УДК 517.36

А. С. Хорошун

Условия абсолютной параметрической устойчивости систем Лурье

(Представлено академиком НАН Украины А. А. Мартынюком)

В роботі концепція параметричної стійкості використовується для отримання достатніх умов глобальної параметричної стійкості систем Лур'е. Знайдено область такої стійкості у просторі параметрів.

1. Постановка задачи. Рассмотрим нелинейную систему дифференциальных уравнений с управлением, относящуюся к системам типа Лурье

$$\dot{x} = A(p)x + B(p)\varphi(u). \tag{1}$$

Здесь $x(t) \in \mathbb{R}^n$ — состояние системы в момент $t \in \mathbb{R}_+$, а $u(t) \in \mathbb{R}^m$ — управление в момент времени $t \in \mathbb{R}_+$, $\varphi\colon \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^m$ — нелинейная непрерывная функция. Управление u предполагается линейным относительно состояния $x = 0$, т. е. $u = r - C(p)x$, где $r \in \mathbb{R}^m$ — корректирующий вектор, $A(p) \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $B(p) \in \mathbb{R}^{n\times m}$, $C(p) \in \mathbb{R}^{m\times n}$ — матрицы, элементы которых являются непрерывными функциями вектора-параметра $p \in \mathbb{R}^l$. Предполагаем, что при любом заданном начальном состоянии $x_0 = x(t_0)$, $t_0 \in \mathbb{R}^+$, фиксированном значении параметра p и непрерывном управлении u система уравнений (1) имеет единственное решение $x(t; x_0, p, u)$ при всех $t \geqslant t_0$.

Относительно системы (1) сделаем следующие предположения.

Предположение 1. *Система уравнений* (1) *такова, что:*

1) функция $\varphi(u) = (\varphi_1(u), \ldots, \varphi_m(u))^T$ определена и непрерывна на некотором открытом множестве $\Gamma \subseteq \mathbb{R}^m$ вместе с частными производными

$$\frac{\partial\varphi_i}{\partial u_j}, \qquad i, j = 1, \ldots, m;$$

2) точка $u = 0$ принадлежит множеству Γ, причем

$$\varphi(0) = 0 \qquad \text{и} \qquad \left.\frac{\partial\varphi(u)}{\partial u}\right|_{u=0} \neq 0;$$

3) существует значение параметра $p^* \in \mathbb{R}^l$ такое, что матрица

$$K(p) = A(p) - B(p)\left.\frac{\partial\varphi(u)}{\partial u}\right|_{u=0} C(p)$$

устойчива в точке $p = p^*$.

Отметим, что при выполнении условий предположения 1 система (1) имеет неподвижное состояние равновесия в начале координат для всех значений параметра p, если значение корректирующего вектора равно 0. Кроме того, это состояние равновесия асимптотически устойчиво, если $p = p^*$. Однако, если $r \neq 0$, то состояние равновесия становится подвижным из-за изменения значений параметров p и r. Свойства устойчивости системы (1) также зависят от значений параметров матриц A и B.

Согласно работам [1, 2], введем определение абсолютной параметрической устойчивости.

Определение 1. Система Лурье вида (1) называется абсолютно параметрически устойчивой относительно области $P \times R \subseteq \mathbb{R}^l \times \mathbb{R}^m$, если для всех $(p, r) \in P \times R$ выполняются следующие условия:

1) существует единственное состояние равновесия $x^e(p, r)$ системы (1);

2) $x^e(p, r)$ глобально асимптотически устойчиво.

В данной работе установлены достаточные условия абсолютной параметрической устойчивости системы (1) и указан подход для оценки области, относительно которой такая устойчивость имеет место. В случае, когда функция $\varphi(u)$ известна, получены конкретные оценки в пространстве параметров. Если же функция $\varphi(u)$ неизвестна, но удовлетворяет некоторым секторным условиям, то установлена такая область $P \subseteq \mathbb{R}^l$, что система (1) будет абсолютно параметрически устойчивой относительно области $P \times \mathbb{R}^m$, т. е. изменения параметра r не будут влиять на существование состояния равновесия системы (1) и его глобальную асимптотическую устойчивость.

