УДК 517.36

Академик НАН Украины **А. А. Мартынюк, И. Л. Иванов**

О связной устойчивости импульсных крупномасштабных систем с запаздыванием

В работе получены условия связной асимптотической устойчивости крупномасштабных систем с запаздыванием и импульсным воздействием. Использованы векторная функция Ляпунова и метод Разумихина.

Системы с импульсным возмущением [1, 2] при значительных размерностях вектора состояния $x(t)$ исследованы при помощи векторных либо матричных функций Ляпунова. Эти результаты изложены в работах [3, 4]. Для систем с запаздыванием элементы теории связной устойчивости приведены в [5]. В работе [6] изложены результаты анализа устойчивости систем с запаздыванием на основе матричнозначных функционалов Ляпунова.

Постановка задачи. Пусть $n \in \mathbb{N}$, $r > 0$, $\mathbb{E} = \{\varphi\colon [-r,0] \to \mathbb{R}^n\}$, $\mathbb{E}_i = \{\varphi_i\colon [-r,0] \to \mathbb{R}^{n_i}\}$. Введем нормы: $\|.\|$ — эвклидова норма в $\mathbb{R}^n$ либо в $\mathbb{R}^{n_i}$, $\|\varphi\|_{\mathbb{E}} = \sup\limits_{\theta\in[-r,0]} \|\varphi(\theta)\|$ — для произвольного $\varphi\colon [-r,0] \to \mathbb{R}^n$; $\|\varphi_i\|_{\mathbb{E}_i} = \sup\limits_{\theta\in[-r,0]} \|\varphi_i(\theta)\|$ для произвольного $\varphi_i\colon [-r,0] \to \mathbb{R}^{n_i}$.

Рассмотрим крупномасштабную систему уравнений с запаздыванием и импульсным воздействием следующего вида:

$$\begin{aligned} &\frac{dx}{dt} = f(t,x_t), \qquad t \neq \tau_k, \qquad k \in \mathbb{N},\\ &\Delta x(\tau_k) = I_k(x), \end{aligned} \tag{1}$$

где $f\colon [t_0 - r, \infty) \times \mathbb{E} \to \mathbb{R}^n$, моменты импульсного воздействия удовлетворяют условию $0 < \tau_1 < \tau_2 < \cdots < \tau_k < \cdots \to +\infty$, $\tau_k \in [t_0 - r, \infty)$, $f(t,0) = 0$, $\Delta x(\tau_k) = x(\tau_k^+) - x(\tau_k)$, $k \in \mathbb{N}$.

Предположим, что в системе (1) функция $f\colon [t_0 - r, \infty) \times \mathbb{E} \to \mathbb{R}^n$ такова, что решение этой системы существует и единственно на $[t_0 - r, \infty)$.

Зададим начальные условия для системы (1)

$$x(t) = \varphi_0(t - t_0), \qquad t \in [t_0 - r, t_0], \qquad t_0 > 0. \tag{2}$$

Решение $x(t; t_0, \varphi_0)$ коротко будем обозначать через $x(t)$ либо в виде однопараметрического семейства функций через $x_t(t_0, \varphi_0) \in \mathbb{E}$.

Пусть система (1) допускает декомпозицию вида

$$\begin{aligned} &\frac{dx}{dt} = g_i(t, x_{t,i}) + h_i(t, x_t), \qquad t \neq \tau_k, \qquad k \in \mathbb{N},\\ &\Delta x(\tau_k) = J_{ik}(x_i) + K_{ik}(x), \end{aligned} \tag{3}$$

где функции $g_i\colon [-r, +\infty) \times E_i \to \mathbb{R}^{n_i}$, $J_{ik}\colon \mathbb{R}^{n_i} \to \mathbb{R}^{n_i}$ описывают динамику подсистемы (3) без взаимосвязей с другими подсистемами (1), а функции $h_i\colon [-r, +\infty) \times \mathbb{E} \to \mathbb{R}^{n_i}$, $K_{ik}\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^{n_i}$ отвечают только за взаимосвязи.

