

М. Д. Томченко

К теории электрической активности He-II в опыте со вторым звуком

(Представлено академиком НАН Украины В. М. Локтевым)

Запропоновано поверхневу мікроскопічну модель для пояснення електричного сигналу, що спостерігався в гелій-II у дослідах з другим звуком.

Работа посвящена объяснению эффекта Рыбалко — электрического сигнала $\Delta U \approx \approx k_B \Delta T / 2|e|$, наблюдавшегося [1] после создания в He-II стоячей полуволны 2-звука. Эффект обнаружен пять лет назад, но все еще не объяснен, несмотря на ряд попыток (см. ссылки в [2]). He-II является электрически активным из-за взаимной поляризации атомов гелия [3, 4]. Ранее показано [5], что в волне 2-звука возникает объемная поляризация гелия, но эффект малый и сильно зависит от размеров резонатора и температуры, что не соответствует эксперименту. Е. Д. Гутлянским [6] предложена идея, что электрический сигнал связан с поляризацией нескольких слоев атомов He⁴ у поверхности электрода. Ниже вычисляются эта поляризация и возникающий из-за нее электрический сигнал.

Найдем дипольный момент (ДМ) атома He⁴, находящегося у плоской границы He-II с металлом. Пусть металл занимает полупространство $z < 0$, а гелий — $z > 0$. ДМ неполярного атома, находящегося на расстоянии z_0 от поверхности металла, равен [7]

$$\mathbf{d}^{\text{mir}} = D_4 |e| \frac{a_B^5}{z_0^4} \mathbf{i}_z, \quad D_4 \approx \frac{3}{8} \frac{e^2}{\hbar a_B} \sum_n \frac{\langle z^4 + z^2 x^2 \rangle}{a_B^4} \frac{a_0}{b_0 \omega_a (\omega_a + b_0)}. \quad (1)$$

Ось Z направлена в гелий, перпендикулярно поверхности металла. Для атома He⁴ величину D_4 с учетом обозначений [7] можно представить в виде

$$D_4 \approx \frac{2Ry}{5\Delta E} \frac{\hbar \omega_{pl}}{\hbar \omega_{pl} + \sqrt{2}\Delta E} \left\langle \frac{r^4}{a_B^4} \right\rangle, \quad (2)$$

где $Ry = e^2 / (2a_B) = 13,6$ эВ, $a_B = \hbar^2 / (me^2) = 0,529$ Å, ω_{pl} — плазменная частота металла, а ΔE — средняя энергия возбуждения атома He⁴, близкая [4] к энергии ионизации $\Delta E_{\text{ion}} \approx 24,58$ эВ. Для 80-параметрической, близкой к точной, волновой функции основного состояния атома He⁴ $\langle r^4 / a_B^4 \rangle \approx 3,97$ [4].

Рассмотрим атом He⁴ из первого слоя гелия у плоской поверхности металла. В пренебрежении нелинейными поправками ДМ такого атома равен

$$\mathbf{d}_1 = \mathbf{d}^h + \mathbf{d}^{\text{mir}}, \quad \mathbf{d}^h = \sum_j \mathbf{d}_j^h, \quad (3)$$

где \mathbf{d}^h — поляризация от атомов гелия, это сумма поляризаций \mathbf{d}_j^h от отдельных атомов. ДМ \mathbf{d}_j^h вычислен в [3], где найдено, что каждый из двух взаимодействующих атомов He⁴ индуцирует на другом ДМ

$$\mathbf{d} = -D_7 |e| \frac{a_B^8}{R^7} \mathbf{n}, \quad (4)$$

$\mathbf{n} = \mathbf{R}/R$ — орт в направлении второго атома, $D_7 \approx 18,4$. В [4] аналогичный результат получен более простым методом и найдено $D_7 \approx 25,2 \pm 2$. Считаем $D_7 \approx 23 \pm 5$. Используя (4), \mathbf{d}^h (3) можно записать в виде

$$\mathbf{d}^h = -d_0 \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi/2} d\theta \int_0^\infty r^2 dr \frac{g(\mathbf{r}) \bar{R}_0^7 \mathbf{r}}{\bar{R}^3 r^7} \frac{\mathbf{r}}{r} \equiv -\mathbf{i}_z \frac{d_0 S_7}{4} \frac{n}{n_0}, \quad (5)$$

где

$$d_0 = D_7 |e| a_B^8 / \bar{R}_0^7 = 3,56 \cdot 10^{-5} |e| a_B, \quad (6)$$

$$S_7 = \int_{\Omega=4\pi} n_0 g(\mathbf{r}) \frac{\bar{R}_0^7}{r^7} d\mathbf{r}, \quad (7)$$