2. Вспомогательные результаты. Пусть функция $\varphi(u)$ известна и $r = (r_1, \ldots, r_s)^T$, где r_i, $i = 1, \ldots, s$, — некоторые субвекторы вектора r с размерностями n_i, соответственно. Определим область

$$\Pi = \left\{(x, p, r) \mid \Omega_x\colon \|x\| \leqslant a, \Omega_p\colon \|p - p^*\| \leqslant b, \Omega_r = \prod_{i=1}^{s} \Omega_{r_i}, \Omega_{r_i}\colon \|r_i\| \leqslant c_i, i = 1, \ldots, s\right\}$$

такую, что для всех (p, r) из $\Omega_p \times \Omega_r$ существует $x^e(p, r)$ — единственное состояние равновесия системы (1), которое принадлежит Ω_x.

Для этого уравнение

$$A(p)x + B(p)\varphi(r - C(p)x) = 0, \tag{2}$$

из которого определяется искомое состояние равновесия, представим в виде

$$x = (K(p^*))^{-1}(K(p)x - [A(p)x + B(p)\varphi(r - C(p)x)]) - (K(p^*))^{-1}(K(p) - K(p^*))x$$

и рассмотрим итерационный процесс

$$\begin{aligned} x_{n+1} = {} & (K(p^*))^{-1}(K(p)x_n - [A(p)x_n + B(p)\varphi(r - C(p)x_n)]) - \\ & - (K(p^*))^{-1}(K(p) - K(p^*))x_n. \end{aligned} \tag{3}$$

Применим к (3) теорему о неподвижной точке в случае метрического пространства с числовым множителем в качестве оператора (см. [3]). Известно, что если итерационный процесс (3) сходится, то уравнение (2) имеет единственное решение. Достаточным условием сходимости, согласно указанной теореме, является выполнение условий

$$\begin{aligned} & \max_{p \in \Omega_p}(\|B(p)\|\|C(p)\|) \max_{u \in \Omega_u}\left\|\frac{\partial \varphi(u)}{\partial u}\bigg|_u - \frac{\partial \varphi(u)}{\partial u}\bigg|_{u=0}\right\| + \max_{p \in \Omega_p}\|K(p) - K(p^*)\| \leqslant \\ & \qquad \leqslant \frac{1}{2\|(K(p^*))^{-1}\|} \end{aligned} \tag{4}$$

для всех $u \in \Omega_u$, где $\Omega_u = \{u \in \mathbb{R}^m \mid \|U_i\| \leqslant d_i,\ i = 1, \ldots, s\}$, U_i, $i = 1, \ldots, s$, — субвекторы вектора u, и

$$\|\varphi(r)\| \leqslant \frac{a}{2\|(K(p^*))^{-1}\| \max\limits_{p \in \Omega_p} \|B(p)\|} \tag{5}$$

для всех $r \in \Omega_r$.

Так как

$$U_i = r_i - \begin{pmatrix} C_{n_1+\ldots+n_{i-1}+1}(p) \\ \ldots \\ C_{n_1+\ldots+n_i}(p) \end{pmatrix} x,$$

где $C_j(p)$ — j-я строка матрицы $C(p)$, $i = 1, \ldots, s$, $j = 1, \ldots, m$, то с помощью неравенств

$$\max_{p \in \Omega_p} \left\| \begin{pmatrix} C_{n_1+\ldots+n_{i-1}+1}(p) \\ \ldots \\ C_{n_1+\ldots+n_i}(p) \end{pmatrix} \right\| a + c_i \leqslant d_i, \qquad i = 1, \ldots, s, \tag{6}$$

и оценки (5) можем оценить границу области Π. Отметим, что в данной работе используется спектральная норма матрицы.

3. Основные теоремы. Пусть функция $\varphi(u)$ известна и область

$$\Pi = \left\{ (x, p, r) \mid \Omega_x \colon \|x\| \leqslant a, \Omega_p 1 \colon \|p - p^*\| \leqslant b1, \Omega_r = \prod_{i=1}^{s} \Omega_{r_i}, \Omega_{r_i} \colon \|r_i\| \leqslant c_i, i = 1, \ldots, s \right\}$$

определена.

Введем обозначения: $\lambda_{\min}(\cdot)$, $\lambda_{\max}(\cdot)$ — наименьшее и наибольшее собственные значения соответствующей матрицы; Q — произвольная симметрическая положительно определенная матрица размерности $n \times n$; P^* — симметрическая положительно определенная матрица, являющаяся решением матричного уравнения

$$\begin{aligned} &(K(p^*))^T P^* + P^*(K(p^*)) = -Q, \\ &M(p, p^*) = (K(p) - K(p^*))^T P^* + P^*(K(p) - K(p^*)). \end{aligned} \tag{7}$$

Имеет место теорема.

