

М. Д. Томченко

## К теории электрической активности He-II в опыте со вторым звуком

(Представлено академиком НАН Украины В. М. Локтевым)

Запропоновано поверхневу мікроскопічну модель для пояснення електричного сигналу, що спостерігався в гелій-II у дослідах з другим звуком.

Работа посвящена объяснению эффекта Рыбалко — электрического сигнала  $\Delta U \approx \approx k_B \Delta T / 2|e|$ , наблюдавшегося [1] после создания в He-II стоячей полуволны 2-звука. Эффект обнаружен пять лет назад, но все еще не объяснен, несмотря на ряд попыток (см. ссылки в [2]). He-II является электрически активным из-за взаимной поляризации атомов гелия [3, 4]. Ранее показано [5], что в волне 2-звука возникает объемная поляризация гелия, но эффект малый и сильно зависит от размеров резонатора и температуры, что не соответствует эксперименту. Е. Д. Гутлянским [6] предложена идея, что электрический сигнал связан с поляризацией нескольких слоев атомов He<sup>4</sup> у поверхности электрода. Ниже вычисляются эта поляризация и возникающий из-за нее электрический сигнал.

Найдем дипольный момент (ДМ) атома He<sup>4</sup>, находящегося у плоской границы He-II с металлом. Пусть металл занимает полупространство  $z < 0$ , а гелий —  $z > 0$ . ДМ неполярного атома, находящегося на расстоянии  $z_0$  от поверхности металла, равен [7]

$$\mathbf{d}^{\text{mir}} = D_4 |e| \frac{a_B^5}{z_0^4} \mathbf{i}_z, \quad D_4 \approx \frac{3}{8} \frac{e^2}{\hbar a_B} \sum_n \frac{\langle z^4 + z^2 x^2 \rangle}{a_B^4} \frac{a_0}{b_0 \omega_a (\omega_a + b_0)}. \quad (1)$$

Ось  $Z$  направлена в гелий, перпендикулярно поверхности металла. Для атома He<sup>4</sup> величину  $D_4$  с учетом обозначений [7] можно представить в виде

$$D_4 \approx \frac{2Ry}{5\Delta E} \frac{\hbar \omega_{pl}}{\hbar \omega_{pl} + \sqrt{2}\Delta E} \left\langle \frac{r^4}{a_B^4} \right\rangle, \quad (2)$$

где  $Ry = e^2 / (2a_B) = 13,6$  эВ,  $a_B = \hbar^2 / (me^2) = 0,529$  Å,  $\omega_{pl}$  — плазменная частота металла, а  $\Delta E$  — средняя энергия возбуждения атома He<sup>4</sup>, близкая [4] к энергии ионизации  $\Delta E_{\text{ion}} \approx 24,58$  эВ. Для 80-параметрической, близкой к точной, волновой функции основного состояния атома He<sup>4</sup>  $\langle r^4 / a_B^4 \rangle \approx 3,97$  [4].

Рассмотрим атом He<sup>4</sup> из первого слоя гелия у плоской поверхности металла. В пренебрежении нелинейными поправками ДМ такого атома равен

$$\mathbf{d}_1 = \mathbf{d}^h + \mathbf{d}^{\text{mir}}, \quad \mathbf{d}^h = \sum_j \mathbf{d}_j^h, \quad (3)$$

где  $\mathbf{d}^h$  — поляризация от атомов гелия, это сумма поляризаций  $\mathbf{d}_j^h$  от отдельных атомов. ДМ  $\mathbf{d}_j^h$  вычислен в [3], где найдено, что каждый из двух взаимодействующих атомов He<sup>4</sup> индуцирует на другом ДМ

$$\mathbf{d} = -D_7 |e| \frac{a_B^8}{R^7} \mathbf{n}, \quad (4)$$

$\mathbf{n} = \mathbf{R}/R$  — орт в направлении второго атома,  $D_7 \approx 18,4$ . В [4] аналогичный результат получен более простым методом и найдено  $D_7 \approx 25,2 \pm 2$ . Считаем  $D_7 \approx 23 \pm 5$ . Используя (4),  $\mathbf{d}^h$  (3) можно записать в виде

$$\mathbf{d}^h = -d_0 \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi/2} d\theta \int_0^{\infty} r^2 dr \frac{g(\mathbf{r}) \bar{R}_0^7 \mathbf{r}}{\bar{R}^3 r^7} \frac{\mathbf{r}}{r} \equiv -\mathbf{i}_z \frac{d_0 S_7}{4} \frac{n}{n_0}, \quad (5)$$

