ДОПОВІДІ
НАЦІОНАЛЬНОЇ
АКАДЕМІЇ НАУК
УКРАЇНИ

4 • 2012

МЕХАНІКА

УДК 539.375;539.4:536.543

Член-кореспондент НАН України **О. Є. Андрейків, І. Я. Долінська, В. З. Кухар, Ю. Я. Матвіїв**

Розрахункова модель для визначення періоду докритичного росту тріщин повзучості в елементах конструкцій при довготривалих статично-розривних навантаженнях

На основі енергетичного підходу розроблено розрахункову модель для визначення залишкової довговічності елементів конструкцій з тріщинами повзучості при довготривалих статично-розривних навантаженнях. Проведено апробацію моделі результатами експериментальних досліджень.

Забезпечення надійності і прогнозування ресурсу (залишкового ресурсу) елементів конструкцій і деталей мобільних машин вимагає від дослідників більш надійних методів розрахунку зародження і докритичного росту тріщин в їх матеріалах. Особливо це стосується випадків, коли елементи конструкцій працюють в таких екстремальних умовах експлуатації, як висока температура, довготривале статичне навантаження. Коли ці два механізми діють одночасно, з'являється високотемпературна повзучість, наприклад, в елементах енергетичного устаткування.

Відомі дослідження високотемпературної міцності і довговічності елементів конструкцій при високих температурах і довготривалих статичних навантаженнях в переважній більшості відносяться до випадків, коли в таких елементах відсутні дефекти. Визначенню залишкової довговічності елементів конструкцій при наявності дефектів типу тріщин при згаданих умовах навантажень, коли в зоні передруйнування біля контура тріщини реалізуються механізми високотемпературної повзучості, присвячено ряд наукових робіт [1–3]. Однак на даний час ще не достатньо досліджені випадки, коли поряд з високотемпературною повзучістю при довготривалих статичних навантаженнях на матеріал діє ще ряд додаткових зосереджених у часі факторів. Саме такій актуальній проблемі і присвячена дана робота, в якій, зокрема, запропоновано математичну модель для визначення залишкового ресурсу елементів конструкцій з тріщинами при довготривалих статично-розривних навантаженнях (маневрений режим експлуатації).

Постановка задачі і метод її розв'язання. Для спрощеного формулювання розрахункової моделі розглянемо пластину (тонкостінний елемент конструкції), послаблену прямолінійною тріщиною довжиною $2l_0$, яка знаходиться під дією симетричного відносно лінії тріщини довготривалого статичного навантаження і високої температури, що викликає в зоні передруйнування біля вершини тріщини високотемпературну повзучість. Вважаємо, що за деякі проміжки часу проходить зміна цього навантаження, тобто розвантаження–навантаження. В даному випадку приймаємо, що за час росту тріщини проходить n таких розвантажень–навантажень. Задача полягає у визначенні залишкової довговічності такої пластини з урахуванням цих змін навантажень, тобто час $t = t_*$, за який в результаті високотемпературної повзучості тріщина підросте до критичного розміру l_* і пластина зруйнується.

Реалізацію даної задачі проведемо за допомогою раніше запропонованого нами енергетичного підходу [4], який базується на першому законі термодинаміки. На основі цього, а також симетрії напруженого стану відносно лінії розміщення тріщини для визначення величини швидкості $V = dl/dt$ поширення тріщини повзучості отримаємо таку формулу:

$$\frac{dl}{dt} = \frac{\partial(W_p^{(1)} + W_p^{(2)})}{\partial t}(\gamma_C - \gamma_t)^{-1}. \tag{1}$$

Тут $W_p^{(1)}(t)$ — частина роботи пластичних деформацій в зоні передруйнуванння біля вершини тріщини під час високотемпературної повзучості, яка виділяється при постійній довжині тріщини, генерується самою пластиною і залежить тільки від t; $W_p^{(2)}(t)$ — частина роботи пластичних деформацій в зонах передруйнування, яка генерується самою пластиною під час її додаткового розвантаження–навантаження; γ_t — питома робота пластичних деформацій в зоні передруйнування при рості тріщини; γ_C — її критичне значення. Для повноти математичної моделі до рівняння (1) додамо, відповідно, такі початкову і кінцеву умови:

$$t = 0, \qquad l(0) = l_0; \qquad t = t_*, \qquad l(t_*) = l_*; \qquad \gamma_t(l_*) = \gamma_C. \tag{2}$$

Таким чином, кінетичне рівнянння (1) та умови (2) і складають математичну модель для визначення періоду $t = t_*$ докритичного росту тріщини в елементах конструкцій при симетричному навантаженні.

