — $\bar{\alpha}\psi = 4$

фильтрующего материала составил 500. Значение коэффициента $\bar{\beta}$ фиксировалось (0,005), а для определяющего водоочистку коэффициента $\bar{\alpha}$ были подобраны два значения (0,008 и 0,016), которые характерны для указанного материала с умеренной и сильной сорбционной способностью.

Ход разделения суспензии и постепенное снижение качества фильтрата наглядно демонстрирует рис. 1, на котором показаны кривые увеличения \bar{C}_e со временем. По ним легко найти время \bar{t}_p , если задана предельно допустимая выходная концентрация \bar{C}_{e*} . Существенным оказывается влияние сорбционных свойств пористого материала, в меньшей степени сказывается на концентрации \bar{C}_e рост исходного содержания взвеси. О возможном значительном уменьшении проницаемости загрузки при длительном фильтровании свидетельствует рис. 2. Здесь изображены профили коэффициента фильтрации на момент $\bar{t} = 250$, соответствующий заключительному этапу работы фильтра. Очевидно, что пропускная способность загрузки намного снизилась, причем особенно сильно на первом (верхнем при нисходящей фильтрации) участке, где из-за интенсивного осаждения частиц коэффициент фильтрации сократился в 2,5–5 раз.

Ухудшение фильтрационных свойств загрузки вследствие интенсивного накопления в ней осадка ведет к быстрому росту потерь напора в ней (см. рис. 3). Это может стать причиной преждевременного снижения расхода фильтра. Например, при $a = 0,002$ к моменту $\bar{t} = 250$ исходное содержание примеси возрастает в полтора раза, что обуславливает примерно такое же увеличение вышеупомянутых потерь. При малых значениях C_0 прирост потерь напора даже в конце рабочего периода будет также малым, так что его длительность определится временем \bar{t}_p . На рис. 4 приведены данные вычислений \bar{t}_p в зависимости от коэффициента a при трех значениях $\bar{\alpha}\psi$. Соответствующие кривые $\bar{t}_p(a)$ являются близкими к горизонтальным, что говорит о сравнительно слабом влиянии C_0 на продолжительность работы фильтра, конечно, в заданных условиях. Однако такое влияние усиливается при усилении отложения взвеси в порах загрузки.

1. *Мицц Д. М.* Теоретические основы технологии очистки воды. – Москва: Стройиздат, 1964. – 155 с.
2. *Гончарук В. В., Шевчук Е. А., Галинкер Э. В.* Теоретические исследования закономерностей процесса фильтрования малокоцентрированных суспензий через зернистые загрузки // Вопросы химии и хим. технологий. – 2001. – № 6. – С. 159–161.
3. *Ren J., Packman A. I.* Correlation of colloid collision efficiency with hydraulic conductivity of silica sands // Water Resour. Res. – 2000. – **36**, No 9. – P. 2493–2500.
4. *Олейник О. Я., Калугин Ю. І.* Деякі результати теоретичних досліджень процесів масообміну в пористих середовищах // Пробл. водопостачання, водовідведення та гідравліки. – 2005. – Вип. 5. – С. 100–112.
5. *Поляков В. Л.* Расчет фильтрования суспензий через многослойную загрузку при линейной кинетике массообмена // Химия и технология воды. – 2008. – **30**, № 1. – С. 3–31.
6. *Сенявин М. М., Веницианов Е. В., Аюкаев Р. И.* О математических моделях и инженерных методах расчета процесса очистки природных вод фильтрованием // Водные ресурсы. – 1977. – № 2. – С. 157–170.
7. *Mackie R. I., Zhao Q.* A framework for modelling removal in the filtration of polydisperse suspensions // Wat. Res. – 1999. – **33**, No 3. – P. 794–806.
8. *Song I., Elimelech M.* Dynamics of colloid deposition in porous media: modeling the role of retained particles // Colloids Surf. – 1993. – **73**. – P. 49–63.
9. *Raiagopalan R., Chu R. Q.* Dynamics of adsorption of colloidal particles in packed beds // J. Colloid Interface Sci. – 1982. – **86**. – P. 299–317.
10. *Zitton G. M., Olson T. M.* Colloid deposition rates on silica bed media and artifacts related to collector surface preparation methods // Environ. Sci. Technol. – 1992. – **26**. – P. 586–593.
11. *Алексеев В. С., Коммунар Г. М., Шершук Б. С.* Массоперенос в водонасыщенных горных породах. Итоги науки и техники. Сер. Гидрогеология, инженерная геология. Т. 11. – Москва, 1989. – 143 с.
12. *Олейник А. Я., Тугай А. М.* Моделирование процессов коагуляции и суффозии в прифильтровой зоне скважины // Доп. НАН України. – 2001. – № 9. – С. 190–194.
13. *Mohanka S. S.* Theory of multilayer filtration // J. Sanit. Eng. Div. ASCE. – 1969. – **95(6)**. – P. 1079–1095.
14. *Ojha C. S., Graham N. J. D.* Theoretical estimates of bulk specific deposit in deep bed filters // Water Res. – 1993. – **27**, No 3. – P. 377–388.
15. *Поляков В. Л.* Фильтрование суспензии через зернистые загрузки при переменной исходной концентрации взвеси // Пробл. водопостачання, водовідведення та гідравліки. – 2008. – Вип. 11. – С. 100–109.

Институт гидромеханики НАН України, Киев

Поступило в редакцию 13.03.2009

V. L. Polyakov

Filtration of a suspension with variable content of suspended particles through a uniform filter medium at a nonlinear mass-exchange kinetics

An exact solution of the general mathematical problem of the filtration of a suspension with a varying content of suspended particles through the uniform filter medium at a constant filtration rate and a nonlinear mass-exchange kinetics has been obtained. A number of formulae have been proposed for determining the concentration of suspended particles, head losses, and characteristic times. The solution has been illustrated by examples of the calculation of the most important filtration characteristics.