Теорема 1. *Пусть функция $\varphi(u)$, входящая в систему* (1), *удовлетворяет условию*

$$\left\| \frac{\partial \varphi(u)}{\partial u}\bigg|_u - \frac{\partial \varphi(u)}{\partial u}\bigg|_{u=0} \right\| < \frac{\lambda_{\min}(Q) - \max\limits_{p \in \Omega_p 2}(\lambda_{\max}(M(p, p^*)))}{2\|P^*\| \max\limits_{p \in \Omega_p 2}(\|B(p)\| \|C(p)\|)} \tag{8}$$

для всех $u \in \mathbb{R}^m$, где область $\Omega_p 2 = \{p \in \mathbb{R}^l \mid \|p - p^*\| \leqslant b_2\}$ такова, что

$$\max_{p \in \Omega_p 2}(\lambda_{\max}(M(p, p^*))) < \lambda_{\min}(Q). \tag{9}$$

Тогда система Лурье вида (1) *абсолютно параметрически устойчива относительно области $\Omega_p \times \Omega_r$, $\Omega_p = \Omega_p 1 \bigcap \Omega_p 2$.*

Замечание. Поскольку элементы матрицы $M(p,p^*)$ являются непрерывными функциями переменной p и в точке $p=p^*$ неравенство (9) выполняется, то область Ω_p2 существует. Аналогично обосновывается существование области Ω_p1. Таким образом, $\Omega_p=\{p\in\in\mathbb{R}^m \mid \|p-p^*\|\leqslant\min(b_1,b_2)\}$.

Доказательство. Воспользовавшись подходом, предложенным в п. 2 этой работы, определим область $\Omega_p1\times\Omega_r$, для каждого значения параметра из которой уравнение (2) имеет единственное решение $x^e(p,r)$, и область Ω_x, которой оно принадлежит. Из неравенства (9) оценим область Ω_p2 и выберем областью изменения параметров системы (1) область $(\Omega_p1\cap\cap\,\Omega_p2)\times\Omega_r$. Относительно нее условие (1) определения 1 выполнено.

Пусть функция $\varphi(u)$ удовлетворяет условие (8). Заменой переменной

$$z=x-x^e(p,r)$$

систему (1) приведем к виду

$$\dot z=A(p)(z+x^e(p,r))+B(p)\varphi(r-C(p)(z+x^e(p,r)). \tag{10}$$

Покажем, что производная функции

$$V(z)=z^TP^*z, \tag{11}$$

где P^* определяется из уравнения (7), вдоль решений системы (10), отрицательно определенная для всех $(p,r)\in\Omega_p2\times\Omega_r$ и всех $x\in\mathbb{R}^n$. То есть, функция (11) является функцией Ляпунова, которая позволяет, в силу теоремы Барбашина–Красовского [4], установить глобальную асимптотическую устойчивость нулевого состояния равновесия системы (9), суть состояния равновесия $x^e(p,r)$ системы (1)

$$\begin{aligned}\dot V(z)|_{(10)}&=z^TP^*\biggl(A(p)-B(p)\frac{\partial\varphi(u)}{\partial u}\bigg|_{\widetilde u}C(p)\biggr)z+z^T\biggl(A(p)-B(p)\frac{\partial\varphi(u)}{\partial u}\bigg|_{\widetilde u}C(p)\biggr)^TP^*z=\\&=z^T((K(p^*))^TP^*+P^*K(p^*))z+z^T[(K(p)-K(p^*))^TP^*+P^*(K(p)-K(p^*))]z-\\&\quad-z^TP^*\biggl[B(p)\biggl(\frac{\partial\varphi(u)}{\partial u}\bigg|_{\widetilde u}-\frac{\partial\varphi(u)}{\partial u}\bigg|_{u=0}\biggr)C(p)\biggr]z-\\&\quad-z^T\biggl[B(p)\biggl(\frac{\partial\varphi(u)}{\partial u}\bigg|_{\widetilde u}-\frac{\partial\varphi(u)}{\partial u}\bigg|_{u=0}\biggr)C(p)\biggr]^TP^*z,\end{aligned} \tag{12}$$

где $\widetilde u$ — некоторая точка пространства $\mathbb{R}^m$.

