УДК 519.6:519.81

Н. Д. Панкратова, О. Г. Зражевський

Відновлення функціональної залежності часових рядів в умовах коротких вибірок

(Представлено академіком НАН України М. З. Згуровським)

Розглянуту задачу відновлення функціональної залежності часових рядів від індексу часу у випадку короткої вибірки даних. Запропоновано підхід поетапного виділення регресійної компоненти, що базується на алгоритмах послідовної побудови регресійних рівнянь раціональної складності із використанням різної апріорної інформації. Доведено рівномірну збіжність емпіричного функціоналу ризику до теоретичного у випадку, коли параметризований клас функцій регресорів задовольняє умову Гьольдера та частково покритий скінченною ε-сіткою за деякими із своїх параметрів.

Розглядається задача відновлення функціональної залежності часових рядів від індексу часу у випадку короткої вибірки даних, тобто коли кількість емпіричних даних мала порівняно із складністю застосованої моделі [1]. Часовий ряд $\{y(t), t \in \mathrm{T}\}$ задається своїми спостереженнями у відповідні моменти часу: $y(t_i) = y_i$, $t_i \in \mathrm{T}$, $i = 1, \ldots, l$. Припускаємо незалежність емпіричних даних, тобто часовий ряд не залежить від своїх значень у попередні моменти часу. В цьому випадку найпростішою стохастичною моделлю є регресія, що може бути використана для моделювання та прогнозування часового ряду. Як регресори беруться функції часу із деякого, наперед заданого параметричного класу:

$$y(t) = f(t, \alpha) + \varepsilon_t, \tag{1}$$

$f \in F = \{f(\cdot, \alpha), \alpha \in \Lambda\}$, ε_t — незалежні, однаково розподілені випадкові величини із математичним сподіванням $M\varepsilon_t = 0$ та дисперсією $D\varepsilon_t < \infty$.

Задача відновлення функціональної залежності (1) полягає у виборі функції $f^* \in F$ та побудові оцінок її параметрів $\widehat{\alpha}$, при яких регресійна модель (1) буде найкраще, в деякому сенсі, описувати емпіричні дані у вигляді відновлювальної математичної залежності. Припустимо, що клас регресійних функцій є лінійним за параметром:

$$F = \left\{ a_0 + \sum_{i=1}^{p} a_i x_i(t),\ a_i \in \Lambda,\ t \in \mathrm{T} \right\}, \tag{2}$$

$x_i(\cdot)$, $i = 1, \ldots, p$, — функції часу, що належать до скінченного, наперед заданого класу P.

Одним із загальних підходів вирішення цієї задачі є перебір всіх можливих наборів регресорів із P з подальшою побудовою регресійних рівнянь типу (2) та знаходження оцінки для параметрів. Останнє можна зробити, наприклад, за методом найменших квадратів або за методом абсолютних відхилень [2]. З використанням деякого критерію якості порівнюються побудовані регресійні рівняння та вибирається з них найкраще в сенсі заданого критерію [2].

На практиці, при наявності малої кількості даних, застосування наведеного підходу може призвести до невірного вибору моделі, що зумовлюється функціональною подібністю деяких регресорів. Для усунення цієї проблеми в роботі запропоновано цілеспрямований підхід поетапного виділення регресійної компоненти, що базується на покрокових алгоритмах вибору набору регресорів з урахуванням специфіки досліджуваних часових рядів. За запропонованим підходом на кожному кроці використовується не весь клас регресорів P, а його підмножина.

Наведемо покроковий алгоритм вибору набору регресорів.

Алгоритм 1.

1. Розбиваємо клас всіх регресорів на скінченну кількість підкласів $P = P_1 \bigcup \cdots \bigcup P_m$, для яких вводимо ієрархічну структуру. Тобто, $i+1$-й клас має перевагу перед i-м з точки зору можливості його застосування до аналізу даних: $P_{i+1} \succ P_i$.

2. Будуємо оцінки параметрів для регресійного рівняння із регресорами, що належать до P_1.

3. Вибираємо оптимальний в сенсі деякого критерію набір регресорів з першого класу: $P_1^* \subset P_1$.

4. Аналізуємо залишки побудованого регресійного рівняння з точки зору наявності залишку корисної інформації. Якщо останнє справджується, то переходимо до п. 5. Інакше використовуємо побудовану регресійну модель для моделювання та прогнозування.

