



УДК 552.323

© 2010

О. В. Арясова, Я. М. Хазан

Сегрегация расплава внутри ограниченных частично расплавленных зон с низкой степенью плавления: результаты численного моделирования

(Представлено академиком НАН Украины В. И. Старостенко)

Базуючись на загальній теорії, розвинутої раніше, виконано числове моделювання сегрегації розплаву всередині частково розплавленої зони. Стіль і характерний час сегрегації контролюється параметром сегрегації $\gamma_s = (L/\delta_s)^2$, де L — потужність частково розплавленої зони; δ_s — довжина сегрегації. При $\gamma_s \leq 1$ увесь розплав збирається у верхній частині зони, причому час сегрегації не залежить від в'язкості розплаву, проникності та спадає $\sim L^{-1}$. При $\gamma_s \gg 1$ формується послідовність відокремлених хвиль спадної амплітуди, час сегрегації не залежить від в'язкості матриці та зростає $\sim L$. Можна припустити, що випадок $\gamma_s \leq 1$ відповідає сегрегації ультраосновних і малов'язких ($\mu \leq 1$ Па·с) розплавів (карбонатитів і кімберлітів), а протилежний випадок $\gamma_s \gg 1$ — сегрегації більш в'язких ($\mu \geq 10^2$ – 10^3 Па·с) основних розплавів.

Давление в расплаве, заполняющем пористость в частично расплавленной системе, определяется конкуренцией просачивания, которое приближает градиент давления в расплаве к гидростатическому, увеличивая разность давлений между расплавом и матрицей, а также неупругой деформации пор, приводящей к уменьшению этой разности давлений. Общее уравнение, выражающее условие невозможности образования пустот в пористой системе, имеет вид [1]:

$$\frac{1}{K_{\text{эф}}} \frac{\partial p}{\partial t} = \left. \frac{\partial \ln \varphi}{\partial t} \right|_{\text{пр}} - \left. \frac{\partial \ln \varphi}{\partial t} \right|_{\text{д}}, \quad (1)$$

где $1/K_{\text{эф}}$ — эффективная сжимаемость; p — давление в расплаве; $\varphi(t, \mathbf{r})$ — объемное содержание расплава.

Выражение в правой части уравнения (1) описывает скорость изменения пористости вследствие просачивания (пр) расплава и вязкой деформации (д) матрицы, которые рассчитывали без учета упругости. Вместе с определяющими эти скорости уравнениями уравнение (1) позволяет полностью решить задачу о миграции расплава относительно матрицы.

Далее будем считать, что просачивание расплава подчиняется уравнению Дарси, реология является линейной (вязкость или диффузионная ползучесть) и характеризуется реологическим параметром η , который назовем вязкостью:

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right|_d = A(\varphi) \varphi \frac{\Delta P}{\eta}. \quad (2)$$

Если поры располагаются по ребрам кубической решетки, то $A(\varphi) \simeq (1 - 4\varphi/3\pi)^{-1}$.

В этом приближении

$$\frac{1}{K_{\text{эф}}} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{\varphi} \operatorname{div} \frac{k}{\mu} (\nabla p - \rho_l \mathbf{g}) - A(\varphi) \frac{p - p_m}{\eta}. \quad (3)$$

Первое слагаемое в правой части уравнения описывает изменения давления вследствие фильтрации, второе — влияние вязкой релаксации матрицы.

В приближении несжимаемых расплава и матрицы $1/K_{\text{эф}} \rightarrow 0$. Тогда в одномерном случае (ось Z направлена вверх) уравнение (1) —

$$\frac{\partial}{\partial z} \frac{k}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial z} + \rho_l g \right) = \varphi A(\varphi) \frac{p - p_m}{\eta}. \quad (4)$$

Обычно принимается, что проницаемость степенным образом зависит от пористости $k(\varphi) = k_0 \varphi^n$, где $n = 2, 3$, а размерный коэффициент k_0 квадратично зависит от размера зерна.