$n(T, p) = \bar{R}^{-3}(T, p)$ — концентрация He-II; $n_0 = n(T = 1\text{K}, p = svp) = \bar{R}_0^{-3}$; $\bar{R}_0 = 3,578 \text{ \AA}$; $g(\mathbf{r})$ — парная функция распределения. Если плотность гелия постоянна, а среда изотропна, то $g(\mathbf{r}) \equiv g(r)$, $n \approx n_0$, $S_7 = S_7(n_0) \approx 14,9$ [5], и для давления насыщенных паров (svp) получаем

$$\mathbf{d}^h \approx -\mathbf{i}_z \cdot 1,32 \cdot 10^{-4} |e| a_B. \quad (8)$$

В эксперименте [1] использовались три электрода — золотой, латунный (латунь состоит в основном из меди) и из окиси рутения. Для золота и меди потенциал атом гелия — металл такой, что первый слой гелия вблизи металла затвердевает, а второй — жидкий с повышенной плотностью [8], соответствующей $p \simeq 10 \div 15$ атм. При удалении от металла на несколько атомных слоев плотность убывает до объемной.

Первый слой атомов гелия у электрода поляризован перпендикулярно поверхности электрода, поляризация определена в (3), (5). Для вычисления \mathbf{d}^h нужно найти S_7 (7). Так как первый слой твердый, а следующие — жидкие с меняющимся давлением, функция $g(\mathbf{r})$ в (7) довольно сложная. Однако $\sim 95\%$ значения S_7 обусловлено ближайшим слоем, поэтому S_7 можно приближенно найти, считая $g(\mathbf{r})$ изотропной, но соответствующей давлению первого и второго слоя. Так как $S_7 \sim \rho^{4/3}$ [5], то, согласно (5), $\mathbf{d}^h \sim \rho^{7/3} \sim \bar{R}^{-7}$, поэтому \mathbf{d}^h получим, домножив (8) на $(2\bar{R}_0 / (\bar{R}_1 + \bar{R}_2))^7 \approx 1,56$, в результате

$$\mathbf{d}^h \approx -\mathbf{i}_z \cdot 2,06 \cdot 10^{-4} |e| a_B. \quad (9)$$

Диполь \mathbf{d} , расположенный в точке \mathbf{r} , создает в начале координат потенциал $\varphi_0 = -\mathbf{d}\mathbf{r}/\varepsilon r^3$. Отсюда потенциал, индуцированный в любой точке поверхности электрода первым слоем атомов гелия, равен

$$\varphi_1 = -\sum_j \frac{2\mathbf{d}_1 \mathbf{r}_j}{\varepsilon r_j^3} = -\frac{2}{\varepsilon \bar{R}_{1||}^2} \int d\phi \rho d\rho \frac{d_{1,z} \cdot z_0}{(z_0^2 + \rho^2)^{3/2}} = -\frac{4\pi d_{1,z}}{\varepsilon \bar{R}_{1||}^2}, \quad (10)$$

где $\bar{R}_{1||}$ — среднее расстояние (вдоль поверхности) в первом слое, а двойка учитывает “образы” диполей в металле.

В эксперименте [1] создавалась стоячая полуволна 2-звука

$$T = T_0 - 0,5 \Delta T_0 \cos(\omega_2 t) \cos\left(\frac{z\pi}{L}\right), \quad (11)$$

где $L = \lambda_2/2$ — длина резонатора, а ω_2 и λ_2 — частота и длина волны 2-звука, и обозначим $\Delta T_0 \cos(z\pi/L) \equiv \Delta T(z)$. Рассмотрим электрод с координатой z . Колебания температуры гелия приводят к колебаниям потенциала (10) из-за зависимости $\bar{R}_{1||}$, ε и $d_{1,z}$ от T . Разложим φ_1 в ряд

$$\varphi_1(T) = \varphi_1(T_0) + (T - T_0) \frac{\partial \varphi_1}{\partial T}, \quad (12)$$

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial T} = \frac{\partial \varphi_1}{\partial \bar{R}_{1||}} \frac{\partial \bar{R}_{1||}}{\partial T} + \frac{\partial \varphi_1}{\partial \varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial T} + \frac{\partial \varphi_1}{\partial d_z^h} \frac{\partial d_z^h}{\partial T} + \frac{\partial \varphi_1}{\partial d_z^{\text{mir}}} \frac{\partial d_z^{\text{mir}}}{\partial T}. \quad (13)$$