5. Використовуючи залишки регресійного рівняння з п. 4 як нові історичні дані (відгук), повторюємо кроки 2–4. При цьому застосовуємо набори регресорів з P_2.

6. Проходимо кроки 2–5 необхідну кількість раз. Кінцева модель записується як лінійна комбінація відповідних регресійних рівнянь.

Як критерій в п. 3 для вибору набору регресорів запропоновано використовувати статистичні критерії якості побудованого регресійного рівняння, або їх зважене середнє. Прикладами таких критеріїв є тести Фішера, Стьюдента, Дурбіна–Ватсона, тест на основі методу складного ножа [2]. Висновок щодо необхідності переходу до п. 5 запропоновано робити на основі статистики Дурбіна–Ватсона. Так, зокрема, доведено, що у випадку, коли тест Дурбіна–Ватсона стверджує про автокорельованість залишків першого регресійного рівняння із додатною автокореляцією, як функції з P_2 можна взяти функції часу $z(t)$, які задовольняють таку умову:

$$z(t+1) = qz(t) - z(t-1), \qquad t \in \mathrm{T}, \qquad 0 \leqslant q \leqslant 2. \tag{3}$$

При цьому оцінка середньоквадратичної похибки разом із оцінкою автокореляції залишків другого регресійного рівняння не збільшаться порівняно з відповідними статистиками першого регресійного рівняння, що зумовлено такою теоремою.

Теорема 1. *Розглянемо регресійну модель*

$$y(t) = a_1 + b_1 x(t) + \varepsilon(t), \qquad r(t) = a_2 + b_2 z(t) + \eta(t), \qquad t = 1, \ldots, N,$$

$\varepsilon(t)$ *та* $\eta(t)$ *— випадкові похибки, що задовольняють умови* L_2*-регресії;* $x(t)$, $z(t)$ *— регресори, причому* $z(t+1) = qz(t) - z(t-1)$, $0 \leqslant q \leqslant 2$; $r(t) = y(t) - \widehat{y}(t)$ *— залишки першого регресійного рівняння при застосуванні до нього МНК:* $\widehat{y}(t) = \widehat{a}_1 + \widehat{b}_1 x(t)$, *причому* $\widehat{\mathrm{Corr}}(r(j+1), r(j)) \geqslant 0$; $u(t) = r(t) - \widehat{r}(t)$ *— залишки другого регресійного рівняння при застосуванні до нього МНК:* $\widehat{r}(t) = \widehat{a}_2 + \widehat{b}_2 z(t)$. *Тоді:*

1) $S_u^2 \leqslant S_r^2$;

2) $|\operatorname{Corr}(u(t+1), u(t))| \leqslant \operatorname{Corr}(r(t+1), r(t))$ *при умові, що*

$$\frac{\frac{q}{2}\operatorname{Corr}(z(j), r(j))^2}{2 - \operatorname{Corr}(z(j), r(j))^2} \leqslant \operatorname{Corr}(r(j+1), r(j)) \leqslant \frac{q}{2}.$$

Як приклад застосування алгоритму 1 до аналізу часових рядів можна розглянути регресійну модель (1), (2) з таким класом регресорів:

$$\begin{aligned} &P = P_1 \bigcup P_2, \\ &P_1 = \{x_1(t) = t^{\alpha_k},\ \alpha_k \in [\underline{\alpha}, \overline{\alpha}],\ k = 1, \ldots, K_1\}, \\ &P_2 = \{x_2(t) = \sin(\beta_k t),\ x_3(t) = \cos(\beta_k t),\ \beta_k \in (0, \pi/2),\ k = 1, \ldots, K_2\}. \end{aligned} \tag{4}$$

Очевидно, що функції з класу P_2 (4) задовольняють умову (3) із $q = 2\cos(\beta_k) \in (0, 2)$. Таким чином, на основі аналізу автокорельованості залишків після виділення тренду за алгоритмом 1 приймається рішення про необхідність виділення циклічної складової. При цьому, за теоремою 1, середньоквадратична похибка разом із автокореляцією не збільшаться.