Пусть φ_0 — характерная величина пористости, а L — мощность частично расплавленной области. Введем безразмерные величины: координату $\zeta = z/L$, время $\tau = t \Delta \rho g L / \eta$ и давление $\Pi = (p - p_m) / \Delta \rho g L$. В безразмерных переменных уравнения (1) и (4) записываются следующим образом:

$$\frac{\partial \psi}{\partial \tau} = \psi A(\varphi_0 \psi) \Pi, \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial \zeta} \psi^n \left(\frac{\partial \Pi}{\partial \zeta} - 1 \right) - \gamma_s \psi A(\varphi_0 \psi) \Pi = 0, \quad (6)$$

где $\gamma_s = L^2 / \delta_s^2$ — параметр сегрегации, а $\delta_s = \sqrt{k(\varphi_0) \eta / \varphi_0 \mu}$ назовем длиной сегрегации по аналогии с длиной компакции, введенной МакКензи [2].

Если теперь вернуться к уравнению (3), то легко увидеть, что характерное время установления литостатического распределения давления в расплаве (первое слагаемое в правой части уравнения (3)) $\tau_d = \eta / K_{\text{эф}}$, а характерное время установления гидростатического распределения давления (второе слагаемое в правой части уравнения (3)) $\tau_{\text{пр}} = \gamma_s \eta / K_{\text{эф}}$, т. е. отношение времен релаксации

$$\frac{\tau_{\text{пр}}}{\tau_d} = \gamma_s. \quad (7)$$

Заметим также, что, как следует из формулы (6), по порядку величины

$$\frac{\|\partial \Pi / \partial \zeta - 1\|}{\|\Pi\|} \sim \gamma_s. \quad (8)$$

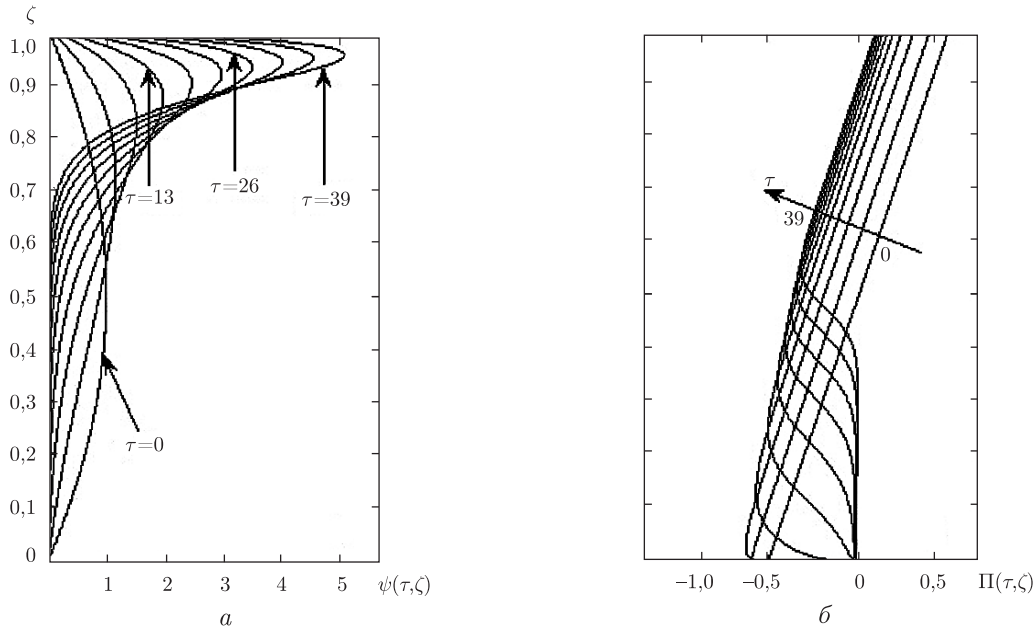


Рис. 1. Эволюция безразмерной пористости $\psi(\tau, \zeta)$ (а) и безразмерного давления $\Pi(\tau, \zeta)$ (б) при $\gamma_s = 10^{-2}$, $n = 3$ и $0 \leq \tau \leq 39$. Начальное распределение пористости $\psi(0, \zeta) = 4\zeta(1 - \zeta)$. Стрелка на правой панели показывает направление возрастания времени, а также значения времени, соответствующие первому и последнему профилям

Величина в числителе (8) представляет собой характерное значение отклонения градиента давления в расплаве от гидростатического, а $\|\Pi\|$ характеризует отклонение давления в расплаве от литостатического в матрице.

Таким образом, при $\gamma_s \ll 1$ гидростатическое распределение давления устанавливается быстрее, чем литостатическое, и соответственно отклонение градиента давления в расплаве от гидростатического мало по сравнению с разностью давлений в расплаве и матрице. В этом предельном случае можно приближенно считать, что в расплаве поддерживается гидростатический градиент давления. В противоположном пределе $\gamma_s \gg 1$ давление в расплаве приближенно равно давлению в матрице.

