ДОПОВІДІ
НАЦІОНАЛЬНОЇ
АКАДЕМІЇ НАУК
УКРАЇНИ

8 • 2012

ІНФОРМАТИКА ТА КІБЕРНЕТИКА

УДК 519.6:517.9

Академик НАН Украины **В. С. Дейнека**

Оптимальное управление нестационарным тепловым процессом и идентификация параметров среды при известных тепловых потоках

В работе исследован вопрос оптимального управления состоянием параболической системы с квадратичным функционалом качества при наблюдении за следом решения и его производной. Получены явные выражения градиентов функционала-невязки для идентификации мощности теплового потока и коэффициента теплопроводности.

Ранее в работах [1–3] рассмотрены вопросы оптимального управления состояниями параболических систем при наблюдениях за следами решения задач состояния. В [4, 5] на основе результатов теории оптимального управления получены явные выражения градиентов функционалов-невязок для идентификации различных параметров упомянутой системы.

В данной работе исследован вопрос оптимального управления нестационарным диффузионным процессом при заданных значениях температуры и мощности теплового потока с квадратичным функционалом качества. На основе полученных результатов построены явные выражения градиентов функционалов-невязок для идентификации мощности теплового потока и коэффициента теплопроводности при упомянутых наблюдениях.

Оптимальное управление. Пусть на области $\Omega_T = \Omega \times (0,T)$, $\Omega = (0,l)$ определено уравнение диффузии

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(k(x)\frac{\partial y}{\partial x}\right) + f(x,t), \tag{1}$$

где

$$0 < k_0 \leqslant k(x) \leqslant k_1 < \infty, \qquad k \in C(\overline{\Omega}) \bigcap C^1(\Omega), \qquad f \in C(\Omega_T).$$

На концах отрезка $[0,l]$ при $t \in (0,T)$ заданы смешанные краевые условия

$$-k\frac{\partial y}{\partial x} = -\alpha y + \beta, \qquad x = 0, \tag{2}$$

$$k\frac{\partial y}{\partial x} = u, \qquad x = l. \tag{3}$$

При $t = 0$ задано начальное условие

$$y(x,0) = y_0(x), \qquad x \in \Omega. \tag{4}$$

На основании задачи состояния (1)–(4) сформулируем задачу оптимального управления. Каждому управлению $u \in \mathcal{U}$ поставим в соответствие значение функционала стоимости:

$$J(u) = \|Cy(u) - z_g\|^2_{\mathcal{H}} + (\mathcal{N}u, u)_{\mathcal{U}}, \tag{5}$$

где

$$Cy(u) = (y_1(t), y_2(x;t)) \in \mathcal{H} = L_2(0,T) \times L_2(0,T; L_2(\Omega_0)),$$

$$(\varphi,\psi)_{\mathcal{H}} = \int\limits_0^T \varphi_1\psi_1 dt + \int\limits_0^T \int\limits_{\Omega_0} \varphi_2\psi_2 dx dt, \qquad \Omega_0 \subset \Omega, \qquad \|\varphi\|_{\mathcal{H}} = (\varphi,\varphi)^{1/2}_{\mathcal{H}},$$

$$\varphi = (\varphi_1(t), \varphi_2(x,t)), \qquad \psi = (\psi_1(t), \psi_2(x,t)); \qquad \varphi,\psi \in L_2(0,T) \times L_2(0,T; L_2(\Omega_0)),$$

$$y_1(t) = y(u;0,t), \qquad y_2(x,t)|_{\Omega_0} = k\frac{\partial y(u)}{\partial x}\bigg|_{\Omega_0},$$

$$\mathcal{N}u = \overline{a}u, \qquad \overline{a} = \mathrm{const} > 0, \qquad u \in \mathcal{U} = L_2(0,T).$$