Невідомі величини $\partial W_p^{(1)}/\partial t$ і $\partial W_p^{(2)}/\partial t$, які входять у рівняння (1), визначатимемо на основі результатів робіт [3, 4] так:

$$\frac{\partial W_p^{(1)}}{\partial t} = 2\sigma_t A[\delta_t(l)\delta_c^{-1}]^m, \tag{3}$$

$$\frac{\partial W_p^{(2)}}{\partial t} = 0{,}25\alpha(1 - R)^4 \sum_{i=1}^{n} \sigma_t \delta(l - l_i)[\delta_t^2(l) - \delta_{th}^2], \tag{4}$$

$$\frac{\delta_t}{\delta_{\ c}} = K_I^2 K_{IC}^{-2}; \qquad \delta_{th} = K_{th}^2 \sigma_t^{-1} E^{-1},$$

де $\delta_t(l)$ — розкриття у вершині тріщини; δ_c — його критичне значення; δ_{th} — нижнє порогове значення $\delta_t(l)$, при якому тріщина не поширюється; α — константа матеріалу, яка визначається експериментально [4]; σ_t — усереднене напруження в зоні передруйнування; m, A — характеристики високотемпературної повзучості, які визначаються з експерименту [2, 3]; $\delta(x)$ — дельта-функція [5]; E — модуль пружності; R — коефіцієнт асиметрії циклу при розвантаженні–навантаженні; K_{fC} — критичне значення коефіцієнта інтенсивності напружень (КІН) K_I при циклічному навантаженні; K_{th} — нижнє порогове значення K_I, при якому не відбувається поширення тріщини [4]; K_{IC} — характеристика тріщиностійкості матеріалу при статичному навантаженні; l_i — довжина повзучої тріщини в момент i-го розвантаження.

На основі наведеного вище і результатів робіт [2–4] для визначення періоду докритичного росту тріщини $t = t_*$ отримаємо співвідношення

$$\frac{dl}{dt} = \frac{2A[K_I K_{IC}^{-1}]^{2m}}{1 - K_I^2 K_{IC}^{-2}} + \sum_{i=1}^{n} \delta(l - l_i) \frac{\alpha(1-R)^4 [K_I^4 - K_{th}^4]}{4ET_i \sigma_t K_{fC}^2 (1 - K_I^2 K_{fC}^{-2})} \tag{5}$$

з відповідними початковою і кінцевою умовами

$$t = 0, \qquad l(0) = l_0; \qquad t = t_*, \qquad l(t_*) = l_*; \qquad K(l_*) = K_{IC}. \tag{6}$$

Тут T_i — час періоду i-го розвантаження–навантаження. Для наближеного розв'язку задачі (5) і (6) введемо такі позначення:

$$\begin{gathered} \frac{dl}{dt} = f_1(l) + \sum_{i=1}^{n} \delta(l - l_i) f_2(l); \qquad f_1(l) = 2A[K_I K_{IC}^{-1}]^{2m} [1 - K_I^2 K_{IC}^{-2}]^{-1}; \\ f_2(l) = \alpha(1-R)^4 0{,}25 [K_I^4 - K_{th}^4] E^{-1} T_i^{-1} \sigma_t^{-1} K_{fC}^{-2} (1 - K_I^2 K_{fC}^{-2})^{-1}. \end{gathered} \tag{7}$$

Інтегруючи рівняння (5) при умовах (6) з урахуванням (7), одержимо

$$t_* = \int\limits_{l_0}^{l_*} \frac{1}{f_1(l) + \sum\limits_{i=1}^{n} \delta(l - l_i) f_2(l)} dl = \int\limits_{l_0}^{l_*} \frac{1}{f_1(l) \left[1 + \sum\limits_{i=1}^{n} \delta(l - l_i) f_2(l) f_1^{-1}(l)\right]} dl. \tag{8}$$

Розглядаючи випадок, коли $f_2(l) f_1^{-1}(l) \ll 1$, співвідношення (8) можна наближено навести у вигляді

$$t_* \approx \int\limits_{l_0}^{l_*} f_1^{-1}(l) dl - \int\limits_{l_0}^{l_*} \sum_{i=1}^{n} \delta(l - l_i) f_2(l) f_1^{-2}(l)\, dl. \tag{9}$$