Результаты моделирования. Эволюцию пористости и давления в случаях $\gamma_s = 10^{-2}$ и $\gamma_s = 10^2$ иллюстрируют рис. 1 и 2 соответственно. Начальное распределение пористости всюду принимается параболическим $\psi(0, \zeta) = 4\zeta(1 - \zeta)$ с максимумом посередине зоны и нулевыми значениями на границах. На каждом из рисунков левая панель (а) показывает, как эволюционирует безразмерное содержание расплава $\psi(\tau, \zeta)$, а правая (б) — безразмерное давление $\Pi(\tau, \zeta)$.

Как видно из рис. 1, при $\gamma_s = 10^{-2}$ практически весь расплав перемещается в верхнюю часть зоны частичного плавления, где формируется слой, в котором максимальное содержание быстро нарастает и за безразмерное время $\tau \simeq 40$ достигает 5. Градиент давления при $\tau = 0$ равен гидростатическому почти во всей области, но с течением времени в нижней части зоны возникает и постепенно расширяется область, в которой пористость и проницаемость становятся настолько малыми, что просачивание не успевает компенсировать изменения давления, вызываемые релаксацией матрицы, и давление расплава практически сравнивается с давлением в матрице ($\Pi \approx 0$). В верхней части зоны давление остается гидростатическим, но мощность этой области со временем уменьшается.

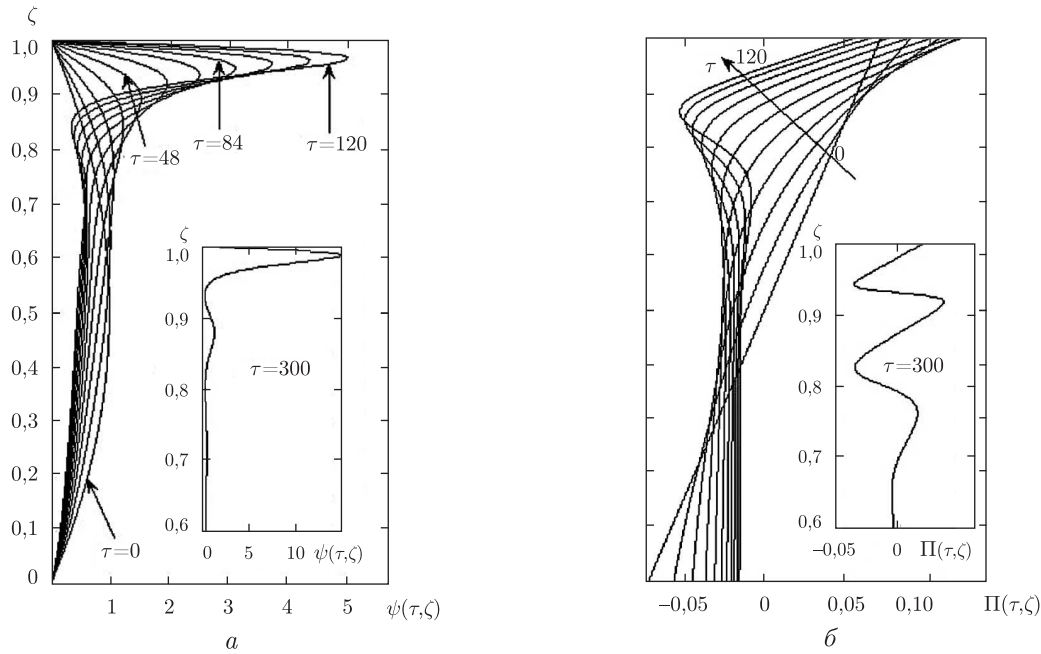


Рис. 2. Эволюция безразмерной пористости $\psi(\tau, \zeta)$ (а) и безразмерного давления $\Pi(\tau, \zeta)$ (б) при $\gamma_s = 10^2$, $n = 3$ и $0 \leq \tau \leq 120$.