Далее введем некоторые понятия из теории связной устойчивости для системы (3) аналогично тому, как это сделано в работе [7] для системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

Функции $h(t,x)$ и $K_k(x)$, отвечающие за взаимосвязи, будем представлять зависимыми от так называемых матриц взаимосвязи $E = [e_{ij}]_{i,j=1}^s$ и $E' = [e'_{ij}]_{i,j=1}^s$, определяемых следующим образом:

$$e_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если непрерывная часть } S_j \text{ действует на непрерывную часть } S_i, \\ 0, & \text{если непрерывная часть } S_j \text{ не действует на непрерывную часть } S_i, \end{cases}$$

$$e'_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если дискретная часть } S_j \text{ действует на дискретную часть } S_i, \\ 0, & \text{если дискретная часть } S_j \text{ не действует на дискретную часть } S_i. \end{cases}$$

Эта зависимость имеет следующий вид:

$$h_i(t,x_t) \equiv h_i(t, e_{i1}x_{t,1}, e_{i2}x_{t,2}, \ldots, e_{is}x_{t,s}),$$

$$K_{ik} \equiv K_{ik}(t, e_{i1}x_1, e_{i2}x_2, \ldots, e_{is}x_s),$$

где $i = \overline{1,s}$.

Определение 1. Положение равновесия $x = 0$ системы (1) называется:

а) устойчивым, если для любого $\varepsilon > 0$, $t_0 \in \mathbb{R}_+$ существует $\delta = \delta(\varepsilon, t_0) > 0$ такое, что из условия $\|\varphi_0\|_{\mathbb{E}} < \delta$ следует неравенство $\|x(t;t_0,\varphi_0)\| < \varepsilon$ при всех $t \in [t_0, +\infty)$;

б) равномерно устойчивым, если величина δ в пункте *а* не зависит от t_0;

в) асимптотически устойчивым, если оно устойчиво и существует $\delta_0 > 0$ такое, что из условия $\|\varphi_0\|_{\mathbb{E}} < \delta_0$ следует $\lim\limits_{t\to+\infty} x(t;t_0,\varphi_0) = 0$;

г) равномерно асимптотически устойчивым, если выполняются условия определений *б* и *в*;

д) устойчивым в целом, если в определении 1, *а* при $\varepsilon \to +\infty$ можно выбрать $\delta(\varepsilon, t_0)$ так, чтобы $\delta(\varepsilon, t_0) \to +\infty$.

Определение 2. Крупномасштабная система связно устойчива, если она устойчива в смысле Ляпунова для любых матриц взаимосвязи E и E'.

Определение 3 [7]. Фундаментальной матрицей взаимосвязи E_f называется матрица E, соответствующая ситуации, когда все существующие между подсистемами (3) связи “включены”, т. е. равны единице соответствующие им элементы e_{ij}.

Определение 4 [2]. Функция $v(t,x)$ принадлежит классу V_0, если выполняются условия:

1) $v(t,x)$ непрерывно дифференцируема на множестве $\mathcal{T}\times\mathbb{R}^n$, где $\mathcal{T} = [t_0 - r, \infty)\backslash\{\tau_k\}_{k\in\mathbb{N}}$;

2) существуют функции a, b класса Хана, такие, что выполняется двусторонняя оценка $a(\|x\|) \leqslant v(t,x) \leqslant b(\|x\|)$ при всех $(t,x) \in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^n$;

3) существуют пределы

$$\lim_{t\to\tau_k-0} v(t,x) = v(\tau_k, x), \qquad \lim_{t\to\tau_k+0} v(t,x) = v(\tau_k+0, x) \qquad \text{при всех} \qquad k = 1, 2, \ldots.$$

Таким образом, задача состоит в получении условий связной асимптотической устойчивости указанного класса нелинейных систем на основе метода агрегирования крупномасштабной системы с последействием при импульсном возмущении.

Основной результат. Далее понадобится следующее утверждение.