где

$$d_0 = D_7 |e| a_B^8 / \bar{R}_0^7 = 3,56 \cdot 10^{-5} |e| a_B, \quad (6)$$

$$S_7 = \int_{\Omega=4\pi} n_0 g(\mathbf{r}) \frac{\bar{R}_0^7}{r^7} d\mathbf{r}, \quad (7)$$

$n(T, p) = \bar{R}^{-3}(T, p)$  — концентрация He-II;  $n_0 = n(T = 1\text{K}, p = svp) = \bar{R}_0^{-3}$ ;  $\bar{R}_0 = 3,578 \text{ \AA}$ ;  $g(\mathbf{r})$  — парная функция распределения. Если плотность гелия постоянна, а среда изотропна, то  $g(\mathbf{r}) \equiv g(r)$ ,  $n \approx n_0$ ,  $S_7 = S_7(n_0) \approx 14,9$  [5], и для давления насыщенных паров ( $svp$ ) получаем

$$\mathbf{d}^h \approx -\mathbf{i}_z \cdot 1,32 \cdot 10^{-4} |e| a_B. \quad (8)$$

В эксперименте [1] использовались три электрода — золотой, латунный (латунь состоит в основном из меди) и из окиси рутения. Для золота и меди потенциал атом гелия — металл такой, что первый слой гелия вблизи металла затвердевает, а второй — жидкий с повышенной плотностью [8], соответствующей  $p \simeq 10 \div 15$  атм. При удалении от металла на несколько атомных слоев плотность убывает до объемной.

Первый слой атомов гелия у электрода поляризован перпендикулярно поверхности электрода, поляризация определена в (3), (5). Для вычисления  $\mathbf{d}^h$  нужно найти  $S_7$  (7). Так как первый слой твердый, а следующие — жидкие с меняющимся давлением, функция  $g(\mathbf{r})$  в (7) довольно сложная. Однако  $\sim 95\%$  значения  $S_7$  обусловлено ближайшим слоем, поэтому  $S_7$  можно приближенно найти, считая  $g(\mathbf{r})$  изотропной, но соответствующей давлению первого и второго слоя. Так как  $S_7 \sim \rho^{4/3}$  [5], то, согласно (5),  $\mathbf{d}^h \sim \rho^{7/3} \sim \bar{R}^{-7}$ , поэтому  $\mathbf{d}^h$  получим, домножив (8) на  $(2\bar{R}_0 / (\bar{R}_1 + \bar{R}_2))^7 \approx 1,56$ , в результате

$$\mathbf{d}^h \approx -\mathbf{i}_z \cdot 2,06 \cdot 10^{-4} |e| a_B. \quad (9)$$

Диполь  $\mathbf{d}$ , расположенный в точке  $\mathbf{r}$ , создает в начале координат потенциал  $\varphi_0 = -\mathbf{d}\mathbf{r}/\varepsilon r^3$ . Отсюда потенциал, индуцированный в любой точке поверхности электрода первым слоем атомов гелия, равен

$$\varphi_1 = -\sum_j \frac{2\mathbf{d}_1 \mathbf{r}_j}{\varepsilon r_j^3} = -\frac{2}{\varepsilon \bar{R}_{1||}^2} \int d\phi \rho d\rho \frac{d_{1,z} \cdot z_0}{(z_0^2 + \rho^2)^{3/2}} = -\frac{4\pi d_{1,z}}{\varepsilon \bar{R}_{1||}^2}, \quad (10)$$

где  $\bar{R}_{1||}$  — среднее расстояние (вдоль поверхности) в первом слое, а двойка учитывает “образы” диполей в металле.