Для простоти обчислень будемо вважати, що розвантаження–навантаження відбувається в час $t = t_i$ $(i = 1, \ldots, n)$, за який повзуча тріщина поширюється на рівні довжини $\Delta l = n^{-1}(l_* - l_0)$. З урахуванням цього та теореми про середнє [5] співвідношення (9) запишемо так:

$$\begin{gathered} t_* \approx \int\limits_{l_0}^{l_*} f_1^{-1}(l)\, dl - n f_2(l_j) f_1^{-2}(l_j); \\ f_2(l_j) f_1^{-2}(l_j) = (l_* - l_0)^{-1} \int\limits_{l_0}^{l_*} f_2(l) f_1^{-2}(l)\, dl. \end{gathered} \tag{10}$$

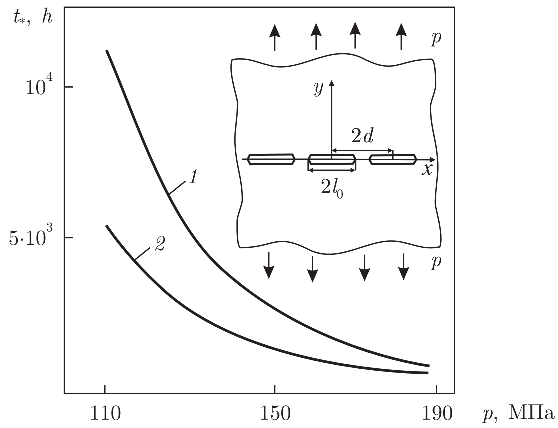

Рис. 1. Залежність $t = t_*$ від зміни навантаження p в стаціонарному (крива *1*) і маневреному (крива *2*) режимах експлуатації

Отже, співвідношення (10) з урахуванням (7) при відомих характеристиках α, m, A, K_{fC}, K_{th}, K_{IC} визначає залишкову довговічність тонкостінних елементів конструкцій, які працюють при високих температурах і довготривалому статично-розривному навантаженні (маневрений режим експлуатації [6]).

Приклад. Розглянемо нескінченну пластину, послаблену системою періодичних прямолінійних тріщин початкової довжини $2l_0$, розміщених по одній лінії на віддалі $2(d - l_0)$ одна від одної. Вважаємо, що пластина розтягується у нескінченно віддалених точках рівномірно розподіленими зусиллями p (див. рис. 1) при високій температурі, що викликає в зонах передруйнування біля вершин тріщин високотемпературну повзучість. Задача полягає у визначенні часу $t = t_*$, під час якого пройде n розвантажень–навантажень (маневрений режим експлуатації [6]), з досягненням яких тріщина підросте до критичного розміру $l = l_*$ і пластина зруйнується. Розв'язок даної задачі отримаємо на основі вище сформульованої розрахункової моделі (5), (6) і формули (10), яка в даному випадку при $K_{fC} \approx K_{IC}$ набуде вигляду

$$t_* = \int\limits_{l_0}^{l_*} \frac{0{,}5[1 - K_I^2 K_{IC}^{-2}]}{A[K_I K_{IC}^{-1}]^{2m}} dl - \frac{n}{(l_* - l_0)} \int\limits_{l_0}^{l_*} \frac{\alpha(1-R)^4 [K_I^4 - K_{th}^4][1 - K_I^2 K_{IC}^{-2}]}{16A^2 ET\sigma_t K_{IC}^2 [K_I K_{IC}^{-1}]^{4m}} dl. \qquad (11)$$

При цьому КІН K_I знаходимо, використовуючи результати роботи [7], так:

$$K_I = \frac{2p\sqrt{\pi l}}{\sqrt{(1-\lambda)[4 + (\pi^2 - 4)]\lambda}}; \qquad \lambda = \frac{l}{d}. \qquad (12)$$

Разом з тим, розрахунок будемо проводити для пластини із сталі 12Х1МФ [6] з такими механічними характеристиками і геометричними параметрами: $K_{IC} = 529$ МПа$\sqrt{m}$, $K_{th} = 6{,}2$ МПа$\sqrt{m}$, $E = 1{,}6 \cdot 10^5$ МПа, $\sigma_t = 520$ МПа, $\alpha = 1{,}24$, $2A = 1{,}7 \cdot 10^4 mm/h$, $m = 2{,}3$, $T = 1h$, $R = 0{,}5$, $n = 125$, $l_0 = 2$ мм, $d = 10$ мм. Обчислюючи в (11) інтеграл з урахуванням (12), побудуємо залежність t_* від зміни навантаження p (рис. 1) в маневреному (крива *2*) і стаціонарному (крива *1*) режимах експлуатації пластини. Як видно з рис. 1, при маневреному режимі залишкова довговічність пластини менша, що свідчить про необхідність врахування в розрахунках ефекту від розвантажень–навантажень.