Теорема 1 (ср. [8]). *Пусть система уравнений* (1) *такова, что существует функция* $v(t,x)$ *класса* V_0, *число* $p \in \mathbb{N}$ *и непрерывная неубывающая функция* $p(s) > s$ *при* $s > 0$, *удовлетворяющие условиям:*

1) $D^+v(t,x)|_{(1)} \leqslant -\varkappa\|x\|^p$, $(t,x) \in \mathbb{R}_+ \times \mathcal{N}$,

где $\mathcal{N} \in \mathbb{R}^n$, $\varkappa > 0$ *(*$D^+v(t,x)|_{(1)}$ *означает верхнюю правую производную функции* $v(t,x)$ *вдоль решений* (1)*), если*

$$p(v(t,x)) > v(t+\zeta,\varphi(\zeta)), \qquad \zeta \in [-r,0];$$

2) $v(\tau_i+0, x(\tau_i+0)) \leqslant v(\tau_i, x(\tau_i))$ *при всех* $i \in \mathbb{N}$.

Тогда состояние равновесия $x = 0$ *системы* (1) *асимптотически устойчиво.*

Замечание 1. В работе [8] теорема 1 рассмотрена для линейной системы и при $p = 2$. Доказательство общего случая проводится без изменения способа доказательства.

В предположениях, представленных ниже, используются следующие обозначения [9]:

$$D_t^+v_i(t,x_i) = \lim_{\theta\to 0^+}\sup\left\{\frac{v_i(t+\theta,x_i) - v_i(t,x_i)}{\theta}\right\};$$

$$D_{x_{ij}}^+v_i(t,x_i) = \lim_{\theta\to 0^+,\ \|x_{ij}\|\to 0}\sup\left\{\frac{v_i(t+\theta, x_i + I_{i,j+1}\Delta x_i) - v_i(t+\theta, x_i + I_{i,j}\Delta x_i)}{\Delta x_{ij}}\right\};$$

$$D_{x_i}^+v_i(t,x_i) = (D_{x_{i1}}^+v_i(t,x_i), D_{x_{i2}}^+v_i(t,x_i), \ldots, D_{x_{in_i}}^+v_i(t,x_i))^T.$$

Легко проверить, что $D^+v_i(t,x_i) \leqslant D^+v_i(t,x_i) + (D_{x_i}^+v_i(t,x_i))^T dx_i/dt$.

Не уменьшая общности, положим $t_0 = 0$ и сформулируем некоторые условия.

Предположение 1. *Существуют открытые связные окрестности* $\mathcal{N}_i \subset \mathbb{R}^{n_i}$ *состояний* $x_i = 0$, *функции* $v_i\colon \mathbb{R}\times\mathbb{R}^{n_i} \to \mathbb{R}_+$, $\Gamma_{ik}\colon \mathbb{R}^{n_i} \to \mathbb{R}_+$, *строго возрастающая функция* $p(s) > s$, $p(0) = 0$, *действительные числа* α_{ij}, β_{ij}, α_i, β_i *такие, что:*

1) функции v_i *и* Γ_{ik} *положительно определены на* $\mathcal{N}_i$, $i = \overline{1,s}$, $k \in \mathbb{N}$;

2) $\alpha_i < 0$, $\beta_i \in \{-1, 0\}$, $i = \overline{1,s}$;

3) $\alpha_{ij} > 0$, $\beta_{ij} \geqslant 0$, $i,j = \overline{1,s}$, $i \neq j$;

4) существует вектор $u_0 \in \mathbb{R}^s$, $u_0 > 0$ *такой, что*

$$Au_0 < 0, \qquad Bu_0 \leqslant 0,$$

где A, $B \in \mathbb{R}^{s\times s}$, $A = \{a_{ij}\}_{i,j=1}^s$, $B = \{b_{ij}\}_{i,j=1}^s$, $a_{ij} = \alpha_i\delta_{ij} + e_{ij}\alpha_{ij}$, $b_{ij} = \delta_{ij}\beta_i + e'_{ij}\beta_{ij}$;

5) $v_i(\tau_k, x_i + J_{ik}(x_i)) - v_i(\tau_k, x_i) \leqslant \beta_i\Gamma_{ik}(x_i)$;