Продолжим оценку (12)

$$\begin{aligned}\dot V(z)|_{(10)}&\leqslant-\lambda_{\min}(Q)\|z\|^2+\max_{p\in\Omega_p2}(\lambda_{\max}(M(p,p^*)))\|z\|^2+\\&\quad+2\|P^*\|\max_{p\in\Omega_p2}\|B(p)\|\|C(p)\|\biggl\|\frac{\partial\varphi(u)}{\partial u}\bigg|_{\widetilde u}-\frac{\partial\varphi(u)}{\partial u}\bigg|_{u=0}\biggr\|\|z\|^2=\alpha(\widetilde u)\|z\|^2.\end{aligned}$$

Учитывая неравенство (7), получим, что

$$\alpha(\widetilde u)<0$$

для всех $p \in \Omega_p 2$ и всех $\widetilde{u} \in \mathbb{R}^m$, т. е. условие (2) определения 1 выполняется относительно области $\Omega_p 2 \times \mathbb{R}^m$.

Окончательно получим, что относительно области $(\Omega_p 1 \bigcap \Omega_p 2) \times \Omega_r$ выполняются условия (1), (2) определения 1 и система (1) абсолютно параметрически устойчива относительно этой области.

Теорема доказана.

Предположим теперь, что функция $\varphi(u)$ неизвестна, но известно значение ее производной в точке $u = 0$. Считаем его равным единичной матрице соответствующей размерности, т. е.

$$\left.\frac{\partial \varphi(u)}{\partial u}\right|_{u=0} = I.$$

Теорема 2. *Пусть функция $\varphi(u)$, входящая в систему* (1)*, удовлетворяет условию*

$$\left\| \left.\frac{\partial \varphi(u)}{\partial u}\right|_{u} - I \right\| \leqslant \frac{\lambda_{\min}(Q) - \max\limits_{p \in \Omega_p}(\lambda_{\max}(M(p, p^*)))}{4\|P^*\| \|K(p^*)\| \|(K(p^*))^{-1}\| \max\limits_{p \in \Omega_p}(\|B(p)\| \|C(p)\|)} \tag{13}$$

для всех $u \in \mathbb{R}^m$, где область $\Omega_p = \{p \in \mathbb{R}^l \mid \|p - p^*\| \leqslant b\}$ такова, что выполняется система неравенств

$$\frac{\lambda_{\min}(Q) - \max\limits_{p \in \Omega_p}(\lambda_{\max}(M(p, p^*)))}{4\|P^*\| \|K(p^*)\| \|(K(p^*))^{-1}\|} + \max_{p \in \Omega_p} \|K(p) - K(p^*)\| \leqslant \frac{1}{2\|(K(p^*))^{-1}\|}, \tag{14}$$

$$\max_{p \in \Omega_p}(\lambda_{\max}(M(p, p^*))) < \lambda_{\min}(Q). \tag{15}$$

Тогда система Лурье вида (1) *абсолютно параметрически устойчива относительно области $\Omega_p \times \Omega_r$, $\Omega_r = \{r \in \mathbb{R}^m \mid \|r\| \leqslant c\}$, где c — произвольное как угодно большое наперед заданное положительное число.*

Замечание. Поскольку элементы матриц $M(p, p^*)$ и $K(p)$ являются непрерывными функциями переменной p и в точке $p = p^*$ неравенства (14) и (15) выполняются, то область Ω_p существует.

Доказательство. Согласно доказательству теоремы 1, если функция $\varphi(u)$ удовлетворяет условию (8) относительно области Ω_p, которая определяется из условия (15), то условие (2) определения 1 для системы (1) выполняется относительно области $\Omega_p \times \mathbb{R}^m$. Так как $\|K(p^*)\| \|(K(p^*))^{-1}\| \geqslant 1$ и для всех p из Ω_p неравенство (15) выполняется, то неравенство (13) обеспечивает выполнение условия (2) определения 1 для системы (1) относительно области $\Omega_p \times \mathbb{R}^m$. Покажем, что условие (1) определения 1 выполняется относительно области $\Omega_p \times \Omega_r$, где Ω_r указано в условии теоремы 2.

