Доповіді Національної академії наук України

8 • 2009

ЕНЕРГЕТИКА

УДК 621.318.3

Член-корреспондент НАН Украины **А. Е. Божко**

О влиянии фазового сдвига между напряжением и током на тяговое усилие и колебания в электромагнитном вибровозбудителе

Показано, що фазовий зсув між напругою та струмом у електромагнітному вібровозбуджувачі збільшує кількість частот у гармоніках тягового зусилля та коливаннях якоря.

Электромагнитные вибровозбудители (ЭМВ) представляют собой осциллирующие машины, применяемые в различных технологических процессах, для движения конвейеров, динамических испытаний объектов и др. [1]. Несмотря на достаточно глубокое исследование ЭМВ, до сих пор был упущен вопрос о влиянии на динамические характеристики ЭМВ угла сдвига (ϕ) между задающим гармоническим напряжением $U(t) = U_{\text{а}} \sin \omega t$ и обусловленным им электрическим током $i(t) = I_{\text{а}} \sin(\omega t - \varphi)$ в обмотке ЭМВ. Здесь t — время; $U_{\text{а}}$, $I_{\text{а}}$ — амплитуды напряжения и тока соответственно; ω — круговая частота ($\omega = 2\pi f$, f — частота, Гц).

Рассмотрим более подробно этот вопрос. Для этого представим на рис. 1 электромагнитомеханическую схему ЭМВ, где М — магнитопровод; Я — якорь; Н — механическая нагрузка; О — обмотка; $\text{Пр}_{\text{я}}$, $\text{Пр}_{\text{м}}$ — пружины; РМ — реактивная масса; К — корпус; — фундамент; U — напряжение; I — ток; δ_0 — воздушный зазор; Φ — магнитный поток.

Якорь совместно с механической нагрузкой колеблется под действием наведенного в ЭМВ магнитного потока Φ. Для этих колебаний необходимо тяговое усилие F, действующее на якорь, которое равно 2

$$F = \frac{dW_e}{d\delta}, \tag{1}$$

где $W_e = Li^2/2$ — электрическая энергия в ЭМВ; δ — переменный воздушный зазор; L — индуктивность обмотки. Подставим значение W_e в выражение (1), считая, что $L = f(\delta)$ и

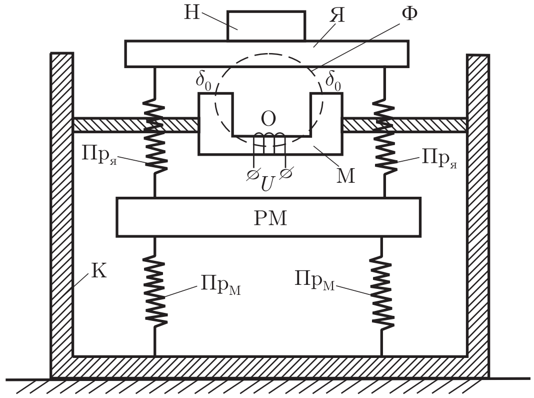

Рис. 1

$i = f(\delta)$. В прежних исследованиях [2–4] принималось, что $i \neq f(\delta)$, где f — обозначение функции. В предварительном результате имеем

$$F(t) = \frac{dW_e}{d\delta} = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{d\delta} + iL\frac{di}{d\delta}. \tag{2}$$

Ранее второе слагаемое в (2) не учитывалось и тогда тяговое усилие представлялось в виде формулы Максвелла [1, 2]. Однако покажем, что второе слагаемое в (2) является влияющим на величину F. Осуществим связь тягового усилия F и задающего напряжения $U(t) = U_\text{а} \sin \omega t$. Для этого из уравнения электрической цепи $U(t) = U_\text{а} \sin\omega t = ri(t) + Ldi(t)/dt$ получим вынужденную составляющую тока $i(t)$ в виде

$$i(t) = \frac{U_\text{а}}{\sqrt{r^2 + (\omega L)^2}} \sin(\omega t - \varphi). \tag{3}$$

Здесь r — активное сопротивление электрической цепи. Оно включает в себя активное сопротивление источника напряжения $U(t)$ в сумме с активным сопротивлением провода обмотки. Угол