Запропонований підхід поетапного виділення регресійної компоненти дозволяє на практиці контролювати раціональну складність моделі, що в умовах коротких вибірок зменшує ймовірність перезгладження. Одним із недоліків даного підходу є необхідність апріорно задавати клас регресорів, а припущення щодо класу функціональних залежностей (2) істотно обмежують спектр його застосування. Крім того, критерії з п. 3 алгоритму 1 базуються на асимптотичних властивостях досліджуваних статистик і їх використання в умовах коротких вибірок може призвести до недостовірних висновків. Для усунення зазначених недоліків можливий інший підхід до задачі відновлення функціональної залежності, який базується на теорії рівномірної збіжності емпіричного функціоналу ризику до теоретичного (підхід Вапніка) [1, 3, 4].

Розглядаємо регресійне рівняння (1) із $f \in F = \{f(\cdot, \alpha), \alpha \in \Lambda\}$ — деякого апріорно заданого, не обов'язково лінійного, класу функцій часу. Введемо теоретичний функціонал ризику вигляду

$$I(\alpha) = M(y(t) - f(t, \alpha))^2. \tag{5}$$

Задача відновлення функціональної залежності по вибірці $(y_1, t_1), \ldots, (y_l, t_l)$ полягає у знаходженні $\alpha^* \in \Lambda$, при якому теоретичний функціонал ризику набуває мінімального значення. За теорією Вапніка, ця задача зводиться до мінімізації емпіричного функціоналу ризику

$$I_e(\alpha) = \frac{1}{l}\sum_{i=1}^{l}(y_i - f(t_i, \alpha))^2 \tag{6}$$

за умови рівномірної збіжності

$$P\{\sup_{\alpha}|I(\alpha) - I_e(\alpha)| \geqslant \kappa\} < \eta(l, \kappa), \qquad \lim_{l \to \infty}\eta(l, \kappa) = 0. \tag{7}$$

Зауважимо, що умова (7) задає ступінь близькості мінімумів функціоналів (6) та (7) при умові коротких вибірок. Надалі припускатимемо, що виконується умова обмеженості можливих викидів:

$$\sup_{\alpha, y, t}(y(t) - f(t, \alpha))^2 \leqslant \tau. \tag{8}$$

Подальше розв'язання задачі відновлення функціональної залежності потребує встановлення умов рівномірної збіжності (7) та визначення її швидкості. Ця задача була розв'язана у випадках, коли клас функцій F є скінченний, може бути покритий скінченною ε-сіткою або має скінченну ємність (розмірність Вапніка–Червоненкіса) [1, 3, 4].

В даній роботі розглянуто випадок, коли клас F не задовольняє жодну згадану умову, проте може бути наближений іншим класом функцій, який має скінченну ємність. Так, наприклад, якщо функції з класу F задовольняють умову Гьолдера, то вони можуть бути наближені поліномами Бернштейна [5]:

$$B_n(f;\widetilde{t}) = \sum_{k=0}^{n} f\left(\frac{k}{n}\right) C_n^k \widetilde{t}^k (1-\widetilde{t})^{n-k}, \qquad \widetilde{t} \in [0,1] \tag{9}$$

або поліномами Рогозинського [5]

$$R_n(f;\widetilde{t}) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\widetilde{t}-x) \frac{\sin \dfrac{\pi}{2n}}{\cos x - \cos \dfrac{\pi}{2n}} \cos nx\, dx, \qquad \widetilde{t} \in [0,1]. \tag{10}$$

Доведено, що поліноміальний клас функцій та клас тригонометричних поліномів мають скінченну ємність, яка визначається їх степенями [6].

Результати стосовно рівномірної збіжності у випадку, коли клас F належить до класу гьолдерових функцій, сформульовані в такій теоремі.

Теорема 2. *Нехай множина функцій* $F = \{f(t,\alpha), t \in (0,1], \alpha \in \Lambda\}$ *є нескінченним класом неперервних функцій, які задовольняють умову Гьольдера порядку* γ *з константою* c. *Виконується умова* (8). *Тоді має місце рівномірна збіжність* (7) *та з ймовірністю* $1-\eta$ *виконується*

$$I(\alpha) < I_e(\alpha) + \varepsilon + 2\tau \sqrt{\frac{(n(\varepsilon)+1)\left(\ln \dfrac{2l}{n(\varepsilon)+1} + 1\right) - \ln \dfrac{\eta}{9}}{l}}, \tag{11}$$

де $n(\varepsilon)$ *визначається залежно від того, яким класом функцій були наближені функції з* F, *а саме:*

