



УДК 550.34

© 2011

Член-кореспондент НАН України В. А. Даниленко, С. В. Микуляк

Розподіл сил у структурованому середовищі в полі сили тяжіння

Проведено розрахунки тривимірного деформування дискретних масивів з двома розподілами структурних елементів за розмірами в полі сили тяжіння й при навантаженні масивним поршнем. Отримано розподіли сил між елементами структури. Знайдено, що ці розподіли в ієрархічному середовищі мають степеневий характер, а отже, характеризуються масштабною інваріантністю.

Для структурованих середовищ, які знаходяться у гравітаційному полі, характерним є істотна неоднорідність полів напружень та деформацій. Часом відхилення сил взаємодії між елементами структури від середнього значення може досягати критичних значень, що спричиняє до процесів втрати стійкості середовища або руйнування стінок вмістища, в якому знаходиться даний масив. Розподіл сил у статичному масиві гранул інтенсивно досліджувався в експериментах [1–5] та за допомогою комп'ютерного моделювання [6–9]. Як свідчать ці дослідження, у розподілі для великих сил має місце експоненціальне згасання і ця універсальна закономірність не залежить від властивостей структурних елементів, коефіцієнта тертя й щільності упаковки тощо.

У даному повідомленні за допомогою комп'ютерного моделювання проведено дослідження розподілів сил у дисперсному структурованому середовищі, яке знаходиться у полі сили тяжіння в навантаженому та ненавантаженому станах. Авторами розглядаються два випадки розподілу елементів структури за розмірами: гауссів розподіл з невеликою дисперсією та випадок середовища, утвореного елементами трьох розмірів, співвідношення між сусідніми розмірами яких становить $L_i/L_{i+1} = 2$, що є характерним для геофізичного середовища.

В області, що має форму паралелепіпеда, випадковим чином розташовується 20000 елементів сферичної форми з гауссовим розподілом за розмірами. Під дією сили тяжіння кулі падають донизу, утворюючи ущільнений масив (рис. 1). Для розрахунку руху елементів використовувалась комп'ютерна програма для тривимірного моделювання, що побудована на основі методу дискретних елементів. Кулі мали такі параметри: $r_0 = 1,5 \cdot 10^{-3}$ м; $E = 2,11 \cdot 10^{11}$ Па; $v = 0,32$; $\rho = 7,812 \cdot 10^3$ кг/м³, де r_0 — середній радіус, E — модуль Юнга, v — коефіцієнт Пуассона, ρ — щільність. Розподіл сили взаємодії між елементами структури у напівлогарифмічних координатах показаний на рис. 2, а, з якого видно, що функція