Пусть c — произвольное положительное число и область

$$\Pi = \{(x, p, r) \mid \Omega_x \colon \|x\| \leqslant a, \Omega_p \colon \|p - p^*\| \leqslant b,\ \Omega_r \colon \|r\| \leqslant c\},$$

где

$$a = 2\|(K(p^*))^{-1}\| \max_{p \in \Omega_p} \|B(p)\| \left(\frac{\lambda_{\min}(Q) - \max\limits_{p \in \Omega_p}(\lambda_{\max}(M(p, P^*)))}{4\|P^*\| \|K(p^*)\| \|(K(p^*))^{-1}\| \max\limits_{\Omega_p}(\|B(p)\| \|C(p)\|)} + 1 \right) c.$$

Согласно подходу, используемому для нахождения области П, при всех $(p, r) \in \Omega_p \times \Omega_r$ условием существования единственного решения уравнения (2), принадлежащего Ω_x, являются неравенства

$$\max_{p\in\Omega_p}(\|B(p)\|\|C(p)\|)\left\|\frac{\partial\varphi(u)}{\partial u}\bigg|_u - \frac{\partial\varphi(u)}{\partial u}\bigg|_{u=0}\right\| + \max_{p\in\Omega_p}\|K(p) - K(p^*)\| \leqslant \frac{1}{2\|(K(p^*))^{-1}\|} \quad (16)$$

для всех $u \in \Omega_u = \{u \in \mathbb{R}^m \mid \|u\| \leqslant d\}$;

$$\|\varphi(r)\| \leqslant \frac{a}{2\|(K(p^*))^{-1}\| \max\limits_{p\in\Omega_p}\|B(p)\|} - \quad (17)$$

для всех $r \in \Omega_r$.

Определив d и Ω_p из неравенства (16), с помощью неравенства

$$\max_{p\in\Omega_p}\|C(p)\|a + c \leqslant d \quad (18)$$

и (17) можем оценить область П.

Из неравенств (16) и (13) получим, что для всех p из области Ω_p, которая определяется из неравенств (14) и (15), неравенство (16) выполняется для всех $u \in \mathbb{R}^m$, т. е. d можно выбирать произвольным положительным числом. Значит, при выбранных нами a и c неравенство (18) выполняется.

Покажем, что условие (17) относительно области Ω_p, которая выбирается так, как указано в условии теоремы 2, выполняется для всех $r \in \Omega_r$

$$\begin{aligned}
\|\varphi(r)\| &= \left\|\varphi(0) + \frac{\partial\varphi(u)}{\partial u}\bigg|_{u=\widetilde{r}} r\right\| \leqslant \left\|\frac{\partial\varphi(u)}{\partial u}\bigg|_{u=\widetilde{r}}\right\| c \leqslant \\
&\leqslant \left(\left\|\frac{\partial\varphi(u)}{\partial u}\bigg|_{u=\widetilde{r}} - \frac{\partial\varphi(u)}{\partial u}\bigg|_{u=0}\right\| + \left\|\frac{\partial\varphi(u)}{\partial u}\bigg|_{u=0}\right\|\right) c \leqslant \\
&\leqslant \left(\frac{\lambda_{\min}(Q) - \max\limits_{p\in\Omega_p}(\lambda_{\max}(M(p, p^*))}{4\|P^*\|\|K(p^*)\|\|(K(p^*))^{-1}\| \max\limits_{p\in\Omega_p}(\|B(p)\|\|C(p)\|)} + 1\right) c = \\
&= \frac{a}{2\|(K(p^*))^{-1}\| \max\limits_{p\in\Omega_p}(\|B(p)\|)}.
\end{aligned}$$

Значит, условие (17) относительно области Ω_p выполняется для всех $r \in \Omega_r$. Для всех значений параметра из области $\Omega_p \times \Omega_r$ существует единственное решение уравнения (2), принадлежащее области Ω_x, суть условие (1) определения 1 выполняется относительно области $\Omega_p \times \Omega_r$. Окончательно получим, что относительно области $\Omega_p \times \Omega_r$, которая определяется так, как указано в условии теоремы 2, выполняются условия (1) и (2) определения 1, т. е. система Лурье вида (1) абсолютно параметрически устойчива относительно этой области.

Теорема доказана.

4. Пример. Рассмотрим систему дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = A(p)x + B(p)f(r - C(p)x), \quad (19)$$

где $x = (x_1, x_2, x_3)^T$, $p \in \mathbb{R}^1$, $r \in \mathbb{R}^1$, $A(p) = \begin{pmatrix} 0 & 1+p & 0 \\ 7{,}3+p & -12{,}6-p^2 & -2{,}5+p \\ 0 & 5+p^3 & 0 \end{pmatrix}$, $B(p) =$ $= \begin{pmatrix} 0 \\ -2{,}5-p^2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $C(p) = \begin{pmatrix} -8-p^2 & -0{,}1 & 0{,}1 \end{pmatrix}$, $f(u) = \dfrac{1}{270}\arctan(u)$.