6) $v_i(\tau_k, x_i + J_{ik}(x_i) + K_{ik}(x)) - v_i(\tau_k, x_i + J_{ik}(x_i)(x)) \leqslant \sum\limits_{j=1}^{s} e'_{ij}\beta_{ij}\Gamma_{jk}(x_j)$;

7) $D_t^+v_i(t,x_i) + (D_{x_i}^+v_i(t,x_i))^T g_i(t, x_{t,i}) \leqslant \alpha_i\|x_i\|$, $\forall\,(t,x_i) \in [-r,+\infty)\times\mathcal{N}_i$, *если*

$$v_i(t,x) \geqslant p(v_i(t+\zeta, x(t+\zeta))), \qquad \forall\,\zeta \in [-r,0]. \tag{4}$$

Здесь $v_i(t,x) = b^TV(t,x)$, $V(t,x) = (v_1(t,x_1), v_2(t,x_2), \ldots, v_s(t,x_s))^T$, $b = -(A^T)^{-1}c_1$, *где* $b, c \in \mathbb{R}^s$, $b > 0$, $c > 0$ *(возможность одновременного выполнения последних двух неравенств гарантируется условием 4 данного предположения);*

8) $(D^+_{x_i} v_i(t,x_i))^T h_i(t,x_t) \leqslant \sum\limits_{j=1}^{s} e_{ij}\alpha_{ij}$, $\forall\,(t,x_i) \in [-r,+\infty)\times\mathcal{N}_i$, *если выполняется условие Разумихина* (4).

Теорема 2. *Пусть*

а) выполняются условия предположения 1 при $E = E_f$, $E' = E'_f$;

б) функции $v_i(t,x_i)$ *положительно определенные на* $[-r,+\infty)\times\mathcal{N}_i$, $i = \overline{1,s}$.

Тогда состояние равновесия $x = 0$ *системы* (1) *связно асимптотически устойчиво.*

Доказательство. Согласно условию *4* предположения 1, существуют векторы b, c_1, $c_2 \in \mathbb{R}^s$, $b > 0$, $c_1 > 0$, $c_2 \geqslant 0$ такие, что $c_2 = -B^T b$, $b = -(A^T)^{-1}c_1$.

Пусть $\overline{A}$ — матрица, соответствующая фундаментальной матрице взаимодействия E_f. Аналогично введем матрицу $\overline{B}$. Тогда матрицы A и B, соответствующие произвольным матрицам взаимодействия E и E', ввиду неотрицательности элементов α_{ij} и β_{ij}, удовлетворяют матричным неравенствам

$$A \leqslant \overline{A}, \qquad B \leqslant \overline{B}. \tag{5}$$

Из условий *5*, *6* предположения 1 и второго неравенства в (5) следует, что в окрестности $\mathcal{N} = \mathcal{N}_1\times\mathcal{N}_2\times\cdots\times\mathcal{N}_s$ выполняется оценка:

$$\begin{aligned}
&v(\tau_k, x(\tau_k^+)) - v(\tau_k, x(\tau_k)) = v(\tau_k, x + I_k(x)) - v(\tau_k, x) = \\
&\quad = b^T V(\tau_k, x + I_k(x)) - b^T V(\tau_k, x) = \\
&\quad = b^T((V(\tau_k, x + I_k(x)) - V(\tau_k, x + J_k(x))) + (V(\tau_k, x + J_k(x)) - V(\tau_k, x))) \leqslant \\
&\quad \leqslant b^T([e'_{ij}\beta_{ij}]_{i,j=1}^s + \operatorname{diag}(\beta_1,\beta_2,\ldots,\beta_s))\cdot(\Gamma_{1k}(x_1),\Gamma_{2k}(x_2),\ldots,\Gamma_{sk}(x_s))^T = \\
&\quad = b^T B\gamma_k(x) \leqslant b^T\overline{B}\gamma_k(x) = -c_2^T\gamma_k(x) \leqslant 0
\end{aligned} \tag{6}$$

для всех $(t,x) \in \mathbb{R}_+\times\mathcal{N}$.