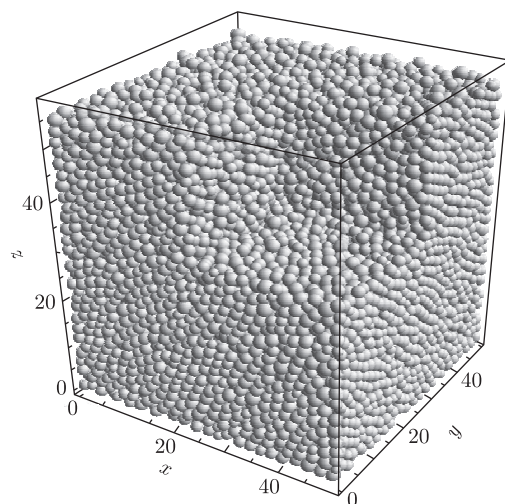


Рис. 1. Ущільнений у гравітаційному полі дискретний масив

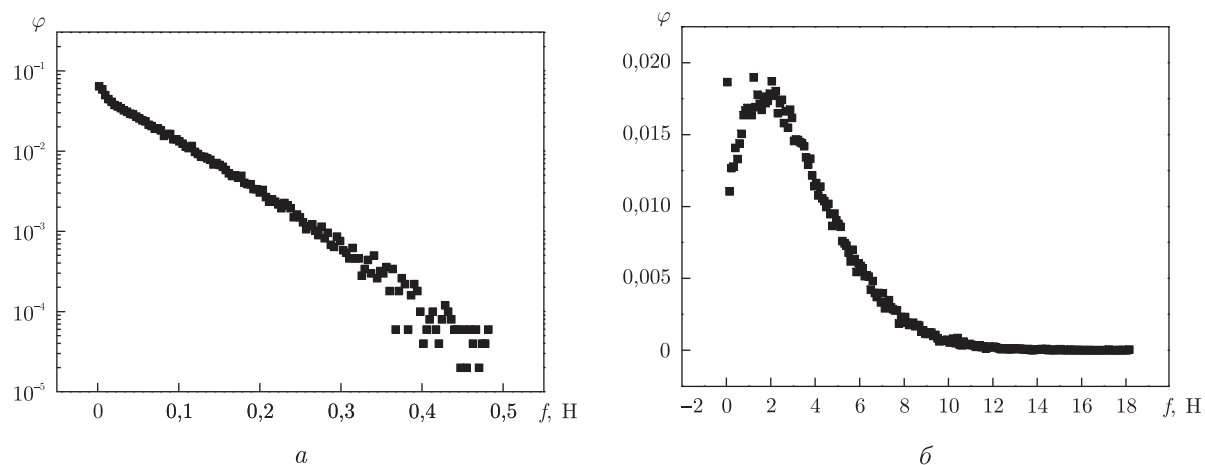


Рис. 2. Розподіл сили взаємодії між частинками: *a* — у масиві, що знаходиться в полі сили тяжіння без навантаження; *б* — для навантаженого середовища поршнем масою 50 кг

розподілу має досить чітку експоненціальну залежність. Розподіл сили для навантаженого поршнем масою 50 кг масиву демонструє рис. 2, *б*, звідки видно, що у навантаженому масиві є виділене значення сили $f_0 = 2$ Н. Що стосується розподілу для великих значень сили, то він має експоненціально згасаючий “хвіст” [1–9]. Також було проведено розрахунок стиснення масиву масою 50 кг, в якому відсутнє тертя між елементами структури. Порівняння цього розподілу з аналогічним розподілом для масиву з тертям показує, що вони подібні, тобто тертя між елементами структури не впливає на розподіл сили.

Важливими є дослідження розподілу сили в дискретному масиві з ієрархічним розподілом елементів за розмірами, що має місце в реальному геофізичному середовищі. Виходячи з наявності обмежених комп’ютерних ресурсів, розглядається середовище, що утворене структурними елементами трьох розмірів, мм: $r_1 = 7,2$, $r_2 = 3,6$, $r_3 = 1,8$, тобто розмір елемента сусіднього рівня у два рази менший, а сумарна маса всіх елементів кожного рівня є величиною сталою. Отже, кількість частинок на трьох рівнях є такою: $N_1 = 274$,

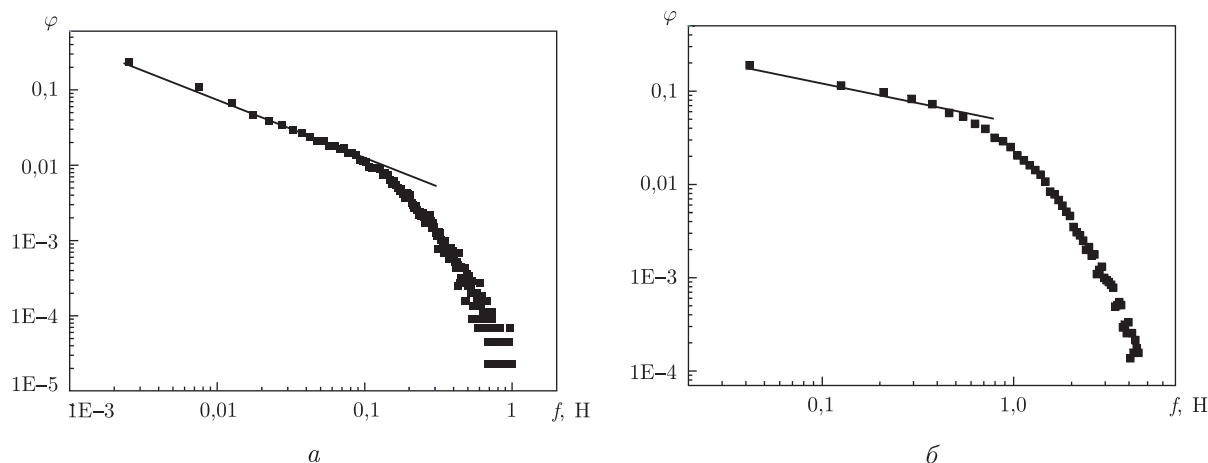


Рис. 3. Розподіл сили взаємодії між частинками: *a* — у масиві, що утворений елементами 3-х розмірів і знаходиться у полі сили тяжіння без навантаження; *б* — у масиві, утвореному елементами 3-х розмірів. Середовище навантажене поршнем масою 50 кг