В эксперименте [1] создавалась стоячая полуволна 2-звука

$$T = T_0 - 0,5 \Delta T_0 \cos(\omega_2 t) \cos\left(\frac{z\pi}{L}\right), \quad (11)$$

где  $L = \lambda_2/2$  — длина резонатора, а  $\omega_2$  и  $\lambda_2$  — частота и длина волны 2-звука, и обозначим  $\Delta T_0 \cos(z\pi/L) \equiv \Delta T(z)$ . Рассмотрим электрод с координатой  $z$ . Колебания температуры гелия приводят к колебаниям потенциала (10) из-за зависимости  $\bar{R}_{1||}$ ,  $\varepsilon$  и  $d_{1,z}$  от  $T$ . Разложим  $\varphi_1$  в ряд

$$\varphi_1(T) = \varphi_1(T_0) + (T - T_0) \frac{\partial \varphi_1}{\partial T}, \quad (12)$$

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial T} = \frac{\partial \varphi_1}{\partial \bar{R}_{1||}} \frac{\partial \bar{R}_{1||}}{\partial T} + \frac{\partial \varphi_1}{\partial \varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial T} + \frac{\partial \varphi_1}{\partial d_z^h} \frac{\partial d_z^h}{\partial T} + \frac{\partial \varphi_1}{\partial d_z^{\text{mir}}} \frac{\partial d_z^{\text{mir}}}{\partial T}. \quad (13)$$

Слагаемые из (13) вычислены в [2], в результате получается

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial T} \simeq -\alpha^s(T_1) \varphi_1 \left( \frac{2}{3} + \frac{4d^{\text{mir}}}{3d_1} \frac{D_h}{D_m} + \frac{7d^h}{3d_1} \frac{1}{1 + \bar{R}_2/\bar{R}_1} \right) - \varphi_1 \frac{7d^h}{3d_1} \frac{\alpha^l(T_2, p_2)}{1 + \bar{R}_1/\bar{R}_2}. \quad (14)$$

Здесь  $d^h \equiv d_z^h$ ,  $d^{\text{mir}} \equiv d_z^{\text{mir}}$  и  $d_1 \equiv d_{1,z} = d^h + d^{\text{mir}}$ , индексы  $l$  и  $s$  означают жидкостный и твердотельный, а числовые индексы — номер слоя;  $\alpha$  — объемный коэффициент теплового расширения гелия [8, 9];  $D_h \approx 11K$  — глубина потенциальной ямы для взаимодействия двух атомов  $\text{He}^4$ , а  $D_m$  — глубина ямы потенциала атом  $\text{He}^4$  — металл.

При наличии 2-звука  $\varphi_1$  колеблется с частотой 2-звука и амплитудой

$$\Delta \varphi_1 = \frac{\partial \varphi_1}{\partial T}(T_0) \Delta T(z) \equiv \frac{k_B \Delta T(z)}{2|e|} a_1, \quad (15)$$

$$a_1 \approx \frac{5,78K n_1^{2/3}}{\varepsilon 10^{-4}|e| a_B n_0^{2/3}} \left\{ \alpha_1 \left( 2d_1 + d^{\text{mir}} \frac{4D_h}{D_m} + \frac{7d^h}{1 + \bar{R}_2/\bar{R}_1} \right) + \frac{\alpha_2 7d^h}{1 + \bar{R}_1/\bar{R}_2} \right\}. \quad (16)$$

Учтем второй и следующие слои гелия. Давление гелия на стенке максимальное (25 атм), а при удалении от нее на 2–3 атомных слоя спадает до объемного [8]. Из-за различия давлений концентрации атомов в первом и третьем слоях разные, поэтому приливное воздействие этих слоев на второй слой разное и он поляризуется. Третий — тоже, а четвертый — уже нет, так как в третьем слое давление сравнивается с объемным. Согласно формуле (20) из [5], поляризация  $j$ -го слоя

$$\mathbf{d}_{j \geq 2} \approx d_0 \mathbf{i}_z \frac{n_{j-1} S_7(n_{j-1}) - n_{j+1} S_7(n_{j+1})}{4n_0} = d_0 \mathbf{i}_z \frac{S_7(n_0)}{4} \left\{ \left( \frac{n_{j-1}}{n_0} \right)^{7/3} - \left( \frac{n_{j+1}}{n_0} \right)^{7/3} \right\}. \quad (17)$$