Слагаемые из (13) вычислены в [2], в результате получается

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial T} \simeq -\alpha^s(T_1) \varphi_1 \left(\frac{2}{3} + \frac{4d^{\text{mir}}}{3d_1} \frac{D_h}{D_m} + \frac{7d^h}{3d_1} \frac{1}{1 + \bar{R}_2/\bar{R}_1} \right) - \varphi_1 \frac{7d^h}{3d_1} \frac{\alpha^l(T_2, p_2)}{1 + \bar{R}_1/\bar{R}_2}. \quad (14)$$

Здесь $d^h \equiv d_z^h$, $d^{\text{mir}} \equiv d_z^{\text{mir}}$ и $d_1 \equiv d_{1,z} = d^h + d^{\text{mir}}$, индексы l и s означают жидкостный и твердотельный, а числовые индексы — номер слоя; α — объемный коэффициент теплового расширения гелия [8, 9]; $D_h \approx 11K$ — глубина потенциальной ямы для взаимодействия двух атомов He^4 , а D_m — глубина ямы потенциала атом He^4 — металл.

При наличии 2-звука φ_1 колеблется с частотой 2-звука и амплитудой

$$\Delta \varphi_1 = \frac{\partial \varphi_1}{\partial T}(T_0) \Delta T(z) \equiv \frac{k_B \Delta T(z)}{2|e|} a_1, \quad (15)$$

$$a_1 \approx \frac{5,78K n_1^{2/3}}{\varepsilon 10^{-4}|e| a_B n_0^{2/3}} \left\{ \alpha_1 \left(2d_1 + d^{\text{mir}} \frac{4D_h}{D_m} + \frac{7d^h}{1 + \bar{R}_2/\bar{R}_1} \right) + \frac{\alpha_2 7d^h}{1 + \bar{R}_1/\bar{R}_2} \right\}. \quad (16)$$

Учтем второй и следующие слои гелия. Давление гелия на стенке максимальное (25 атм), а при удалении от нее на 2–3 атомных слоя спадает до объемного [8]. Из-за различия давлений концентрации атомов в первом и третьем слоях разные, поэтому приливное воздействие этих слоев на второй слой разное и он поляризуется. Третий — тоже, а четвертый — уже нет, так как в третьем слое давление сравнивается с объемным. Согласно формуле (20) из [5], поляризация j -го слоя

$$\mathbf{d}_{j \geq 2} \approx d_0 \mathbf{i}_z \frac{n_{j-1} S_7(n_{j-1}) - n_{j+1} S_7(n_{j+1})}{4n_0} = d_0 \mathbf{i}_z \frac{S_7(n_0)}{4} \left\{ \left(\frac{n_{j-1}}{n_0} \right)^{7/3} - \left(\frac{n_{j+1}}{n_0} \right)^{7/3} \right\}. \quad (17)$$

Учитывая, что поляризация (1) от металла для этих слоев малá, получим

$$\varphi_{j \geq 2} = -\frac{4\pi d_j}{\varepsilon \bar{R}_{j||}^2}, \quad (18)$$

$$a_{j \geq 2} \approx \frac{53,63K \cdot n_j^{2/3}}{\varepsilon n_0^3} \left\{ n_{j-1}^{7/3} \left(\frac{2}{7} \alpha_j + \alpha_{j-1} \right) - n_{j+1}^{7/3} \left(\frac{2}{7} \alpha_j + \alpha_{j+1} \right) \right\}. \quad (19)$$

При учете всех слоев

$$\Delta \varphi = \frac{k_B \Delta T(z)}{2|e|} a, \quad a = \sum_{j=1}^{\infty} a_j, \quad (20)$$

в нашем случае $d_{j \geq 4} = 0$, поэтому $a = a_1 + a_2 + a_3$.

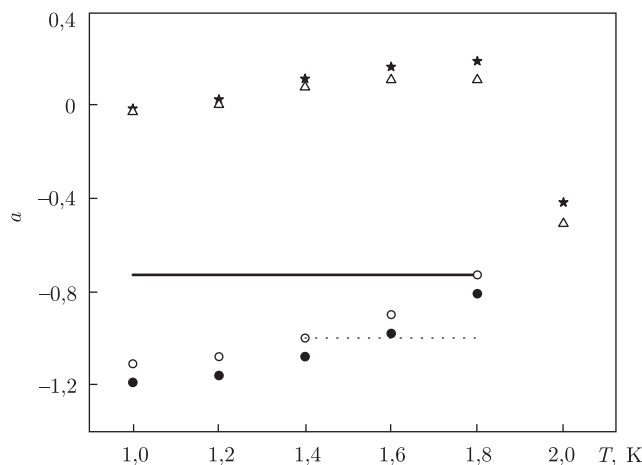


Рис. 1. Теоретические значения $a(T)$, определяющие разность потенциалов $\Delta U = \frac{k_B \Delta T}{2|e|} a$ между электродом в торце резонатора и землей без учета влияния металла на температуру приповерхностных слоев гелия: \star — $a(T)$ для Au, Δ — для Cu; с учетом, для первых 3-х слоев: \circ — Au, \bullet — Cu; с учетом, для первых 4-х слоев (сплошная линия): $a(T)$ для Au. Пунктир — экспериментальное $a(T)$ для Au и латуни