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{\omega L}{r}. \tag{4}$$

В свою очередь [2],

$$L = w^2 G = \mu_0 S \frac{w^2}{2\delta}, \tag{5}$$

где G — магнитная проводимость в ЭМВ; μ_0 — магнитная проницаемость воздуха; S — площадь поперечного сечения полюса магнитопровода у воздушного зазора δ_0; w — число витков провода в обмотке. Подставим в (2) выражения (3)–(5). Получим

$$F(t) = \frac{-1}{4} \frac{U_\text{а}^2 \sin^2(\omega t - \varphi)}{r^2 + \left(\omega w^2 \dfrac{\mu_0 S}{2\delta}\right)^2} w^2 \mu_0 S \frac{d}{d\delta}\left(\frac{1}{\delta}\right) + \\ + \frac{U_\text{а}^2 \sin(\omega t - \varphi)}{\sqrt{r^2 + \left(\omega w^2 \dfrac{\mu_0 S}{2\delta}\right)^2}} w^2 \frac{\mu_0 S}{2\delta} \frac{d}{d\delta}\left[\frac{\sin(\omega t - \varphi)}{\sqrt{r^2 + \left(\omega w^2 \dfrac{\mu_0 S}{2\delta}\right)^2}}\right]. \tag{6}$$

Осуществим дифференцирование каждой оставляющей в (6), учитывая во второй составляющей, что $\varphi = (4)$. В результате получим выражение тягового усилия $F(t)$ в виде

$$F(t) = F_1(t) + F_2(t), \tag{7}$$

где

$$F_1(t) = \left[\frac{-U_{\text{a}}^w \sin(\omega t - \varphi)}{2\delta\sqrt{r^2 + \left(\omega w^2 \dfrac{\mu_0 S}{2\delta}\right)^2}}\right]^2 \mu_0 S, \tag{8}$$

$$F_2(t) = \frac{U_{\text{a}}^2 w^2 \mu_0 S}{2\delta\sqrt{r^2 + \left(\omega w^2 \dfrac{\mu_0 S}{2\delta}\right)^2}} \frac{d}{d\delta}\left[\frac{\sin\left(\omega t - \operatorname{arctg}\dfrac{\omega w^2 \mu_0 S}{2\delta}\right)}{2\delta\sqrt{r^2 + \left(\omega w^2 \dfrac{\mu_0 S}{2\delta}\right)^2}}\right] =$$

$$= \frac{\mu_0 S}{2\delta}\frac{(U_{\text{a}} w)^2}{\sqrt{r^2 + \left(\omega w^2 \dfrac{\mu_0 S}{2\delta}\right)^2}}\left[(-1)\frac{2\omega w^2 \mu_0 S r \cos(\omega t - \varphi)}{(2\delta r)^2 + (\omega w^2 \mu_0 S)^2}\sqrt{r^2 + \left(\omega w^2 \frac{\mu_0 S}{2\delta}\right)^2} - \right.$$

$$\left. - \left(\omega w^2 \frac{\mu_0 S}{2\delta}\right)^2 \frac{1}{\delta^3} \frac{\sin(\omega t - \varphi)}{\left(r^2 + \left(\omega w^2 \dfrac{\mu_0 S}{2\delta}\right)^2\right)^2 \sqrt{r^2 + \left(\omega w^2 \dfrac{\mu_0 S}{2\delta}\right)^2}}\right]. \tag{9}$$

Выражение (7) с учетом (8), (9) в общем виде следующее:

$$F(t) = a\sin^2(\omega t - \varphi) + b\cos(\omega t - \varphi) + d\sin(\omega t - \varphi), \tag{10}$$

где a, b, d — сомножители, стоящие в (7), (8), (9) перед $\sin^2(\omega t - \varphi)$, $b\cos(\omega t - \varphi)$, $d\sin(\omega t - \varphi)$ соответственно.