Пусть V — некоторое гильбертово пространство, а V' — пространство, двойственное к нему. Введем, аналогично [6], пространство $L^2(0,T;V)$ функций $t \to f(t)$, отображающих интервал $(0,T)$ в пространство V измеримых и таких функций, что

$$\left(\int\limits_0^T \|f(t)\|^2_V dt\right)^{1/2} < \infty.$$

Введем пространство $W(0,T) = \{f \in L^2(0,T;V)\colon df/dt \in L^2(0,T;V')\}$. На основании [2, 6] каждому управлению $u \in \mathcal{U}$ соответствует единственное состояние — функция $y = y(u) = y(u;x,t) \in W(0,T)$, которая $\forall\, v(x) \in V_0 = W^1_2(\Omega)$ удовлетворяет равенствам

$$\int\limits_\Omega \frac{dy}{dt} v dx + a(y,v) = l(u;v), \qquad t \in (0,T), \tag{6}$$

$$y(x,0) = y_0(x), \qquad x \in \Omega, \tag{7}$$

где

$$a(y,v) = \int\limits_\Omega k\frac{\partial y}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial x} dx + \alpha y(0,t)v(0), \qquad l(u;v) = \int\limits_\Omega f\, v dx + \beta v(0) + uv(l). \tag{8}$$

Обозначим

$$\begin{aligned} &\pi(u,v) = (\overline{y}(u) - \overline{y}(0), \overline{y}(v) - \overline{y}(0))_{\mathcal{H}} + (\overline{a}u, v)_{\mathcal{U}},\\ &L(v) = (z_g - \overline{y}(0), \qquad \overline{y}(v) - \overline{y}(0))_{\mathcal{H}}, \end{aligned} \tag{9}$$

где

$$Cy(u) = \overline{y}(v) = (y_1(v;t), y_2(v;x,t)),$$

$$y_1(v;t) = y(v;0,t), \qquad y_2(v;x,t) = k\frac{\partial y(v)}{\partial x}, \qquad x \in (\Omega_0).$$

Тогда

$$J(u) = \pi(u,u) - 2L(u) + \|z_g - \overline{y}(0)\|^2_{\mathcal{H}}. \tag{10}$$

Пусть $\widetilde{y}' = \widetilde{y}(u')$, $\widetilde{y}'' = \widetilde{y}(u'')$ — решения из $W(0,T)$ задачи (6), (7) при $f \equiv 0$, $\beta \equiv 0$ и функции $u = u(t)$, равной, соответственно, $u', u'' \in \mathcal{U}$. Тогда

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\|\widetilde{y}' - \widetilde{y}''\|^2 + \alpha_0\|\widetilde{y}' - \widetilde{y}''\|^2_V \leqslant \alpha_1|u' - u''|\|\widetilde{y}' - \widetilde{y}''\|_V.$$

Следовательно,

$$\|\widetilde{y}' - \widetilde{y}''\|_{V\times L_2} \leqslant \frac{\alpha_1}{\alpha_0}\|u' - u''\|_{\mathcal{U}}. \tag{11}$$

С учетом теорем вложения [7] имеем

$$\|\overline{\widetilde{y}'} - \overline{\widetilde{y}''}\|_{\mathcal{H}} \leqslant c_1\|u' - u''\|_{\mathcal{U}}. \tag{12}$$

Полученное неравенство обеспечивает непрерывность билинейной формы $\pi(\cdot,\cdot)$ и линейного функционала $L(\cdot)$ на $\mathcal{U}$. На основании [6, гл. 1, теорема 1.1] доказано утверждение.

Теорема 1. *Пусть при каждом $u \in \mathcal{U}$ состояние системы определяется как решение задачи* (6), (7). *Тогда существует единственный элемент u выпуклого замкнутого в $\mathcal{U}$ множества $\mathcal{U}_\partial$, для которого*

$$J(u) = \inf_{v\in\mathcal{U}_\partial} J(v). \tag{13}$$

Управление $u \in \mathcal{U}_\partial$ оптимально тогда и только тогда, когда

$$\langle J'(u), v - u\rangle \geqslant 0 \qquad \forall\, v \in \mathcal{U}_\partial, \tag{14}$$

т. е. когда

$$(\overline{y}(u) - z_g, \overline{y}(v) - \overline{y}(u))_{\mathcal{H}} + (\overline{a}u, v - u)_{\mathcal{U}} \geqslant 0 \qquad \forall\, v \in \mathcal{U}_\partial. \tag{15}$$

Единственное сопряженное состояние $\forall\, v \in \mathcal{U}$ определяется как функция $p \in W(0,T)$, которая $\forall\, z(x) \in V_0$ удовлетворяет равенствам

$$-\left(\frac{\partial\psi}{\partial t}, z\right) + a(\psi, z) = (y(v;0,t) - z_{g_1}(t))z(0) + \int\limits_{\Omega_0}\left(k\frac{\partial y(v)}{\partial x} - z_{g_2}\right)k\frac{\partial z}{\partial x}dx, \qquad t \in (0,T), \tag{16}$$

$$\psi|_{t=T} = 0, \qquad x \in \Omega. \tag{17}$$

Выбирая $z = y(v) - y(u)$, с учетом (6), (7), (15) на основании (16), (17) имеем

$$(y(u) - z_g, y(v) - y(u))_{\mathcal{H}} = \int_0^T (v - u)\psi(l,t)\,dt. \tag{18}$$