Розрахунок залишкової довговічності труби паропроводу з тріщиною. Щоб знайти залишкову довговічність паропроводу в меневреному режимі його роботи (час до розгерметизації), побудуємо розрахункову модель розвитку в стінці його труби поверхневої

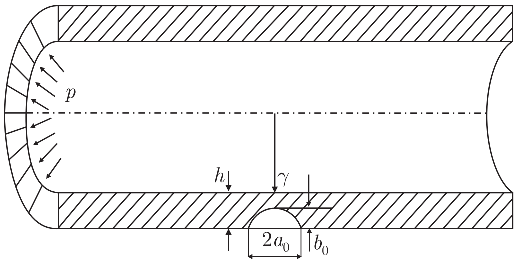

Рис. 2. Схема навантаження труби з тріщиною

півеліптичної тріщини з півосями a_0, b_0 і визначимо час $t = t_*$ до його розгерметизації (рис. 2).

Розв'язок такої задачі одержуємо на основі співвідношення (1), яке в даному випадку запишеться так:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{\partial(W_p^{(1)} + W_p^{(2)})}{\partial t}(\gamma_C - \gamma_t)^{-1} \tag{13}$$

при початкових і кінцевих умовах

$$t = 0, \quad S(0) = S_0; \quad t = t_*, \quad S(t_*) = S_*; \quad S_* = \pi b(t_*)a(t_*), \quad b(t_*) = h, \tag{14}$$

де S — площа повзучої тріщини; h — товщина стінки труби.

Оскільки розв'язок математичної моделі (13), (14) пов'язаний з певними математичними труднощами, то для його спрощення з незначною похибкою в кінцевому результаті будемо використовувати метод еквівалентних площ [3], згідно з яким зміна площі тріщини розглядуваної конфігурації приблизно така, як для півкругової тріщини радіусом ρ такої ж площі і яка поширюється у всіх точках її контура з однаковою швидкістю. З урахуванням цього і співвідношень (3), (4) математична модель (13), (14) запишеться так:

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{2A[K_I K_{IC}^{-1}]^{2m}}{1 - K_I^2 K_{IC}^{-2}} + \sum_{i=1}^{n} \delta(\rho - \rho_i)\frac{\alpha(1-R)^4[K_I^4 - K_{th}^4]}{4ET_i\sigma_t K_{fC}^2(1 - K_I^2 K_{fC}^{-2})}, \tag{15}$$

$$t = 0, \qquad \rho(0) = \rho_0 = \sqrt{a_0 b_0}; \qquad t = t_*, \qquad \rho(t_*) = h. \tag{16}$$

Тут ρ_i — радіус півколової тріщини в момент i-розвантаження; n — сумарне число розвантажень–навантажень в паропроводі при маневреному режимі його експлуатації. Коефіцієнт інтенсивності напружень K_I в даному випадку для півколової тріщини знайдемо на основі роботи [3] у такому вигляді:

$$K_I = 0{,}7\sigma\sqrt{\pi\rho}\left(1 + 0{,}32\left(\frac{\rho}{h}\right)^2\right)\left(1{,}04 + 0{,}23\left(\frac{\rho}{h}\right)^2 - 0{,}11\left(\frac{\rho}{h}\right)^4\right); \qquad \sigma = prh^{-1}.$$

Враховуючи це і інтегруючи (15) при умовах (16), отримаємо

$$t_* = \int_{\rho_0}^{h} \frac{0{,}5[1 - F_1^2(\rho)]}{AF_1^{2m}(\rho)}d\rho - \frac{n}{(h - \rho_0)}\int_{\rho_0}^{h} \frac{\alpha(1-R)^4[K_{IC}^4 F_I^4(\rho) - K_{th}^4][1 - F_1^2(\rho)]}{16A^2 ET\sigma_t K_{IC}^2 F_1^{4m}(\rho)}d\rho, \tag{17}$$

де $F_1(\rho) = 0{,}7\sigma K_{IC}^{-2}\sqrt{\pi\rho}(1 + 0{,}32(\rho/h)^2)(1{,}04 + 0{,}23(\rho/h)^2 - 0{,}11(\rho/h)^4)$.