$N_2 = 2192$, $N_3 = 17536$, а сумарна кількість усіх частинок — $N = 20002$. Крім того, загальна маса всіх частинок дорівнює масі всіх частинок у масиві з гауссовим розподілом. Розподіл сили в середовищі, що знаходиться в полі сили тяжіння в логарифмічних координатах, ілюструє рис. 3, *a*, з якого видно, що при малих значеннях сили функція розподілу має степеневу залежність; це свідчить про фрактальні властивості множини сили, тобто в розподілі сили в області $f < 0,1\text{Н}$ має місце масштабна інваріантність. Якщо побудувати множину, де сили взаємодії елементів f поставити у відповідність довжину відрізка, що віднормована до сумарної ваги всіх елементів структури $G = \sum_i m_i g$, то розмірність

Хаусдорфа–Безиковича такої множини буде $D = \ln(n)/\ln(Gk/f)$ при $f \rightarrow 0$, де k — кількість інтервалів, на які розбивається вся множина значень сили в області f ; n — кількість сил, які попадають у відповідний інтервал розбиття. Із розподілу, наведеного на рис. 3, *a*, можна отримати $D = 0,39$, тобто розмірність є дробовою. Аналогічний характер розподілу сил має місце у випадку навантаженого середовища (див. рис. 3, *б*). Якщо порівнювати даний розподіл сили з аналогічним розподілом для неієрархічного середовища (рис. 2, *б*), то можна зауважити, що ієрархічне середовище зовсім по-іншому розподіляє сили, не виділяючи жодної з них.

1. Mueth D. M., Jaeger H. M., Nagel S. R. Force Distribution in a Granular Medium // Phys. Rev. E. – 1998. – **57**. – P. 3164–3169.
2. Lovoll G., Maloy K. J., Flekko E. G. Force measurements on static granular materials // Ibid. – 1999. – **60**. – P. 5872–5878.
3. Vanel L., Howell D., Clark D. et al. Memories in sand: experimental tests of construction history on stress distributions under sandpiles // Ibid. – 1999. – **60**. – P. R5040–R5043.
4. Blair D. L., Mueggenburg N. W., Marshall A. H. et al. Force distributions in three-dimensional granular assemblies: Effects of packing order and interparticle friction // Ibid. – 2001. – **63**. – 041304, 8 p.
5. Antony S. J., Kuhn M. R., Barton D. C., Bland R. Strength and signature of force networks in axially compacted sphere and non-sphere granular media: micromechanical investigations // J. Phys. D: Appl. Phys. – 2005. – **38**. – P. 3944–3952.
6. Radjai F., Roux S., Moreau J. J. Contact forces in a granular packing // Chaos. – 1999. – No 3. – P. 544–550.
7. Losert W., Bosquet L., Lubensky T. C., Gollub J. P. Particle dynamics in shared granular matter // Phys. Rev. Lett. – 2000. – **85**, No 7. – P. 1428–1431.

8. *Snoeiger J. H., Hecke M., Somfai E., Saarloos W.* Packing geometry and statistics of force networks in granular media // *Phys. Rev. E.* – 2004. – **70**. – 011301, 15 p.
9. *Alevaro R., Zuriguel I., Trevijano S. A., Maza D.* Third order loops of contacts in a granular force network // *Int. J. Bifurcation and Chaos.* – 2010. – **20**, No 3. – P. 897–903.

*Відділення геодинаміки вибуху Інституту геофізики
ім. С. І. Субботіна НАН України, Київ*

Надійшло до редакції 14.03.2011

Corresponding Member of the NAS of Ukraine **V. A. Danylenko, S. V. Mykulyak**

Force distribution in a structured medium in the gravity field

We have carried out the computer simulation of a 3D deformation of discrete massifs with two modes of size distributions of the structure elements in the gravity field, as well as when the massifs are loaded by a heavy piston. We have got force distributions between the structure elements. We have found that these distributions in the hierarchical medium have power type and, therefore, are characterized by the scale invariance.