На врезках: распределения пористости (а) и давления (б) при $\tau = 300$

Как видно из рис. 2, при $\gamma_s = 10^2$ пористость и давление эволюционируют совершенно иначе. На начальном этапе происходит общее смещение расплава вверх без превышения начального максимума распределения, равного 1. Затем в верхней части зоны формируется обогащенный расплавом слой (уединенная волна), который снизу ограничен минимумом пористости и соответственно проницаемости. Этот минимум препятствует поступлению расплава из нижележащих слоев, поэтому обогащенный слой в дальнейшем эволюционирует таким образом, что полное содержание расплава в нем остается приблизительно постоянным, при этом слой становится тоньше и максимум пористости возрастает, а ограничивающий его снизу минимум пористости углубляется.

Эволюция давления при $\gamma_s = 10^2$ также резко отличается от вариантов, приведенных на рис 1, при $\gamma_s = 10^{-2}$ (см. рис. 2, б). В этом случае $\Pi \leq 0,05-0,1$, т.е. разность давлений в расплаве и матрице не превышает примерно 5–10% гидростатического перепада давлений в частично расплавленной зоне $\Delta\rho gL$ (см. рис. 2, б). Другими словами, в течение всего времени эволюции давление в расплаве мало отличается от давления в матрице. Именно вследствие этого, эволюция частично расплавленной системы при $\gamma_s \gg 1$ оказывается медленной. Резкий минимум давления в верхней части зоны расположен несколько выше минимума пористости и приводит к закрытию пористости в нижней части волны и уменьшению ее мощности.

Вслед за первой волной формируется вторая, что хорошо видно на профилях пористости и давления, рассчитанных при $\tau = 300$ и показанных на врезках рис. 2. Даже после образования второй волны в “хвосте” распределения расплава в зоне частичного плавления остается примерно его треть. Не вызывает сомнений, что после того как вторая волна сформируется, возникнет третья, и этот процесс будет продолжаться до затвердевания

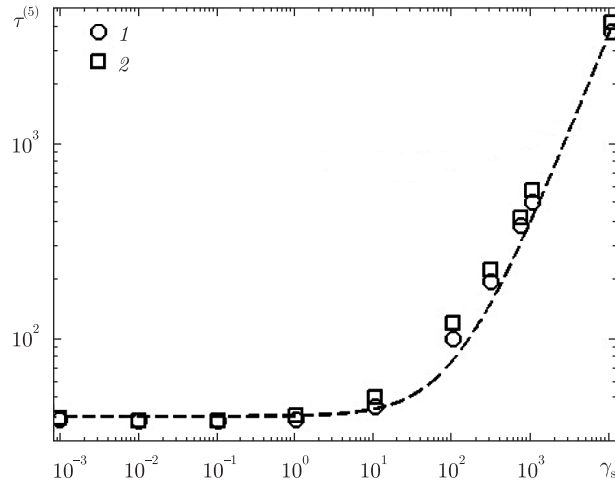


Рис. 3. Характерное время сегрегации $\tau^{(5)}(\gamma_s)$: 1 и 2 — результаты расчета при $k(\varphi) \sim \varphi^2$ и $k(\varphi) \sim \varphi^3$ соответственно.

Уравнение аппроксимирующей штриховой линии $\tau^{(5)}(\gamma_s) = 0,38\gamma_s + 40$

расплава. Структура пород, формирующаяся при этом, сходна со строением расслоенных интрузий.

Время сегрегации. Расплав покидает область частичного плавления после того, как образуется вертикальная дайка, по которой происходит его транспортировка на поверхность. Последовательной теории этого процесса в настоящее время пока нет. Поэтому определение времени сегрегации невозможно ввести однозначным образом. В качестве количественной характеристики скорости сегрегации примем время $\tau^{(5)}(\gamma_s)$, в течение которого максимум первоначально параболического распределения безразмерной пористости $\psi(0, \zeta) = 4\zeta(1 - \zeta)$ возрастает в пять раз, т. е.

$$\max_{\zeta}(\psi(\tau^{(5)}, \zeta)) = 5. \quad (9)$$

Основным параметром, от которого зависит $\tau^{(5)}$, является γ_s .

Изменение $\tau^{(5)}(\gamma_s)$ в интервале $10^{-3} \leq \gamma_s \leq 10^4$ иллюстрирует рис. 3. Штриховая линия $\tau^{(5)}(\gamma_s) = 0,38\gamma_s + 40$ является приближенной аппроксимацией численных результатов. Как видно из рисунка, при $\gamma_s \leq 1$ $\tau^{(5)}(\gamma_s \leq 1)$ приблизительно постоянно и близко к 40, т. е. размерное время сегрегации

$$\tau^{(5)}(\gamma_s \leq 1) \cong 40 \frac{\eta}{\Delta\rho g L} \quad (10)$$

не зависит от вязкости расплава и проницаемости и убывает с ростом мощности зоны плавления.