Учитывая полученное равенство (18), необходимое условие (15) оптимальности управления $u \in \mathcal{U}_\partial$ приобретает вид

$$\int_0^T (\psi(l,t) + \overline{a}u)(v - u)\,dt \geqslant 0 \qquad \forall\, v \in \mathcal{U}_\partial. \tag{19}$$

Следовательно, выполнение равенств (6), (7), (16), (17) и неравенства (19) является необходимым и достаточным условием существования оптимального управления $u \in \mathcal{U}_\partial$. Если $\mathcal{U}_\partial = \mathcal{U}$, из (19) получаем

$$u = -\frac{\psi(l,t)}{\overline{a}}.$$

Идентификация мощности теплового потока. Пусть состояние системы описывается начально-краевой задачей (1)–(4), где $u = u(t) \in \mathcal{U} = L_2(0,T)$ является неизвестным. Предположим, что при $x = 0$ известно решение этой задачи, а на $\Omega_0 \subset \Omega$ — известна мощность теплового потока, заданные равенствами

$$y(0,t) = f_0(t), \qquad k\frac{\partial y}{\partial x}\bigg|_{\Omega_0} = f_1(x,t)|_{\Omega_0}, \qquad t \in (0,T). \tag{20}$$

Функционал-невязка имеет вид

$$J(u) = \frac{1}{2}\int_0^T (y(u;0,t) - f_0(t))^2 dt + \frac{1}{2}\int_0^T\int_{\Omega_0}\left(k\frac{\partial y(u)}{\partial x} - f_1\right)^2 dxdt. \tag{21}$$

Задачу (6), (7), (21) будем решать с помощью градиентного метода

$$u_{n+1} = u_n - \beta_n p_n, \qquad n = 0, 1, \ldots, n^*, \tag{22}$$

где направление спуска p_n и коэффициент β_n определяются выражениями [8]:

для метода минимальных ошибок

$$p_n = J'_{u_n}, \qquad \beta_n = \frac{\|e_n\|^2}{\|J'_{u_n}\|^2},$$

для метода скорейшего спуска

$$p_n = J'_{u_n}, \qquad \beta_n = \frac{\|J'_{u_n}\|^2}{\|AJ'_{u_n}\|^2},$$

для метода сопряженных градиентов

$$p_n = J'_{u_n} + \gamma_n p_{n-1}, \qquad \gamma_0 = 0, \qquad \gamma_n = \frac{\|J'_{u_n}\|^2}{\|J'_{u_{n-1}}\|^2}, \qquad \beta_n = \frac{(J'_{u_n}, p_n)}{\|Ap_n\|^2},$$

где J'_{u_n} — градиент функционала $J(u)$ в точке

$$u = u_n, \qquad e_n = Au_n - \overline{f}, \qquad Au_n = \left\{ y(u_n)|_{x=0}, k\frac{\partial y(u_n)}{\partial x}\bigg|_{\Omega_0} \right\}, \qquad \overline{f} = (f_0, f_1),$$

$$\|e_n\|^2 = \int\limits_0^T (y(u_n; 0, t) - f_0)^2 dt + \int\limits_0^T \int\limits_{\Omega_0} \left(k\frac{\partial y(u_n)}{\partial x} - f_1 \right)^2 dxdt.$$

Учитывая обозначения (9), при $\overline{a} = 0$ имеем

$$2J(v) = \pi(v, v) - 2L(v) + \|\overline{f} - \overline{y}(0)\|^2_{\mathcal{H}}.$$

Поскольку

$$\langle J'_{u_n}, \Delta u_n \rangle = J(u_n + \lambda \Delta u_n) - J(u_n) = \pi(u_n, u_{n+1} - u_n) - L(u_{n+1} - u_n) =$$
$$= (\overline{y}(u_n) - \overline{f}, \overline{y}(u_{n+1}) - \overline{y}(u_n))_{\mathcal{H}} =$$
$$= -\int\limits_0^T \left(\frac{\partial \psi}{\partial t}, y(u_{n+1}) - y(u_n) \right) dt + \int\limits_0^T a(\psi, y(u_{n+1}) - y(u_n))\, dt = \int\limits_0^T \psi(l, t) \Delta u_n dt,$$

то $J'_{u_n} = \widetilde{\psi}_n$, где $\widetilde{\psi}_n = \psi(l, t)$, $\|J'_{u_n}\|^2 = \int\limits_0^T \widetilde{\psi}_n^2 dt$.