В (10) проведем тригонометрические преобразования [5]

$$\sin^2(\omega t - \varphi) = \frac{1}{2}[1 - \cos 2(\omega t - \varphi)];$$

$$b\cos(\omega t - \varphi) = -b\sin\left(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}\right);$$

$$-b\sin\left(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}\right) + d\sin(\omega t - \varphi) = A_1\sin(\omega t + \Psi_1) + A_2\sin(\omega t + \Psi_2) = A\sin\sin(\omega t + \Psi),$$

где

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\Psi_2 - \Psi_1)}; \qquad \Psi = \operatorname{arctg}\frac{A_1\sin\Psi_1 + A_2\sin\Psi_2}{A_1\cos\Psi + A_2\cos\Psi_2};$$

$$A_1 = -b; \qquad A_2 = d; \qquad \Psi_1 = -\left(\varphi + \frac{\pi}{2}\right); \qquad \Psi_2 = -\varphi.$$

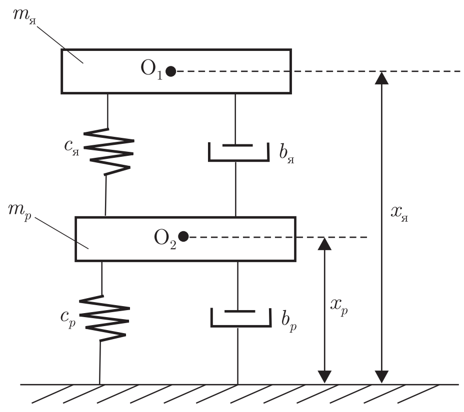

Рис. 2

С учетом тригонометрических преобразований запишем

$$F(t) = \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}a\cos 2(\omega t - \varphi) + A\sin(\omega t + \Psi). \tag{11}$$

Как видим из (11), в тяговом усилии ЭМВ имеется постоянная составляющая $F_0 = a/2$, гармоническая составляющая $a\cos 2(\omega t - \varphi)/2$ и еще одна гармоническая составляющая $A\sin(\omega t + \Psi)$. В отличие от прежних решений в данном тяговом усилии (11) кроме гармоники с частотой 2ω имеется гармоника с заданной частотой ω. Для вибровозбудителей, предназначенных работать в технологических процессах, такая совокупность гармоник с 2ω и ω мало значима, но для электромагнитных вибростендов она нежелательна. Тяговое усилие (11), воздействуя на Я, возбуждает в нем и в РМ колебания с частотами ω и 2ω. Эти колебания определяются на основе рассмотрения механической схемы ЭМВ, изображенной на рис. 2, где $m_я$ — масса Я + Н; m_p — масса РМ; $c_я$, c_p — коэффициенты жесткости Пр$_я$, Пр$_p$ соответственно; $b_я$, b_p — коэффициенты диссипации; $x_я$, x_p — перемещения Я + Н и РМ соответственно.

Как видно из рис. 2, механическая часть ЭМВ представляет собой колебательную систему с двумя степенями свободы. Дифференциальные уравнения движения этой системы следующие:

$$\left.\begin{aligned} &m_я\frac{d^2x_я}{dt^2} + b_я\frac{dx_я}{dt} + c_я x_{я1} = F(t) + b_я\frac{dx_p}{dt} + c_p x_p;\\ &m_p\frac{d^2x_p}{dt^2} + (b_я + b_p)\frac{dx_p}{dt} + (c_я + c_p)x_p = b_я\frac{dx_я}{dt} + c_я x_я. \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

Из (12) с учетом (11) видно, что Я + Н, а также РМ имеют постоянные смещения

$$x_{я0} = \frac{1}{c_я}\left(\frac{1}{2}a + c_я x_{p0}\right), \qquad x_{p0} = \frac{c_я x_{я0}}{c_я + c_p},$$

откуда

$$x_{я0} = \frac{a}{2}\frac{c_я + c_p}{c_я c_p}; \qquad x_{p0} = \frac{\text{a}}{2c_p}.$$

Система (12) является линейной. Поэтому к ней применяется принцип суперпозиции. Переменные составляющие колебаний [6] Я + Н

$$x_{я1}(t) = \frac{1}{2}\frac{a\cos[2(\omega t - \varphi) - \Psi_{kc1}]}{m_я\sqrt{(4\omega^2 - \omega_{0я}^2)^2 + \left(\dfrac{b_я 2\omega}{m_я}\right)^2}}, \tag{13}$$

$$x_{я2}(t) = \frac{A\sin[(\omega t + \Psi) - \Psi_{kc2}]}{m_я\sqrt{(\omega^2 - \omega_{0я}^2)^2 + \left(\dfrac{b_я \omega}{m_я}\right)^2}}, \tag{14}$$