При $\gamma_s \geq 10^3$ $\tau^{(5)}(\gamma_s) \sim \gamma_s$. В размерных переменных

$$\tau^{(5)}(\gamma_s \geq 10^3) \cong 0,38\gamma_s \frac{\eta}{\Delta\rho g L}$$

или

$$\tau^{(5)}(\gamma_s \geq 10^3) \cong 0,38\varphi_0 \frac{\mu L}{\Delta\rho g k(\varphi_0)}, \quad (11)$$

т. е. в этом пределе характерное время релаксации не зависит от реологии матрицы и возрастает $\sim L$.

Таким образом, параметр γ_s определяет не только стиль сегрегации, но и ее скорость. Несмотря на то что значения параметров, входящих в уравнения (10), (11), известны не очень хорошо и в реальных условиях могут значительно различаться, приведем некоторые численные оценки: примем размер зерна $a = 3$ мм, $\varphi_0 = 10^{-2}$, мощность зоны плавления $L = 10$ км, вязкость матрицы и расплава — $3 \cdot 10^{18}$ и 1 Па · с соответственно, разуплотнение расплава относительно матрицы $\Delta\rho = 100$ кг/м³.

Главная неопределенность в значении γ_s связана с величиной проницаемости (5). Если принять $k_0 = a^2/B$, где B — коэффициент, приблизительно равный 300–1000, при $n = 2, 3$ (см., например, [2, 3] и ссылки), то приведенная проницаемость $k(\varphi_0)/\varphi_0 \sim 10^{-10}$ при $n = 2$ и $k(\varphi_0)/\varphi_0 \sim 3 \cdot 10^{-12}$ при $n = 3$. При этом длина сегрегации δ_s варьируется в пределах от 17 до 3 км, а соответствующие значения $\gamma_s \approx 0,3$ –10 попадают (как видно из рис. 3) в пограничную область между двумя режимами сегрегации. Можно заключить, что сегрегация маловязких ($\mu \leq 0,1$ Па · с) ультраосновных щелочных расплавов (карбонатиты, кимберлиты) происходит по сценарию $\gamma_s \leq 1$, а основных с вязкостью $\mu \geq 10$ –100 Па · с (базальты) и кислых расплавов — по сценарию $\gamma_s \gg 1$.

В случае сегрегации глубинных ультраосновных щелочных расплавов из (11) следует, что размерное характерное время сегрегации $\tau^{(5)}(\gamma_s \leq 1) \simeq 0,4$ млн лет, что, во всяком случае, не противоречит такому известному факту: активность источников кимберлитов продолжается не более нескольких миллионов лет [4–6]. Время сегрегации (11) позволяет также оценить мощность зоны плавления и объем извержений, например, если плавление имеет декомпрессионную природу, т. е. его причиной является понижение солидуса в процессе всплывания термика. Действительно, если предположить, что диапир, температура которого является субсолидусной, всплывает адиабатически, то плавление начинается после того как температура его вершины сравнивается с солидусом. В этом случае время сегрегации следует сопоставить со временем перемещения термика $L/V_{\text{тер}}$, всплывающего со скоростью $V_{\text{тер}}$, на расстояние L (км), откуда при $V_{\text{тер}} = 2$ см · год⁻¹:

$$L_{\text{сег}} \sim \left(\frac{40V_{\text{тер}}\eta}{\Delta\rho g} \right)^{1/2} \approx 10. \quad (12)$$

При дальнейшем всплывании термика образуется новая зона плавления, которая увеличивается, пока сегрегация опять не станет возможной. Процесс будет повторяться до тех пор, пока весь термик не пересечет поверхность солидуса, т. е. вполне реально возникновение кластера приблизительно одновозрастных и односоставных магматических извержений, характерных для кимберлитовых провинций [4, 7].

Несмотря на ряд неясностей, связанных с этим сценарием, который представляется привлекательным, поскольку наблюдаемая корреляция кимберлитовых полей с малоамплитудными поднятиями диаметром $D \sim 20$ –80 км (многочисленные примеры этого можно найти в обзорах [7, 8]), возможно, свидетельствует о том, что кимберлитообразование происходило на фоне восходящих движений в мантии в области с характерным размером $\sim D$.