Аналогично, условия *7*, *8* предположения 1 и первое неравенство в (5) гарантируют существование окрестности $\mathcal{N} = \mathcal{N}_1\times\mathcal{N}_2\times\cdots\times\mathcal{N}_s$ такой, что при выполнении условия Разумихина (4) имеет место оценка

$$D^+(t,x)|_{(1)} \leqslant b^T A\omega(x) \leqslant b^T\overline{A}\omega(x) = -c_1^T\omega(x) \tag{7}$$

для всех $(t,x) \in \mathbb{R}_+\times\mathcal{N}$, где $\omega(x) = (\|x_1\|,\|x_2\|,\ldots,\|x_s\|)^T$.

Функции v и D^+v, свойства которых описываются выражениями (6) и (7), удовлетворяют условиям теоремы 1 при $p = 1$. Поэтому (1) связно асимптотически устойчива.

Предположение 2. *Существуют открытые связные окрестности* $\mathcal{N}_i \subset \mathbb{R}^{n_i}$ *состояний* $x_i = 0$, *функции* $v_i\colon \mathbb{R}\times\mathbb{R}^{n_i} \to \mathbb{R}_+$, $\Gamma_{ik}\colon \mathbb{R}^{n_i} \to \mathbb{R}_+$, *строго возрастающая функция* $p(s) > s$, $p(0) = 0$, *действительные числа* α_{ij}, β_{ij}, α_i, β_i *такие, что:*

1) функции v_i *и* Γ_{ik} *положительно определены на* $\mathcal{N}_i$, $i = \overline{1,s}$, $k \in \mathbb{N}$;

2) $\alpha_i < 0$, $\beta_i \in \{-1, 0\}$, $i = \overline{1,s}$;

3) $\alpha_{ij} \geqslant 0$, $\beta_{ij} \geqslant 0$, $i,j = \overline{1,s}$, $i \neq j$;

4) существует диагональная матрица с положительными элементами $D = \operatorname{diag}(d_1, d_2,\ldots,d_s)$ *такая, что*

$$A^T D + DA < 0, \qquad B^T D + DB \leqslant 0,$$

где A, $B \in \mathbb{R}^{s\times s}$, $A = \{a_{ij}\}_{i,j=1}^s$, $B = \{b_{ij}\}_{i,j=1}^s$, $a_{ij} = \alpha_i\delta_{ij} + e_{ij}\alpha_{ij}$, $b_{ij} = \delta_{ij}\beta_i + e'_{ij}\beta_{ij}$;

5) $v_i(\tau_k, x_i + J_{ik}(x_i)) - v_i(\tau_k, x_i) \leqslant \beta_i\Gamma_{ik}^2(x_i)$*;*

6) $v_i(\tau_k, x_i + J_{ik}(x_i) + K_{ik}(x)) - v_i(\tau_k, x_i + J_{ik}(x_i)(x)) \leqslant \Gamma_{ik}(x_i)\sum\limits_{j=1}^{s} e'_{ij}\beta_{ij}\Gamma_{jk}(x_j)$*;*

7) $D_t^+v_i(t,x_i) + (D_{x_i}^+v_i(t,x_i))^Tg_i(t,x_{t,i}) \leqslant \alpha_i\|x_i\|^2$, $\forall\,(t,x_i) \in [-r,+\infty)\times\mathcal{N}_i$, *если выполняется условие* (4)*, где* $v(t,x) = d^TV(t,x)$, $V(t,x) = (v_1(t,x_1), v_2(t,x_2),\ldots,v_s(t,x_s))$, $d = (d_1,d_2,\ldots,d_s)^T$*;*

8) $(D_{x_i}^+v_i(t,x_i))^Th_i(t,x_t) \leqslant \|x_i\|\sum\limits_{j=1}^{s} e_{ij}\alpha_{ij}$, $\forall\,(t,x_i) \in [-r,+\infty)\times\mathcal{N}_i$, *если выполняется условие Разумихина* (4).

Теорема 3. *Пусть*

а) выполняются условия предположения 2 при $E = E_f$, $E' = E'_f$*;*

б) существуют положительные числа η_{i1}, η_{i2} *такие, что*

$$\eta_{i1}\|x_i\|^2 \leqslant v_i(t,x_i) \leqslant \eta_{i2}\|x_i\|^2$$

при всех $(t,x_i) \in [-r,+\infty)\times\mathcal{N}_i$, $i = \overline{1,s}$.