$$x_{я3}(t) = \frac{\left|b_я\dfrac{dx_p}{dt}(2\omega) + c_я x_p(2\omega)\right|\cos[2(\omega t - \varphi) - \Psi_{kc} - \Psi_p]}{m_я\sqrt{(4\omega^2 - \omega_{0я}^2)^2 + \left(\dfrac{2b_я \omega}{m_я}\right)^2}}, \tag{15}$$

$$x_{я4}(t) = \frac{\left|b_я\dfrac{dx_p}{dt}(\omega) + c_я x_p(\omega)\right|\sin[\omega t + \Psi - \Psi_{kc} - \Psi_{p2}]}{m_я\sqrt{(\omega^2 - \omega_{0я}^2)^2 + \left(\dfrac{b_я \omega}{m_я}\right)^2}}, \tag{16}$$

где $\omega_{0я}$ — собственная частота колебаний Я+Н; $\Psi_{kc1} = \operatorname{arctg}\dfrac{2\omega b_я}{4\omega^2 - \omega_{0я}^2}$; $\Psi_{kc2} = \operatorname{arctg}\dfrac{\omega b_я}{\omega^2 - \omega_{0я}^2}$; $\Psi_{p1} = \operatorname{arctg}\dfrac{(b_я + b_p)2\omega}{4\omega^2 - \omega_{0я}^2}$; $\Psi_{p2} = \operatorname{arctg}\dfrac{(b_я + b_p)\omega}{\omega^2 - \omega_{0я}^2}$; ω_{0p} — собственная частота колебаний РМ.

Итак, из данных выражений видно, что Я совместно с Н совершает гармонические колебания с частотами ω и 2ω при наличии постоянного смещения $x_{я0}$, которое уменьшает воздушный зазор δ_0 до величины $\Delta\delta = \delta_0 - x_{я0}$, а с учетом колебаний — динамический воздушный зазор $\delta = \Delta\delta - \sum\limits_{k=1}^{4} x_{яk}(t)$, где $x_{яk}(t)$ — выражения (13)–(16).

Заметим: исследования, представленные в работе [7], показали, что в двухтактных ЭМВ фигурируют только частоты ω. А это значит, что даже с учетом фазового сдвига между $U(t)$ и $i(t)$ в $F(t)$ будут гармоники с частотой ω, поэтому для электромагнитных вибростендов целесообразно осуществлять двухтактный принцип возбуждения вибраций, что, в конечном итоге, обеспечит точность воспроизведения задающих вибронагрузок, действующих на испытуемые объекты. Также с этой целью можно включить в систему управления ЭМВ звено извлечения квадратного корня.

1. *Вибрации* в технике. В 6-ти т. / Под ред. Э. Э. Лавендела. – Москва: Машиностроение, 1981. – Т. 4. – 512 с.
2. *Гордон А. З., Сливинская А. Г.* Электромагнитные вибраторы переменного тока. – Москва: Энергия, 1968. – 200 с.
3. *Пеккер Н. И.* Физическое моделирование электромагнитных механизмов. – Москва: Энергия, 1969. – 65 с.
4. *Божко А. Е., Белых В. И., Мягкохлеб К. Б.* Улучшение функциональных возможностей электромагнитных вибростендов // Доп. НАН України. – 2001. – № 10. – С. 100–103.
5. *Бронштейн И. Н., Семендяев К. А.* Справочник по математике. – Москва: ГИТТЛ, 1956. – 608 с.

6. *Божко А. Е., Голуб Н. М.* Динамико-энергетические связи колебательных систем. – Киев: Наук. думка, 1980. – 188 с.
7. *Божко А. Е., Личкатый Е. А., Мягкохлеб К. Б.* О двухтактном электромагнитном вибровозбудителе // Доп. НАН України. – 2006. – № 5. – С. 90–93.

Институт проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины, Харьков

Поступило в редакцию 15.05.2008

Corresponding Member of the NAS of Ukraine **A. E. Bozhko**

On the effect of a phase shift between voltage and current on a tractive force and oscillations of an electromagnetic vibroexciter

The phase shift between voltage and current in an electromagnetic vibroexciter increases the number of frequencies in the harmonics of a tractive force and oscillations of the armature.