Найдем a для электродов из Au и Cu, расположенных в торце резонатора ($z = 0$). Параметры металлов $\hbar\omega_{pl}$, D_m , z_0 и вычисленные d^{mir} , d_1 , d_2 и d_3 см. в табл. 1. Если считать, что T во всех слоях совпадает с объемной T гелия, то a на порядок меньше экспериментального, имеет другой знак (знак a определяет полярность сигнала) и растет с ростом T (см. рис. 1).

Учтем, что, согласно эксперименту, на стенке $\rho_s = 0$. Так как гелий смачивает стенку, но ρ_s возрастает до объемной только на расстоянии 2–3 ат. сл. [8] от стенки, истощение ρ_s должно быть связано не с малостью полной плотности, а с поведением квазичастиц у стенки [2]. Зануление ρ_s — это условие λ -перехода, поэтому на стенке $T = T_\lambda$, а при удалении от нее T плавно убывает до объемной. Так как расстояние между ротонами при $T \simeq T_\lambda$ близко к межатомному, допустимо говорить о температуре отдельных атомных слоев. Если температура гелия заметно меньше T_λ , то T первых слоев задается поверхностными квазичастицами. При изменении объемной T на δT температура j -го слоя изменится на $\delta T_j \approx \delta T$. Для оценки используем линейный закон убывания $T_j = T_\lambda(p_j) - j \cdot 0,1$ К. Если давление равно объемному, начиная с 3-го слоя, а температура — с 4-го (3-го жидкого), получим $T_1 \approx 1,8$ К, $T_2 \approx T_3 \approx 2$ К, $T_{j \geq 4} = T$, $p_1 \gtrsim 30$ атм, $p_2 \approx 13$ атм, $p_{j \geq 3} = \text{sup}$, $n_1/n_0 \approx 1,31$, $n_2/n_0 \approx 1,123$, $n_{j > 2}/n_0 = 1$ [9]. Результирующие a (см. рис. 1) для Au и Cu близки к экспериментальному и растут с температурой. Если T 4-го слоя определяется стенкой ($\approx 1,8$ К), то a не зависит от T и $a_{\text{Au}} \approx -0,73$, $a_{\text{Cu}} \approx -0,81$.

Таким образом, при учете истощения ρ_s теоретическое a приближенно соответствует экспериментальному ($a \approx -1$) и не зависит от температуры.

Таблица 1. Параметры металлов (см. ссылки в [2]) и дипольные моменты (d_j) атомов гелия в первых трех слоях у поверхности металла

Металл	Параметры							
	z_0 , Å	D_m , К	$\hbar\omega_{pl}$, эВ	$\frac{d^{\text{mir}}}{10^{-4} e a_B}$	$\frac{d^h}{10^{-4} e a_B}$	$\frac{d_1}{10^{-4} e a_B}$	$\frac{d_2}{10^{-4} e a_B}$	$\frac{d_3}{10^{-4} e a_B}$
Au	3,17	92,8	25,8	2,92	-2,06	0,85	1,16	0,41
Cu	3,59	59,0	20	1,52	-2,06	-0,54	1,16	0,41

Согласно модели, сигнал возникает из-за колебаний плотности гелия. Поэтому он должен наблюдаться и при возбуждении стоячей полуволны первого звука, однако такой сигнал обнаружен не был [1]. Исходя из размерностных соображений и учитывая, что поляризация создается несколькими атомными слоями у стенки, для 1-звука имеем

$$\frac{\Delta\varphi(z)}{\Delta p(z)} = \frac{b}{|e|n} \approx b \cdot 2,89 \cdot 10^{-5} \frac{\text{В}}{\text{атм}}, \quad (21)$$

где $\Delta p(z) \equiv \Delta p_0 \cos(z\pi/L)$ — амплитуда колебаний p в точке z . Можно ожидать, что $|b| \sim 1$. Величина b состоит из объемной и поверхностной частей и вычисляется аналогично a . Формулы получены в [2], из-за громоздкости их не выписываем. Для давления насыщенных паров $b \approx 2$. На опыте $\Delta p \lesssim 0,001$ атм [2], тогда $\Delta\varphi(z=0) \lesssim 60$ нВ, что порядка минимального измеримого сигнала 10 нВ. Видимо, реально достигалось $\Delta p \lesssim 0,0001$ атм и $\Delta\varphi(z=0) \lesssim 6$ нВ, так что сигнал оказывался ненаблюдаемым. Отметим, что, согласно модели, сигнал от 2-звука связан именно с 1-звуком — 2-звук выступает лишь средством раскачки 1-звука.