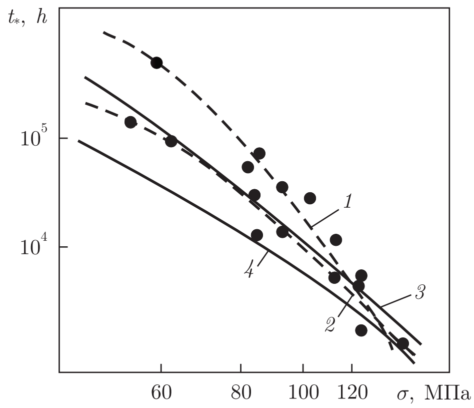

Рис. 3. Порівняння залишкової довговічності t_* в умовах повзучості паропроводу із сталі 12Х1 МФ після його експлуатації в стаціонарному (криві *1*, *3*) і маневреному (криві *2*, *4*) режимах; криві *3*, *4* — результати (17); криві *1*, *2* — результати [6]; суцільні лінії — розрахунок; штрихові лінії і кружечки — експеримент

Для перевірки коректності цього співвідношення порівняємо його з даними експерементальних і напівнатурних досліджень для конкретного паропроводу [6]. Для цих же матеріалів з такими механічними характеристиками, як і в попередньому випадку, а також геометричними параметрами [6] $h = 60$ мм, $r = 162$ мм, $n = 886$, $b_0 = 6$ мм, $a_0 = 15$ мм визначали довговічність паропроводу за формулою (17) і порівнювали із згаданими [6] даними експерементальних досліджень.

За цими розрахунками на рис. 3 побудовані графічні залежності залишкового ресурсу $t = t_*$ паропроводу від середнього напруження σ в його стінці. Як видно із рис. 3, зміна залишкового ресурсу $t = t_*$ паропроводу від σ якісно збігається з результатами експериментальних досліджень для стаціонарного і маневреного режимів. При цьому слід відзначити, що розрахунок дає результати дещо занижені за довговічністю, оскільки, на відміну від експерименту, тут враховується наявність тріщини.

Отже, наведене порівняння результатів підтверджує коректність встановленої тут розрахункової моделі (15), (16) для визначення періоду докритичного росту тріщин високотемпературної повзучості при довготривалих статично-розривних навантаженнях (маневреного режиму експлуатації).

Таким чином, побудовано розрахункову модель для оцінки періоду докритичного росту тріщин повзучості в елементах конструкцій при довготривалих статично-розривних навантаженнях (маневреного режиму експлуатації). На основі цього визначено залишкову довговічність труби паропроводу при стаціонарному і маневреному режимах експлуатації. Порівняння цих розрахункових результатів з відомими в літературі експерементальними даними підтвердило коректність запропонованої моделі.

1. *Андрейків О. Є., Сас Н. Б.* Визначення залишкового ресурсу труби з поверхневою тріщиною при довготривалому тиску і високій температурі // Машинознавство. – 2005. – № 4. – С. 3–6.
2. *Андрейків О. Є., Сас Н. Б.* Механіка руйнування металічних пластин при високотемпературній повзучості // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2006. – № 2. – С. 62–68.
3. *Андрейків О. Є., Сас Н. Б.* Математична модель для визначення періоду докритичного поширення тріщин високотемпературної повзучості в твердих тілах // Доп. НАН України. – 2006. – № 5. – С. 47–52.
4. *Андрейків О. Є., Лесів Р. М., Долінська І. Я.* Залежність періоду докритичного росту повзучо-втомної тріщини від періоду циклу навантаження // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2009. – № 4. – С. 31–38.

5. *Кудрявцев Л. Д.* Курс математического анализа. Т. 1. – Москва: Высш. шк., 1981. – 625 с.
6. *Хромченко Ф. А.* Ресурс сварных соединений паропроводов. – Москва: Машиностроение, 2002. – 352 с.
7. *Панасюк В. В., Андрейкив А. Е., Партон В. З.* Основы механики разрушения. – Киев: Наук. думка, 1988. – 488 с.

Львівський національний університет ім. Івана Франка *Надійшло до редакції 14.06.2011*

Член-корреспондент НАН Украины **А. Е. Андрейкив, И. Я. Долинская, В. З. Кухар, Ю. Я. Матвиив**

Расчетная модель для определения периода докритического роста трещин ползучести в элементах конструкций при долговременных статически разрывных нагрузках

На основе энергетического подхода разработана расчетная модель для определения остаточной долговечности элементов конструкций с трещинами ползучести при долговременных статически разрывных нагрузках. Проведена апробация модели результатами экспериментальных исследований.

Corresponding Member of the NAS of Ukraine **O. Ye. Andreykiv, I. Ya. Dolinskaya, V. Z. Kukhar, Yu. Ya. Matviyiv**

A calculation model for determination of a period of subcritical creep crack growth in structural elements under long–term static breaking loads

On the basis of the energy approach, a calculation model for the determination of a residual lifetime of structural elements with creep cracks under a long–term breaking load has been built. The approbation of the model is conducted by the results of experimental researches.