1) $n(\varepsilon) = \left[\left(\dfrac{-\sqrt{\tau} + \sqrt{\tau + \varepsilon/2}}{c} \dfrac{2}{5}\right)^{-2/\gamma} \dfrac{1}{4}\right] + 1$ — *степінь полінома Бернштейна* (9),

2) $n(\varepsilon) = \left[\left(\dfrac{A(\gamma)}{-\sqrt{\tau} + \sqrt{\tau + \varepsilon/2}}\right)^{1/\gamma}\right] + 1$ — *степінь полінома Рогозинського* (10), *де* $[\cdot]$ — *ціла частина.*

Доведення теореми базується на результатах рівномірної збіжності для класу функцій зі скінченною ємністю та теоремах про наближення функцій із класу Гьольдера поліномами Бернштейна та Рогозинського.

Існування рівномірної збіжності для класу функцій $f \in F = \{f(\cdot,\vec{\alpha}), \vec{\alpha} \in \Lambda\}$, що може бути покритий скінченною ε-сіткою за параметром $\vec{\alpha}$, який в загальному випадку є вектором, доведено в [1]. В даній роботі розглянута задача відновлення функціональної залежності у випадку часткового покриття F ε — сіткою. Припустимо, що $\vec{\alpha} = (a,\alpha)$ і при фіксованому значенні α існує скінченна ε-сітка для F_α. В цьому разі також можна встановити існування рівномірної збіжності та встановити односторонні границі для середнього ризику (5).

Теорема 3. *Нехай множина функцій* $F = \{f(t, a, \alpha),\ t \in (0, 1],\ a \in \Lambda_a,\ \alpha \in \Lambda_\alpha\}$ *покрита скінченною* ε*-сіткою за параметром* α: $\{f(t, a, \alpha_1), f(t, a, \alpha_2), \ldots, f(t, a, \alpha_{N(\varepsilon_\alpha)})\}$, *а за параметром* a *(при фіксованому значенні* α*) або має скінченну ємність, або є нескінченним класом неперервних функцій, які задовольняють умову Гьольдера. Нехай виконується умова* (8)*. Тоді має місце рівномірна збіжність* (7)*. Крім того:*

1) якщо $F_\alpha = \{f(t, a, \alpha),\ t \in (0, 1],\ a \in \Lambda_a\}$ *має скінченну ємність* h *при довільному фіксованому значенні* $\alpha \in \Lambda_\alpha$*, то з ймовірністю* $1 - \eta$ *виконується*

$$I(a_e, \alpha_e) < I_e(a_e, \alpha_i(\alpha_e)) + 2\tau\sqrt{\frac{h\left(\ln\dfrac{2l}{h} + 1\right) + \ln n(\varepsilon_\alpha) - \ln\dfrac{\eta}{9}}{l}} + 2\varepsilon_\alpha\sqrt{\tau}; \tag{12}$$

2) якщо $F_\alpha = \{f(t, a, \alpha),\ t \in (0, 1],\ a \in \Lambda_a\}$ *задовольняє умову Гьольдера порядку* γ *з константою* c *при довільному фіксованому значенні* $\alpha \in \Lambda_\alpha$*, то з ймовірністю* $1 - \eta$ *виконується*

$$I(a_e, \alpha_e) < I_e(a_e, \alpha_i(\alpha_e)) + 2\tau\sqrt{\frac{(n(\varepsilon)+1)\ln\dfrac{2l}{n(\varepsilon)+1} + \ln n(\varepsilon_\alpha) - \ln\dfrac{\eta}{9}}{l}} + \varepsilon + 2\varepsilon_\alpha\sqrt{\tau}, \tag{13}$$

$I(a_e, \alpha_e) = M(y(t) - f(t, a_e, \alpha_e))^2$, *де* $f(t, a_e, \alpha_e)$ *— функція, яка мінімізує емпіричний функціонал (6);* $I_e(a_e, \alpha_i(\alpha_e)) = \dfrac{1}{l}\sum\limits_{i=1}^{l}(y_i - f(t_i, a_e, \alpha_i(\alpha_e))^2$, *де* $f(t, a_e, \alpha_i(\alpha_e))$ *— найближчий до* $f(t, a_e, \alpha_e)$ *елемент* ε*-сітки;* $n(\varepsilon)$ *— степінь полінома Бернштейна або полінома Рогозинського, визначений в теоремі 2.*

Доведення теореми 3 проводиться за аналогією з доведенням рівномірної збіжності у випадку, коли клас функцій може бути покритий скінченною ε-сіткою [1].