Тогда состояние равновесия $x = 0$ *системы* (1) *связно асимптотически устойчиво.*

Доказательство. Рассмотрим функцию $v(t,x) = d^TV(t,x)$. Положительность компонент вектора d, положительная определенность функций v_i на $\mathcal{N}_i$ при всех $i = 1,2,\ldots,s$ и свойства всех окрестностей $\mathcal{N}_i$ обеспечивают существование окрестности $\mathcal{N} \subset \mathcal{N}_1\times\cdots\times\mathcal{N}_s$, в которой выполняется оценка

$$\begin{aligned}
v(\tau_k, x(\tau_k^+)) - v(\tau_k, x(\tau_k)) &= v(\tau_k, x + I_k(x)) - v(\tau_k, x) = \\
&= d^TV(\tau_k, +I_k(x)) - d^TV(\tau_k, x) = \\
&= d^T((V(\tau_k, x + J_k(x)) - V(\tau_k, x + I_k(x))) + (V(\tau_k, x + J_k(x)) - V(\tau_k, x))) \leqslant \\
&\leqslant d^T\left(\left[\Gamma_{ik}(x_i)\sum_{j=1}^{s}\beta_{ij}e'_{ij}\Gamma_{jk}(x_j)\right]_{i=1}^{s} + [\beta_i\Gamma_{ik}(x_i)]_{i=1}^{s}\right) = \\
&= d^T\left[\Gamma_{ik}(x_i)\left(\beta_i\Gamma_{ik}(x_i) + \sum_{j=1}^{s}\beta_{ij}e'_{ij}\Gamma_{jk}(x_i)\right)\right]_{i=1}^{s} = \\
&= \gamma_k^T(x)\left[d_i\left(\beta_i\Gamma_{ik}(x_i) + \sum_{j=1}^{s}\beta_{ij}e'_{ij}\Gamma_{jk}(x_j)\right)\right]_{i=1}^{s} \leqslant \\
&\leqslant \gamma_k^T(x)(D\operatorname{diag}(\beta_1,\ldots,\beta_s) + D[\beta_{ij}]_{i,j=1}^{s})\gamma_k(x) = \gamma_k^T(x)D\overline{B}\gamma_k(x) = \\
&= \frac{1}{2}\gamma_k^T(x)(D\overline{B} + \overline{B}^TD)\gamma_k(x) \leqslant 0.
\end{aligned} \tag{8}$$

Аналогично, условия *7*, *8* предположения 2 и первое неравенство в (5) гарантируют, что в окрестности $\mathcal{N} \subset \mathcal{N}_1\times\cdots\times\mathcal{N}_s$ при выполнении условия Разумихина выполняется оценка:

$$D^+v(t,x)|_{(1)} = d^T[D^+v_i(t,x)]_{i=1}^{s}|_{(1)} = d^T[D_t^+v_i(t,x_i) + (D_{x_i}^+v_i(t,x))^Tg_i(t,x_{t,i}) +$$

$$
+ (D^+_{x_i} v_i(t, x_i))^T h_i(t, x_{t,i})]_{i=1}^s \leqslant d^T \left[\alpha_i \|x_i\|^2 + \|x_i\| \sum_{j=1}^s e_{ij} \alpha_{ij} \|x_j\| \right]_{i=1}^s \leqslant
$$

$$
\leqslant d^T \left[\alpha_i \|x_i\|^2 + \|x_i\| \sum_{j=1}^s e_{ij} \alpha_{ij} \|x_j\| \right]_{i=1}^s = \omega^T(x) \left[d_i \left(\alpha_i \|x_i\| + \sum_{j=1}^s e_{ij} \alpha_{ij} \|x_j\| \right) \right]_{i=1}^s =
$$

$$
= \omega^T(x) D\overline{A}\omega(x) = \frac{1}{2}\omega^T(x)(D\overline{A} + \overline{A}^T D)\omega(x) \leqslant \frac{1}{2}\lambda_{\max}(D\overline{A} + \overline{A}^T D)\|x\|^2 \tag{9}
$$

для всех $(t, x) \in \mathbb{R}_+ \times \mathcal{N}$, где $\omega(x) = (\|x_1\|, \|x_2\|, \ldots, \|x_s\|)^T$, $\lambda_{\max}(D\overline{A} + \overline{A}^T D)$ — максимальное собственное значение матрицы $D\overline{A} + \overline{A}^T D$.