Замечание 1. Если $\mathcal{U} = R$, то $J'_{u_n} = \widetilde{\psi}_n$, $\widetilde{\psi}_n = \int\limits_0^T \psi(l, t) dt$, $\|J'_{u_n}\| = |\widetilde{\psi}_n|$.

Замечание 2. Если $u = \sum\limits_{i=1}^m \alpha_i \varphi_i(t)$, где $\{\varphi_i(t)\}_{i=1}^m$ — система линейно независимых функций, то $J'_{u_n} = \widetilde{\psi}_n$, $\widetilde{\psi}_n = \{\widetilde{\psi}_n^i\}_{i=1}^m$, $\widetilde{\psi}_n^i = \int\limits_0^T \varphi_i(t) \psi(l, t)\, dt$, $\|J'_{u_n}\|^2 = \sum\limits_{i=1}^m (\widetilde{\psi}_n^i)^2$.

Идентификация коэффициента теплопроводности. Пусть состояние системы определяется начально-краевой задачей (1)–(4), где $u = \beta_1(t)$ — известно, а коэффициент $k = u \in \mathcal{U} = R_+ = (0, \infty)$ — неизвестен. Предположим, что заданы наблюдения

$$y(0, t) = f_0(t), \qquad u\frac{\partial y}{\partial x}\bigg|_{\Omega_0} = f_1(x, t)|_{\Omega_0}, \qquad t \in (0, T). \tag{23}$$

Функционал-невязка имеет вид

$$J(u) = \frac{1}{2} \left(\int\limits_0^T (y(u; 0, t) - f_0(t))^2 dt + \int\limits_0^T \int\limits_{\Omega_0} \left(u\frac{\partial y(u)}{\partial x} - f_1(x, t) \right)^2 dxdt \right). \tag{24}$$

При каждом фиксированном $u \in \mathcal{U}$ обобщенным решением задачи (1)–(4) является функция $y(u; x, t) \in W(0, T)$, которая $\forall\, v(x) \in V_0$ удовлетворяет равенствам

$$\begin{aligned} &\int\limits_\Omega \frac{dy}{dt} v dx + a(u; y, v) = l(v), \qquad t \in (0, T), \\ &y(x, 0) = y_0(x), \qquad x \in \Omega, \end{aligned} \tag{25}$$

где

$$a(u;y,v)=\int\limits_{\Omega}u\frac{\partial y}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial x}dx+\alpha y(u;0,t)v(0),\qquad l(v)=\int\limits_{\Omega}fvdx+\beta v(0)+\beta_1 v(l).$$

Пусть

$$\pi(u,v)=(\overline{y}(u)-\overline{y}(u_n),\overline{y}(v)-\overline{y}(u_n))_{\mathcal{H}},\qquad L(v)=(\overline{f}-\overline{y}(u_n),\overline{y}(v)-\overline{y}(u_n))_{\mathcal{H}},$$

где

$$\overline{y}(u_n)=\left(y(u_n;0,t),u_n\frac{\partial y(u_n)}{\partial x}\bigg|_{\Omega_0}\right),\qquad \overline{f}=(f_0(t),f_1(x,t)|_{\Omega_0}).$$

Тогда

$$2J(v)=\pi(v,v)-2L(v)+\|\overline{f}-\overline{y}(u_n)\|^2_{\mathcal{H}}.$$

Пренебрегая членами второго порядка малости, на основании задачи (1)–(4) определим функцию $\widetilde{y}=\widetilde{y}(u_{n+1})=\widetilde{y}(u_{n+1};x,t)\in W(0,T)$, которая $\forall\, v(x)\in V_0$ удовлетворяет равенствам

$$\int\limits_{\Omega}\frac{d\widetilde{y}}{dt}vdx+a(u_n;\widetilde{y},v)=l(u_n,\Delta u_n;v),\qquad t\in(0,T),\tag{26}$$

$$\widetilde{y}|_{t=0}=y_0,\qquad x\in\Omega,\tag{27}$$

где

$$l(u_n,\Delta u_n;v)=(f,v)+\Delta u_n\left(\int\limits_{\Omega}\frac{\partial^2 y(u_n)}{\partial x^2}vdx+\frac{\partial y(u_n)}{\partial x}v\bigg|_{x=0}-\frac{\partial y(u_n)}{\partial x}v\bigg|_{x=l}\right)+$$
$$+\beta v(0)+\beta_1 v(l).$$