Зауважимо, що задача мінімізації емпіричного ризику не завжди є тривіальною, зокрема у випадку, коли параметр α входить до функції $f(t, a, \alpha)$ нелінійно. Наступний результат стверджує, що за умов теореми 3 задача пошуку оцінок параметрів може бути зведена до мінімізації $I_e(a, \alpha)$ лише за a, при умові, що оцінка параметра α шукається лише на елементах ε-сітки.

Наслідок. *За умов теореми 3 з ймовірністю* $1 - \eta$ *виконується*

$$I(a_e, \alpha_e) < \min_{j \in \{1, \ldots, n(\varepsilon_\alpha)\}} I_e(a_e(j), \alpha_j) + \kappa + 4\varepsilon_\alpha\sqrt{\tau}, \tag{14}$$

де $a_e(j) = \arg\min\limits_a I_e(a, \alpha_j)$; κ *— другий доданок правої частини рівняння* (12) *або сума другого та третього доданків* (13).

У роботі в межах запропонованого підходу будується алгоритм вибору моделі раціональної складності із класом регресорів F, що задовольняє умови першого твердження теореми 3. За цим алгоритмом для довільного значення параметра a клас функцій $F_a = \{f(t, a, \alpha), \alpha \in \Lambda_\alpha\}$ покривається скінченною ε-сіткою за параметром α. При кожному елементі ε-сітки до класу функцій $\{f(t, a, \alpha_i), a \in \Lambda_a\}$ застосовується метод впорядкованої мінімізації ризику [1].

Алгоритм 2.

1. Для довільного значення параметра a клас функцій $\{f(\cdot, a, \alpha), \alpha \in \Lambda_\alpha\}$ покривається скінченною ε_α-сіткою за параметром α: $\{f(\cdot, a, \alpha_1), f(\cdot, a, \alpha_2), \ldots, f(\cdot, a, \alpha_{n(\varepsilon_\alpha)})\}$.

2. Вводиться на кожному класі функцій $F(\alpha_j) = \{f(\cdot, a, \alpha_j), a \in \Lambda_a\}$, $j = 1, \ldots, n(\varepsilon_\alpha)$ структура $F_1(\alpha_j) \subset F_2(\alpha_j) \subset \cdots \subset F_v(\alpha_j)$ з відповідними скінченними ємностями: $h_1 < h_2 < \cdots < h_v$.

3. Для кожного значення $n(\varepsilon_\alpha)$ (із деякого наперед заданого набору) в класі $F_i(\alpha_j)$, $j = 1, \ldots, n(\varepsilon_\alpha)$, $i = 1, \ldots, \nu$ знаходимо $f(t, a_e(j^*(i^*, n^*)), \alpha_{j^*(i^*, n^*)})$, яка мінімізує оцінку середнього ризику (14).

Запропонований алгоритм, зокрема, можна застосувати до відновлення функціональної залежності (1) у випадку, коли клас регресійних функцій F задається так:

$$\begin{aligned}
&F = \{f(t, a, \alpha),\ t \in [t_0, 1],\ a \in \Lambda_a,\ \alpha \in [\underline{\alpha}, \overline{\alpha}]\},\\
&f(t, a, \alpha) = a_0 + t^\alpha P_n(t) = a_0 + t^\alpha(a_1 + \cdots + a_{n+1}t^n),\\
&a = (a_0, a_1, \ldots, a_{n+1}) \in \Lambda_a, \qquad n \in \mathrm{N}\bigcup\{0\}.
\end{aligned} \tag{15}$$

Якщо ввести скінченну ε-сітку за параметром α таким чином: $\alpha_i = \underline{\alpha} + i\Delta$, $i = 0, \ldots, n(\varepsilon_\alpha) - 1$, $n(\varepsilon_\alpha) = (\overline{\alpha} - \underline{\alpha})/\Delta + 1$, то максимальну відстань між двома найближчими елементами ε-сітки можна оцінити виразом $\varepsilon_\alpha := A\dfrac{\Delta}{e}\displaystyle\sum_{k=0}^{n}\dfrac{1}{\underline{\alpha} + k}$, де $A = \max\{\sup\limits_{a \in \Lambda_a}|a_1|, \ldots, \sup\limits_{a \in \Lambda_a}|a_{n+1}|\}$. Клас функцій F_α, визначених (15), при фіксованому значенні параметра $\alpha \in [\underline{\alpha}, \overline{\alpha}]$ має ємність $n + 2$ [6].