Учитывая, что поляризация (1) от металла для этих слоев малá, получим

$$\varphi_{j \geq 2} = -\frac{4\pi d_j}{\varepsilon \bar{R}_{j||}^2}, \quad (18)$$

$$a_{j \geq 2} \approx \frac{53,63K \cdot n_j^{2/3}}{\varepsilon n_0^3} \left\{ n_{j-1}^{7/3} \left( \frac{2}{7} \alpha_j + \alpha_{j-1} \right) - n_{j+1}^{7/3} \left( \frac{2}{7} \alpha_j + \alpha_{j+1} \right) \right\}. \quad (19)$$

При учете всех слоев

$$\Delta \varphi = \frac{k_B \Delta T(z)}{2|e|} a, \quad a = \sum_{j=1}^{\infty} a_j, \quad (20)$$

в нашем случае  $d_{j \geq 4} = 0$ , поэтому  $a = a_1 + a_2 + a_3$ .

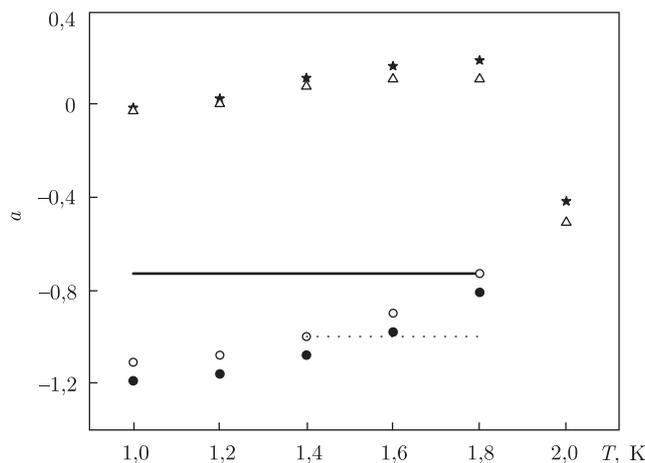


Рис. 1. Теоретические значения  $a(T)$ , определяющие разность потенциалов  $\Delta U = \frac{k_B \Delta T}{2|e|} a$  между электродом в торце резонатора и землей без учета влияния металла на температуру приповерхностных слоев гелия:  $\star$  —  $a(T)$  для Au,  $\Delta$  — для Cu; с учетом, для первых 3-х слоев:  $\circ$  — Au,  $\bullet$  — Cu; с учетом, для первых 4-х слоев (сплошная линия):  $a(T)$  для Au. Пунктир — экспериментальное  $a(T)$  для Au и латуни

Найдем  $a$  для электродов из Au и Cu, расположенных в торце резонатора ( $z = 0$ ). Параметры металлов  $\hbar\omega_{pl}$ ,  $D_m$ ,  $z_0$  и вычисленные  $d^{\text{mir}}$ ,  $d_1$ ,  $d_2$  и  $d_3$  см. в табл. 1. Если считать, что  $T$  во всех слоях совпадает с объемной  $T$  гелия, то  $a$  на порядок меньше экспериментального, имеет другой знак (знак  $a$  определяет полярность сигнала) и растет с ростом  $T$  (см. рис. 1).