Тогда

$$\forall\,\lambda\in(0,1)\overline{y}(u_n+\lambda\Delta u_n)-\overline{y}(u_n)\approx\overline{\widetilde{y}}(u_n+\lambda\Delta u_n)-\overline{y}(u_n)=\lambda(\overline{\widetilde{y}}(u_{n+1})-\overline{y}(u_n)),$$

где

$$\overline{y}(u_n)=\left\{y(u_n;0,t),u_n\frac{\partial y(u_n)}{\partial x}\bigg|_{\Omega_0}\right\},\qquad \overline{\widetilde{y}}(u_{n+1})=\left\{\widetilde{y}(u_{n+1};0,t),u_n\frac{\partial \widetilde{y}(u_{n+1})}{\partial x}\bigg|_{\Omega_0}\right\}.$$

Следовательно,

$$\langle J'_{u_n},\Delta u_n\rangle=\lim_{\lambda\to 0}\frac{J(u_n+\lambda\Delta u_n)-J(u_n)}{\lambda}\approx(\overline{y}(u_n)-\overline{f},\overline{\widetilde{y}}(u_{n+1})-\overline{y}(u_n))_{\mathcal{H}}.\tag{28}$$

На каждом шаге определения $(n+1)$-го приближения u_{n+1} решения $u\in\mathcal{U}$ сопряженная задача имеет вид

$$-\left(\frac{\partial\psi}{\partial t},z\right)+a(u_n;\psi,z)=(y(u_n;0,t)-z_{g_1}(t))z(0)+\int\limits_{\Omega_0}\left(u_n\frac{\partial y(u_n)}{\partial x}-z_{g_2}\right)u_n\frac{\partial z}{\partial x}dx,$$
$$t\in(0,T),\qquad \psi|_{t=T}=0,\qquad x\in\Omega.\tag{29}$$

Выбирая в (29) $z = \widetilde{y}(u_{n+1}) - y(u_n)$, на основании (28) с учетом (25)–(27) получаем

$$\langle J'_{u_n}, \Delta u_n\rangle \approx \Delta u_n \int\limits_0^T \left(\int\limits_\Omega \frac{\partial^2 y(u_n)}{\partial x^2}\psi dx + \frac{\partial y(u_n)}{\partial x}\psi\bigg|_{x=0} - \frac{\partial y(u_n)}{\partial x}\psi\bigg|_{x=l} \right) dt.$$

Следовательно, $J'_{u_n} \approx \widetilde{\psi}_n$, где

$$\widetilde{\psi}_n = \int\limits_0^T \left(\int\limits_\Omega \frac{\partial^2 y(u_n)}{\partial x^2}\psi dx + \frac{\partial y(u_n)}{\partial x}\psi\bigg|_{x=0} - \frac{\partial y(u_n)}{\partial x}\psi\bigg|_{x=l} \right) dt, \qquad \|J'_{u_n}\| = |\widetilde{\psi}|.$$

Параметрическая идентификация коэффициента теплопроводности. Пусть в задаче (1)–(4), (24) коэффициент теплопроводности $k = k(x) = u$ — переменный и ищется в виде

$$u = \sum_{i=1}^m \alpha_i \varphi_i(x) > 0, \tag{30}$$

где $\{\varphi_i(x)\}_{i=1}^m$ — система известных линейно независимых функций на отрезке $[0,l]$. Здесь искомым есть вектор $\alpha = \{\alpha_i\}_{i=1}^m \in \mathcal{U} = R_+^m$. Тогда имеем $J'_{u_n} = \widetilde{\psi}_n$, где

$$\widetilde{\psi}_n = \{\widetilde{\psi}_n^i\}_{i=1}^m, \quad \widetilde{\psi}_n^i = \int\limits_0^T \left(\int\limits_\Omega \frac{\partial}{\partial x}\left(\varphi_i \frac{\partial y(u_n)}{\partial x}\right)\psi dx + \varphi_i \frac{\partial y(u_n)}{\partial x}\psi\bigg|_{x=0} - \varphi_i \frac{\partial y(u_n)}{\partial x}\psi\bigg|_{x=l} \right) dt,$$

$$i = \overline{1,m}, \qquad \|J'_{u_n}\|^2 \approx \sum_{i=1}^m (\widetilde{\psi}_n^i)^2.$$