За другим кроком алгоритму 2 введемо структуру на класі функцій F_α:

$$F_i = \{a_0 + t^\alpha P_j(t),\ j \in \{0, \ldots, i\},\ t \in [t_0, 1]\}, \qquad i = 1, \ldots, \nu.$$

При фіксованому значенні $\alpha \in [\underline{\alpha}, \overline{\alpha}]$ ємність класу F_i дорівнює $i + 2$ та, за наслідком із теореми 2, має місце оцінка:

$$\begin{aligned}
I(a_e, \alpha_e) < {}&\min_{j \in \{0, \ldots, n(\varepsilon_\alpha) - 1\}} I_e(a_e(j), \alpha_j) + \\
&+ 2\tau\sqrt{\frac{(i+2)\left(\ln\dfrac{2l}{i+2} + 1\right) + \ln n(\varepsilon_\alpha) - \ln\dfrac{\eta}{9}}{l}} + 4\sqrt{\tau}A\frac{\overline{\alpha} - \underline{\alpha}}{en(\varepsilon_\alpha)}\sum_{k=0}^{i}\frac{1}{\underline{\alpha} + k}.
\end{aligned} \tag{16}$$

Оптимальна в сенсі алгоритму 2 функція знаходиться із умови мінімізації правої частини (16).

Запропонований в роботі підхід до відновлення функціональної залежності (1) із апріорно заданим класом регресорів був застосовуваний до аналізу та прогнозування показників банківської діяльності у випадку малої кількості емпіричних даних (історичний період на місячній основі становив 1 рік). Для цього прикладу застосування алгоритму 1 із класом регресорів (4) полягає у поетапному виділенні на першому етапі трендової складової, яка може слугувати основою для стратегічного планування відповідного показника банківської діяльності, на другому етапі — визначення присутності сезонної компоненти та її виділення. Використання другого алгоритму істотно покращує якість прогнозування (в порівняні з фактичними даними), оскільки в ньому клас регресорів було розширено при збереженні якості регресування. Крім того, припущення щодо рівномірної збіжності емпіричного функціоналу ризику до теоретичного дозволяє уникнути перезгладження. Використання часткового покриття ε-сіткою за нелінійним параметром значно спрощує алгоритм практичної мінімізації емпіричного ризику. Таким чином, другий алгоритм доповнює та узагальнює перший і може слугувати як функціональне наповнення систем прогнозування часових рядів у випадку коротких вибірок. Використання поліноміального класу регресорів є стандартним. Доведені в роботі теореми встановлюють границі застосування поліноміального регресування з точки зору апроксимації функцій з класу Гьольдера додатно визначеними узагальненими поліномами в умовах коротких вибірок.

1. *Vapnik V.* Estimation of dependences based on empirical data. – New York: Springer, 1982. – 399 p.
2. *Rawlings J., Pantula S., Dickey D.,* Applied regression analysis – a research tool. – New York: Springer, 1998. – 671 p.
3. *Anthony M., Shawe-Taylor J.* A result of Vapnik with applications // Discrete Appl. Math. – 1993. – **47 (3)**. – P. 207–217.
4. *Vayatis N., Azencott R.* Distribution-dependent Vapnik–Chervonenkis bounds // Lecture Notes in Computer Science. – 1999. – **1572**. – P. 230–240.
5. *Дзядык В. К.* Введение в теорию равномерного приближения функций полиномами. – Москва: Наука, 1977. – 512 с.
6. *Anthony M.* Discrete mathematics of neural networks: selected topics. – Philadelphia, PA: SIAM, 2001. – 131 p.

Інститут прикладного системного аналізу
НТУ України "Київський політехнічний інститут"

Надійшло до редакції 15.04.2010

N. D. Pankratova, O. G. Zrazhevsky

Retrieval of the functional dependence of time series in the case of short samples

The problem of the retrieval of the functional dependence of time series on the time index is considered in the case of short samples. The approach of step-by-step extraction of the regression component based on the algorithm of sequential evaluation of regression equations with efficient complexity with the use of different a priori information is proposed. The uniform convergence of the empirical risk functional to the theoretical one is proved under the condition that the parametric class of regression functions obeys Hölder's condition and admits a partial covering by a finite ε-net for some of its parameters.