Поскольку $\lambda_{\max}(D\overline{A} + \overline{A}^T D) < 0$, то функции v и $D^+ v$, свойства которых описываются выражениями (8) и (9), удовлетворяют условиям теоремы А при $p = 2$. Поэтому (1) связно асимптотически устойчива. Теорема доказана.

Заключительные замечания. В работах [10–12] изложены некоторые результаты анализа устойчивости систем с запаздыванием при импульсном воздействии. Условия связной асимптотической устойчивости, приведенные в настоящей работе, сводятся к проверке совместимости некоторых неравенств (см. условие *4*) и это может оказаться эффективным способом анализа в случаях, предусмотренных предположениями 1, 2.

1. *Самойленко А. М., Перестюк Н. А.* Дифференциальные уравнения с импульсным воздействием. – Киев: Вища шк., 1987. – 282 с.
2. *Lakshmikantam V., Bainov D. D., Simeonov P. S.* Theory of impulsive differential equations. – Singapore: World Scientific, 1989. – 520 p.
3. *Haddad W. M., Chellaboina V. S., Nersesov S. G.* Impulsive and hybrid dynamical systems. – Princeton, NJ: Princeton Univ. Press, 2006. – 504 p.
4. *Martynyuk A. A.* Qualitative Methods in nonlinear dynamics. Novel approaches to Liapunov's matrix functions. – New York, Marcel Dekker, 2002. – 301 p.
5. *Shigui R.* Connective stability for large scale systems described by functional differential equations // IEEE Trans. Automatic Control. – 1988. – **33**, No 2. – P. 198–200.
6. *Martynyuk A. A.* Stability of motion. The role of multicomponent Liapunov's functions. – Cambridge: Cambridge Sci. Publ., 2007. – 322 p.
7. *Siljak D. D.* Large-scale dynamic systems: stability and structure. – New York: North-Holland, 1978. – 416 p.
8. *Слынько В. И.* Об условиях устойчивости движения линейных импульсных систем с запаздыванием // Прикл. механика. – 2005. – **41**, № 6. – С. 130–138.
9. *Груйич Л. Т., Мартынюк А. А., Риббенс-Павелла М.* Устойчивость крупномасштабных систем при структурных возмущениях. – Киев: Наук. думка, 1984. – 308 с.
10. *Shen J., Luo Z., Liu X.* Impulsive stabilization of functional differential equations via Liapunov functionals // J. Math. Anal. Appl. – 1999. – **240**. – P. 1–15.
11. *Shen J., Yan J.* Razumikhin type stability theorems for impulsive functional differential equations // Nonlinear Anal. – 1998. – **33**. – P. 519–531.
12. *Martynyuk A. A., Shen J. H., Stavroulakis I. P.* Stability theorems in impulsive functional differential equations with infinite delay // Advances in Stability Theory at the End of the 20th Century / Ed. A. A. Martynyuk. – London: Taylor & Francis, 2003. – **13**. – P. 153–174.

Институт механики им. С. П. Тимошенко
НАН Украины, Киев

Поступило в редакцию 12.09.2011

Академік НАН України **А. А. Мартинюк, І. Л. Іванов**

Про зв'язну стійкість імпульсних великомасштабних систем із запізненням

У роботі встановлено умови зв'язної асимптотичної стійкості великомасштабних систем із запізненням та імпульсною дією. Використано векторну функцію Ляпунова і метод Разуміхіна.

Academician of the NAS of Ukraine **A. A. Martynyuk, I. L. Ivanov**

On the connective stability of impulsive large scale systems with delay

We establish the stability conditions for large-scale systems with delay and impulses via the vector Lyapunov function and the Razumikhin method.