Идентификация коэффициента теплопроводности на основе слабой задачи состояния. Пусть в задаче (24), (25) функция $\widetilde{y}(u_{n+1})$ определена как решение задачи (26), (27), где

$$l(u_n, \Delta u_n; v) = (f, v) - \int\limits_\Omega \Delta u_n \frac{\partial y(u_n)}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial x} dx + \beta v(0) + \beta_1 v(l).$$

Тогда $J'_{u_n} \approx \widetilde{\psi}_n$, где

$$\widetilde{\psi}_n = -\frac{\partial y(u_n)}{\partial x}\frac{\partial \psi}{\partial x}\bigg|_{\Omega_T}, \qquad \|J'_{u_n}\|^2 \approx \int\limits_0^T \int\limits_\Omega \widetilde{\psi}_n^2 dx dt.$$

Если $u \in R_+$, то $J'_{u_n} = \widetilde{\psi}_n$, где

$$\widetilde{\psi}_n = -\int\limits_0^T \int\limits_\Omega \frac{\partial y(u_n)}{\partial x}\frac{\partial \psi}{\partial x} dx dt.$$

Если u ищется в виде (30), то $J'_{u_n} \approx \widetilde{\psi}_n$, где

$$\widetilde{\psi}_n = \{\widetilde{\psi}_n^i\}_{i=1}^m, \qquad \widetilde{\psi}_n^i = -\int\limits_0^T \int\limits_\Omega \varphi_i \frac{\partial y(u_n)}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial x} dx dt, \qquad \|J'_{u_n}\|^2 \approx \sum_{i=1}^m (\widetilde{\psi}_n^i)^2.$$

1. *Сергиенко И. В., Дейнека В. С.* Оптимальное управление системой, описываемой параболическим уравнением с условиями сопряжения // Пробл. управления и информатики. – 2002. – № 4. – С. 37–56.
2. *Sergienko I. V., Deineka V. S.* Optimal control of distributed systems with conjugation conditions. – New York: Kluwer, 2005. – 400 p.
3. *Дейнека В. С., Сергиенко И. В.* Анализ многокомпонентных распределенных систем и оптимальное управление. – Киев: Наук. думка, 2007. – 703 с.
4. *Сергиенко И. В., Дейнека В. С.* Решение комбинированных обратных задач для параболических многокомпонентных распределенных систем // Кибернетика и систем. анализ. – 2007. – № 5. – С. 48–71.
5. *Сергиенко И. В., Дейнека В. С.* Системный анализ многокомпонентных распределенных систем. – Киев: Наук. думка, 2009. – 640 с.
6. *Лионс Ж.-Л.* Оптимальное управление системами, описываемыми уравнениями с частными производными. – Москва: Мир, 1972. – 414 с.
7. *Ладыженская О. А., Уральцева Н. Н.* Линейные и квазилинейные уравнения эллиптического типа. – Москва: Наука, 1973. – 576 с.
8. *Алифанов О. М., Артюхин Е. А., Румянцев С. В.* Экстремальные методы решения некорректных задач. – Москва: Наука, 1988. – 288 с.

Институт кибернетики им. В. М. Глушкова
НАН Украины, Киев

Поступило в редакцию 05.03.2012

Академік НАН України **В. С. Дейнека**

Оптимальне керування нестаціонарним тепловим процесом та ідентифікація параметрів середовища при відомих теплових потоках

Досліджено питання оптимального керування станом параболічної системи з квадратичним функціоналом якості при спостереженнях за слідом розв'язку та його похідною. Отримані явні вирази градієнтів функціонала-нев'язки для ідентифікації потужності теплового потоку і коефіцієнта теплопровідності.

Academician of the NAS of Ukraine **V. S. Deineka**

Optimal control over the unsteady thermal process and identification of parameters of a medium at the known heat flows

The problem of optimal control over the state of the parabolic system with quadratic functional quality under the observation of the trace of a solution and its derivative is considered. The explicit expressions of gradients of the residual functional for the identification of the heat flow rate and the coefficient of heat conductivity are obtained.