Учтем, что, согласно эксперименту, на стенке  $\rho_s = 0$ . Так как гелий смачивает стенку, но  $\rho_s$  возрастает до объемной только на расстоянии 2–3 ат. сл. [8] от стенки, истощение  $\rho_s$  должно быть связано не с малостью полной плотности, а с поведением квазичастиц у стенки [2]. Зануление  $\rho_s$  — это условие  $\lambda$ -перехода, поэтому на стенке  $T = T_\lambda$ , а при удалении от нее  $T$  плавно убывает до объемной. Так как расстояние между ротонами при  $T \simeq T_\lambda$  близко к межатомному, допустимо говорить о температуре отдельных атомных слоев. Если температура гелия заметно меньше  $T_\lambda$ , то  $T$  первых слоев задается поверхностными квазичастицами. При изменении объемной  $T$  на  $\delta T$  температура  $j$ -го слоя изменится на  $\delta T_j \approx \delta T$ . Для оценки используем линейный закон убывания  $T_j = T_\lambda(p_j) - j \cdot 0,1$  К. Если давление равно объемному, начиная с 3-го слоя, а температура — с 4-го (3-го жидкого), получим  $T_1 \approx 1,8$  К,  $T_2 \approx T_3 \approx 2$  К,  $T_{j \geq 4} = T$ ,  $p_1 \gtrsim 30$  атм,  $p_2 \approx 13$  атм,  $p_{j \geq 3} = \text{sup}$ ,  $n_1/n_0 \approx 1,31$ ,  $n_2/n_0 \approx 1,123$ ,  $n_{j > 2}/n_0 = 1$  [9]. Результирующие  $a$  (см. рис. 1) для Au и Cu близки к экспериментальному и растут с температурой. Если  $T$  4-го слоя определяется стенкой ( $\approx 1,8$  К), то  $a$  не зависит от  $T$  и  $a_{\text{Au}} \approx -0,73$ ,  $a_{\text{Cu}} \approx -0,81$ .

Таким образом, при учете истощения  $\rho_s$  теоретическое  $a$  приближенно соответствует экспериментальному ( $a \approx -1$ ) и не зависит от температуры.

Таблица 1. Параметры металлов (см. ссылки в [2]) и дипольные моменты ( $d_j$ ) атомов гелия в первых трех слоях у поверхности металла

Металл	Параметры							
	$z_0$ , Å	$D_m$ , К	$\hbar\omega_{pl}$ , эВ	$\frac{d^{\text{mir}}}{10^{-4} e a_B}$	$\frac{d^h}{10^{-4} e a_B}$	$\frac{d_1}{10^{-4} e a_B}$	$\frac{d_2}{10^{-4} e a_B}$	$\frac{d_3}{10^{-4} e a_B}$
Au	3,17	92,8	25,8	2,92	-2,06	0,85	1,16	0,41
Cu	3,59	59,0	20	1,52	-2,06	-0,54	1,16	0,41

Согласно модели, сигнал возникает из-за колебаний плотности гелия. Поэтому он должен наблюдаться и при возбуждении стоячей полуволны первого звука, однако такой сигнал обнаружен не был [1]. Исходя из размерностных соображений и учитывая, что поляризация создается несколькими атомными слоями у стенки, для 1-звука имеем

$$\frac{\Delta\varphi(z)}{\Delta p(z)} = \frac{b}{|e|n} \approx b \cdot 2,89 \cdot 10^{-5} \frac{\text{В}}{\text{атм}}, \quad (21)$$

где  $\Delta p(z) \equiv \Delta p_0 \cos(z\pi/L)$  — амплитуда колебаний  $p$  в точке  $z$ . Можно ожидать, что  $|b| \sim 1$ . Величина  $b$  состоит из объемной и поверхностной частей и вычисляется аналогично  $a$ . Формулы получены в [2], из-за громоздкости их не выписываем. Для давления насыщенных паров  $b \approx 2$ . На опыте  $\Delta p \lesssim 0,001$  атм [2], тогда  $\Delta\varphi(z=0) \lesssim 60$  нВ, что порядка минимального измеримого сигнала 10 нВ. Видимо, реально достигалось  $\Delta p \lesssim 0,0001$  атм и  $\Delta\varphi(z=0) \lesssim 6$  нВ, так что сигнал оказывался ненаблюдаемым. Отметим, что, согласно модели, сигнал от 2-звука связан именно с 1-звуком — 2-звук выступает лишь средством раскачки 1-звука.