Покажем, что система Лурье (19) абсолютно параметрически устойчива и определим область $\Pi = \{(x,p,r) \mid \Omega_x\colon \|x\| \leqslant a,\ \Omega_p\colon \|p-p^*\| \leqslant b,\ \Omega_r\colon \|r\| \leqslant c\}$ такую, что относительно области $\Omega_p \times \Omega_r$ такая устойчивость имеет место.

Определим матрицу

$$K(p) = \begin{pmatrix} 0 & 1+p & 0 \\ -p^4 - 10{,}5p^2 + p - 12{,}7 & -1{,}1p^2 - 12{,}85 & 0{,}1p^2 + p - 2{,}25 \\ 8+p^2 & p^3 + 5{,}1 & -0{,}1 \end{pmatrix}$$

и выбрав $p^* = 0$, получим

$$K(p^*) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -12{,}7 & -12{,}85 & -2{,}25 \\ 8 & 5,1 & -0{,}1 \end{pmatrix} -$$

устойчивую матрицу. Из уравнения (7) для матрицы $Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ матрица P^* имеет вид $P^* = \begin{pmatrix} 2{,}776 & 0{,}446 & 0{,}646 \\ 0{,}446 & 0{,}154 & 0{,}202 \\ 0{,}646 & 0{,}202 & 0{,}454 \end{pmatrix}$. Применяя подход, указанный в п. 2, вычислим область

$$\Pi = \{(x,p,r) \mid \Omega_x\colon \|x\| \leqslant 0{,}035,\ \Omega_p 1\colon |p| \leqslant 0{,}07,\ \Omega_r\colon |r| \leqslant 0{,}729\}$$

и, используя неравенство (9), область $\Omega_p 2 = \{p \in \mathbb{R}^1 \mid |p| \leqslant 0{,}221\}$. Неравенство (8) относительно области $\Omega_p 2$ выполняется для всех $u \in \mathbb{R}^1$. Значит, согласно теореме 1, система (19) абсолютно параметрически устойчива относительно области

$$\Omega_p \times \Omega_r = \{(p,r) \mid |p| \leqslant 0{,}07, |r| \leqslant 0{,}729\}.$$

Пусть функция $\varphi(u)$ неизвестна, но известно, что $\left.\dfrac{\partial\varphi(u)}{\partial u}\right|_{u=0} = 1$. Тогда, используя теорему 2, получим, что если функция $\varphi(u)$ удовлетворяет условию

$$\left\| \left.\frac{\partial\varphi(u)}{\partial u}\right|_u - 1 \right\| \leqslant 6{,}385 \times 10^{-5},$$

то система (19) абсолютно параметрически устойчива относительно области $\Omega_p \times \mathbb{R}^1$, где $\Omega_p = \{p \in \mathbb{R}^1 \mid |p| \leqslant 0{,}085\}$.

Отметим, что полученные результаты можно использовать для применения в теории управления (см. [5–7]) и смежных областях.

1. *Wada T., Ikeda M., Ohta Y., Šiljak D. D.* Parametric absolute stability of multivariable Lur'e systems: a Popov-type condition and application of polygon interval arithmetic // Nonlinear Analysis, Theory, Methods, Applications – 1997. – **30**, No 6. – P. 3713–3723.
2. *Ikeda M., Ohta Y., Šiljak D. D.* Parametric stability // Proceedings of the Univ. di Genova – The Ohio State University Joint Conference. – Boston; Basel; Berlin: Birkhäuser, 1991.
3. *Коллатц Л.* Функциональный анализ и вычислительная математика. – Москва: Мир, 1969. – 447 с.
4. *Ляпунов А. М.* Общая задача об устойчивости движения: Собр. соч. в 5-ти т. – Москва: Изд-во АН СССР, 1956. – Т. 2. – С. 7–264.
5. *Larin V. B.* On static output-feedback stabilization of a periodic system // Int. Appl. Mech. – 2006. – **42**, No 3. – P. 357–364.
6. *Larin V. B., Tunik A. A.* Dynamic output feedback compensation of external disturbances // Ibid. – 2006. – **42**, No 5. – P. 606–614.
7. *Martynyuk A. A., Nikitina N. V.* On oscillations of a frictional pendulum // Ibid. – 2006. – **42**, No 2. – P. 214–221.

Институт механики им. С. П. Тимошенко
НАН Украины, Киев

Поступило в редакцию 08.10.2009

A. S. Khoroshun

The conditions for absolute parametric stability of Lur'e systems

The concept of parametric stability is used to obtain sufficient conditions for global parametric stability of Lur'e systems. A region with such a stability in the space of parameters is found.