При высоких значениях γ_s сегрегация происходит медленнее. Сравнивая первое из равенств (11) с уравнением (10), находим, что при одном и том же значении $\eta/\Delta\rho g L$ сегрегация при $\gamma_s \geq 10^3$ (или, что то же самое, $L \geq 30\delta_{r0}$) требует примерно в $10^{-2}\gamma_s$ раз большего времени, чем при $\gamma_s \leq 1$. Причинами высоких значений γ_s могут быть значительная вязкость

расплава и/или мелкозернистость матрицы. В этой связи интересны наблюдения Уэйджера и Брауна [9, с. 520–521], которые подчеркивают, что “. . . расслоенность характерна (и практически обязательна) для крупных интрузивов, возникших за счет родоначальной базальтовой магмы”, но при этом “. . . в большинстве случаев родоначальная магма имела толеитовый состав (как правило, с высоким содержанием глинозема) . . . Авторам не известны крупные расслоенные интрузивы с родоначальной магмой щелочного состава”. С точки зрения рассмотренной выше модели сегрегации эти наблюдения, возможно, объясняются тем фактором, что при сопоставимых температурах вязкость толеитовых базальтов, по крайней мере, на порядок превышает вязкость щелочных базальтов [10]. Экспериментальной проверкой данного предположения может служить предсказание модели об убывании амплитуды уединенных волн в процессе сегрегации (см. рис. 2).

1. Арясова О. В., Хазан Я. М. Взаимодействие просачивания и неупругой деформации пористости при сегрегации расплава в частично расплавленных системах // Доп. НАН України. – 2010. – № 4. – С. 110–116.
2. McKenzie D. The generation and compaction of partially molten rock // J. Petrol. – 1984. – **25**. – P. 713–765.
3. Spiegelman M. Flow in deformable porous media. Part 1. Simple analysis // J. Fluid. Mech. – 1993. – **247**. – P. 17–38.
4. Владимиров Б. М., Соловьева Л. В., Киселев А. И. и др. Кимберлиты и кимберлитоподобные породы: Кимберлиты – ультраосновная формация древних платформ. – Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1990. – 264 с.
5. Heaman L., Kjarsgaard B., Creaser R. The timing of kimberlite magmatism in North America: Implications for global kimberlite genesis and diamond exploration // Lithos. – 2003. – **71**. – P. 153–184.
6. Heaman L., Kjarsgaard B., Creaser R. The temporal evolution of North American kimberlites // Ibid. – 2004. – **76**. – P. 377–397.
7. Ваганов В. И. Алмазные месторождения мира и России. – Москва: Геоинформмарк, 2000. – 371 с.
8. Kaminsky F. V., Feldman A. A., Varlamov V. A. et al. Prognostication of primary diamond deposits // J. Geochem. Exploration. – 1995. – **53**. – P. 167–182.
9. Уэйджер Л., Браун Г. Расслоенные изверженные породы. – Москва: Мир, 1970. – 551 с.
10. McBirney A. R., Murase T. Rheological properties of magmas // Ann. Rev. Earth Planet. Sci. – 1984. – **12**. – P. 337–357.

Институт геофизики им. С. И. Субботина
НАН Украины, Киев

Поступило в редакцию 05.08.2009

O. V. Aryasova, Ya. M. Khazan

Melt segregation inside partially molten zones: numerical modeling results

Based upon a developed earlier general theory, the 1D melt segregation inside a partially molten zone is studied. It is shown that the key parameter governing the segregation style and a characteristic segregation time is $\gamma_s = (L/\delta_s)^2$, where L is the partially molten zone thickness, δ_s is the segregation length. If $\gamma_s \leq 1$, all the melt segregates to the top of the zone, the segregation time scales as L^{-1} and is independent of the melt viscosity and permeability. If $\gamma_s \gg 1$, a series of decreasing amplitude solitary waves forms, the segregation time being independent of the matrix viscosity and scaling as L . One may assume that the case $\gamma_s \leq 1$ corresponds to the segregation of ultramafic and low viscosity ($\mu \leq 1 \text{ Pa} \cdot \text{s}$) melts (carbonatites and kimberlites), while the opposite case $\gamma_s \gg 1$ relates to the segregation of more viscous ($\mu \geq 10^2\text{--}10^3 \text{ Pa} \cdot \text{s}$) basic melts.