В настоящее время проводится новый эксперимент с 2-звуком и исследуется зависимость электрического сигнала от координаты  $z$  вдоль резонатора. Ее легко найти из модели. В модели сигнал поверхностный, поэтому его зависимость от  $z$  определяется зависимостью температуры гелия от  $z$ . Амплитуда  $\Delta U$  разности потенциалов между электродом с координатой  $z$  и землей определяется формулой (20), где  $a$  зависит от  $T_0$  и поверхностных свойств ( $a$  от  $z$  не зависит), а  $\Delta T$  зависит от  $z$ , согласно (11):

$$\Delta T(z) = \Delta T_0 \cos(\pi z/L).$$

Отсюда

$$\Delta U(z) = \frac{k_B}{2|e|} a \Delta T(z) = \frac{k_B}{2|e|} a \Delta T_0 \cos\left(\frac{\pi z}{L}\right), \quad (22)$$

$\Delta U$  между одинаковыми незаземленными электродами с координатами  $z$ , 0

$$\Delta U(z) = \frac{k_B}{2|e|} a \Delta T_0 \left(1 - \cos\left(\frac{\pi z}{L}\right)\right). \quad (23)$$

Формулы (21)–(23) — предсказания модели. Согласно ей, эффект прямо не связан со свойством сверхтекучести — он наблюдался бы в гелии и выше  $T_\lambda$ , если бы удалось создать устойчивые колебания температуры.

В [2] показано также, что 1) электрический сигнал должен отличаться для электродов из разных групп — создающих у поверхности два твердых слоя гелия, один слой, без твердого слоя, и при несмачивании, — а для электродов из одной группы должен быть близким; 2) наличие приливной поляризации у атомов согласуется с экспериментальной зависимостью диэлектрической проницаемости гелия от температуры; 3) при  $T \leq 1\text{K}$  в гелии должно быть “сухое” трение; 4) при наличии в гелии-4 10% примесных атомов  $\text{He}^3$  сигнал должен возрасти на 1–2 порядка.

Таким образом, модель неплохо объясняет электрический сигнал в гелии от стоячей полуволны 2-звука и предсказывает сигнал от волны 1-звука. Однако свойства гелия вблизи металла пока не вполне ясны и описаны приближенно.

*Автор признателен А. Б. Кашубе и А. С. Рыбалко за ценные обсуждения.*

1. *Рыбалко А. С.* Наблюдение электрической индукции, обусловленной волной второго звука в He II // Физика низких температур. – 2004. – **30**. – С. 1321–1325.
2. *Tomchenko M. D.* To the theory of the electric activity of He II in the waves of first and second sound. – 2010. – arXiv:1003.4389v3[cond-mat].
3. *Whisnant D. M., Byers Brown W.* Dispersion dipole between rare-gas atoms // Mol. Phys. – 1973. – **26**. – P. 1105–1119.
4. *Локтев В. М., Томченко М. Д.* О взаимной поляризации двух атомов He<sup>4</sup> // Доп. НАН України. – 2010. – № 5. – С. 76–81.
5. *Tomchenko M. D.* Some mechanisms of “spontaneous” polarization of superfluid He-4 // J. Low Temp. Phys. – 2010. – **158**. – P. 854–866.
6. *Гутлянский Е. Д.* О возможной поверхностной природе электрической активности в He II // Физика низких температур. – 2009. – **35**. – С. 956–961.
7. *Linder B., Kromhout R. A.* Dipoles induced by physical adsorption // Phys. Rev. B. – 1976. – **13**. – P. 1532–1535.
8. *Паттерман С.* Гидродинамика сверхтекучей жидкости. – Москва: Мир, 1978. – 520 с.
9. *Есельсон Б. Н., Григорьев В. Н., Иванцов В. Г., Рудаковский Э. Я.* Свойства жидкого и твердого гелия. – Москва: Изд-во стандартов, 1978. – 127 с.

*Институт теоретической физики  
им. Н. Н. Боголюбова НАН Украины, Киев*

*Поступило в редакцию 10.06.2010*

**M. D. Tomchenko**

**To the theory of the electric activity of He-II in the experiment with second sound**

*We propose a surface microscopic model for the explanation of the electric signal observed in helium-II in the experiments with second sound.*