В настоящее время проводится новый эксперимент с 2-звуком и исследуется зависимость электрического сигнала от координаты z вдоль резонатора. Ее легко найти из модели. В модели сигнал поверхностный, поэтому его зависимость от z определяется зависимостью температуры гелия от z . Амплитуда ΔU разности потенциалов между электродом с координатой z и землей определяется формулой (20), где a зависит от T_0 и поверхностных свойств (a от z не зависит), а ΔT зависит от z , согласно (11):

$$\Delta T(z) = \Delta T_0 \cos(\pi z/L).$$

Отсюда

$$\Delta U(z) = \frac{k_B}{2|e|} a \Delta T(z) = \frac{k_B}{2|e|} a \Delta T_0 \cos\left(\frac{\pi z}{L}\right), \quad (22)$$

ΔU между одинаковыми незаземленными электродами с координатами z , 0

$$\Delta U(z) = \frac{k_B}{2|e|} a \Delta T_0 \left(1 - \cos\left(\frac{\pi z}{L}\right)\right). \quad (23)$$

Формулы (21)–(23) — предсказания модели. Согласно ей, эффект прямо не связан со свойством сверхтекучести — он наблюдался бы в гелии и выше T_λ , если бы удалось создать устойчивые колебания температуры.

В [2] показано также, что 1) электрический сигнал должен отличаться для электродов из разных групп — создающих у поверхности два твердых слоя гелия, один слой, без твердого слоя, и при несмачивании, — а для электродов из одной группы должен быть близким; 2) наличие приливной поляризации у атомов согласуется с экспериментальной зависимостью диэлектрической проницаемости гелия от температуры; 3) при $T \leq 1\text{K}$ в гелии должно быть “сухое” трение; 4) при наличии в гелии-4 10% примесных атомов He^3 сигнал должен возрасти на 1–2 порядка.

Таким образом, модель неплохо объясняет электрический сигнал в гелии от стоячей полуволны 2-звука и предсказывает сигнал от волны 1-звука. Однако свойства гелия вблизи металла пока не вполне ясны и описаны приближенно.

Автор признателен А. Б. Кашубе и А. С. Рыбалко за ценные обсуждения.

1. *Рыбалко А. С.* Наблюдение электрической индукции, обусловленной волной второго звука в He II // Физика низких температур. – 2004. – **30**. – С. 1321–1325.
2. *Tomchenko M. D.* To the theory of the electric activity of He II in the waves of first and second sound. – 2010. – arXiv:1003.4389v3[cond-mat].
3. *Whisnant D. M., Byers Brown W.* Dispersion dipole between rare-gas atoms // Mol. Phys. – 1973. – **26**. – P. 1105–1119.
4. *Локтев В. М., Томченко М. Д.* О взаимной поляризации двух атомов He⁴ // Доп. НАН України. – 2010. – № 5. – С. 76–81.
5. *Tomchenko M. D.* Some mechanisms of “spontaneous” polarization of superfluid He-4 // J. Low Temp. Phys. – 2010. – **158**. – P. 854–866.
6. *Гутлянский Е. Д.* О возможной поверхностной природе электрической активности в He II // Физика низких температур. – 2009. – **35**. – С. 956–961.
7. *Linder B., Kromhout R. A.* Dipoles induced by physical adsorption // Phys. Rev. B. – 1976. – **13**. – P. 1532–1535.
8. *Паттерман С.* Гидродинамика сверхтекучей жидкости. – Москва: Мир, 1978. – 520 с.
9. *Есельсон Б. Н., Григорьев В. Н., Иванцов В. Г., Рудаковский Э. Я.* Свойства жидкого и твердого гелия. – Москва: Изд-во стандартов, 1978. – 127 с.

*Институт теоретической физики
им. Н. Н. Боголюбова НАН Украины, Киев*

Поступило в редакцию 10.06.2010

M. D. Tomchenko

To the theory of the electric activity of He-II in the experiment with second sound

We propose a surface microscopic model for the explanation of the electric signal observed in helium-II in the experiments with second sound.