

Установившийся приток к дренажу в несвязном грунте с локально-упорядоченной структурой

(Представлено членом-корреспондентом НАН Украины А. Я. Олейником)

Предложен новый способ аппроксимации эмпирической зависимости коэффициента фильтрации несвязных несугглюнистых грунтов от градиента напора. Сформулирована и строго решена нелинейная задача установившейся осесимметричной фильтрации к дрене с учетом локальной переориентации несферических частиц скелета. На многочисленных примерах выполнена оценка значимости деформационного эффекта.

При устройстве дренажей в несвязных и малосвязных грунтах нередко несферические частицы скелета под действием резко возросшей гидродинамической силы переориентируются вдоль фильтрационного течения. При этом заметно уменьшается сопротивление жидкости со стороны твердой фазы грунта и, как следствие, увеличиваются его проницаемость и коэффициент фильтрации. Хотя подобные трансформации скелета, как правило, локализованы вблизи сильных источников возмущения фильтрационного режима, какими как раз и являются разнообразные дренажи, тем не менее их влияние распространяется на всю область движения вплоть до контура питания. О существовании и предположительной значимости этого (второго) типа фильтрационных деформаций известно давно [1]. Однако их систематическое изучение сначала экспериментальными методами [2, 3], а затем и теоретическими проведено только в последнее время.

В цикле работ [4–6] фактически разработана теория установившейся фильтрации на фоне дренажа в несвязных несугглюнистых грунтах с частично упорядоченной структурой. В ее основу положена зависимость между коэффициентом фильтрации k и градиентом напора I , характеризующим вышеупомянутую силу, в форме непрерывной кусочно-линейной функции [4]. С ее помощью удалось в принципе правильно отразить истинный характер связи между k и I , установленный эмпирическим путем [2]. Но при таком подходе существенно осложняется решение математических задач дренажа в грунтах, которые деформированы описанным выше способом. Так, возникает необходимость выделения в области деформаций двух характерных зон (предельной и частичной деформаций) и в результате появляются две внутренние границы. Их положение заранее не известно и должно находиться в ходе решения поставленной задачи.

В настоящей работе предлагается другая форма аппроксимационного выражения, которая дает возможность, во-первых, существенно упростить выкладки, конечные формулы, уравнения и процедуру вычислений, во-вторых, несколько улучшить качество приближения эмпирических данных. Итак, во всех отношениях более подходящей является следующая гиперболическая функция

$$k(I) = k_0 + \frac{(k_u - k_0)(I - I_k)}{I + K}. \quad (1)$$

Здесь k_0 , k_u — исходный и предельный (при $I \rightarrow \infty$) коэффициенты фильтрации; I_k — критический градиент напора; K — эмпирическая константа, сродственная известной в биологии, физической химии константе полунасыщения. Зависимость (1) отражает асимптотическое стремление проницаемости грунта к максимальному (предельному) значению, что точнее отвечает фактажу при больших градиентах. Из (1) вытекают важные частные случаи, а именно:

$$\begin{aligned} k &= k_0 & \text{при} & \quad I = I_k, \\ k &\rightarrow k_u & \text{при} & \quad I \rightarrow \infty, \\ k &= k_u & \text{при} & \quad K = -I_k, \end{aligned}$$

которые точно соответствуют физике явления. После простых преобразований (1) зависимость $k(I)$ представляется в более компактном виде

$$k(I) = \frac{k_u I + a}{I + K}, \quad (2)$$

где $a = k_0 K - (k_u - k_0) I_k$.

Данная работа имеет, прежде всего, прикладной характер и поэтому ее основной целью являются рекомендации по упрощенному учету фильтрационных деформаций рассматриваемого типа в инженерных расчетах различных дренажей. Исходя из этого, был проведен теоретический анализ установившегося притока жидкости к цилиндрическому стоку в несвязном несущем однородном грунте при заданном перепаде напоров на границах области движения. Полагалось, что степень деформаций тесно связана с интенсивностью фильтрационного процесса. Фактически таким образом удалось оценить лишь минимальные последствия локального упорядочения структуры грунта, которые в действительности могут быть заметно серьезнее. Постановка соответствующей математической задачи включает систему уравнений фильтрации

$$\frac{d}{dr} \left(r I \frac{k_u I + a}{I + K} \right) = 0, \quad \frac{d}{dr} \left(r \frac{dh_0}{dr} \right) = 0; \quad (3)$$

условия на дрене и контуре питания

$$r = R_d, \quad h_I = H_d; \quad r = R, \quad h_0 = H_R; \quad (4)$$

условия сопряжения напоров и расходов на границе между деформированным и недеформированным грунтом

$$r = R_k, \quad h_I = h_0; \quad \frac{dh_I}{dr} = \frac{dh_0}{dr} \quad (5)$$

и, наконец, дополнительное условие для определения неизвестного радиуса области деформаций R_k

$$r = R_k, \quad \frac{dh_0}{dr} = I_k. \quad (6)$$

Здесь h_I , h_0 — напоры в области деформаций ($R_d \leq r \leq R_k$) и недеформированном грунте ($R_k < r \leq R$); $I = dh_I/dr$; H_d , H_R — напоры на внешних границах области движения; R_d , R — радиусы дрены и контура питания.

В результате двойного интегрирования второго уравнения (3) последовательно находились

$$\frac{dh_0}{dr} = \frac{q}{2\pi k_0 r}, \quad (7)$$

$$h_0 = H_R + \frac{q}{2\pi k_0} \ln \frac{r}{R}, \quad (8)$$

где q — удельный расход дрены, величина которого пока не известна. Интегрирование первого уравнения (3) дало квадратное уравнение относительно I

$$k_u I^2 + \left(a - \frac{q}{2\pi r}\right) I - \frac{qK}{2\pi r} = 0. \quad (9)$$

Из (9) следует

$$\frac{dh_I}{dr} = \frac{1}{2k_u r} \left(\frac{q}{2\pi} - ar + \sqrt{\left(\frac{q}{2\pi} - ar\right)^2 + \frac{2k_u K q}{\pi} r} \right). \quad (10)$$

Решение уравнения (10) при первом условии (4) выражается зависимостью

$$h_I = H_d + \frac{1}{2\pi k_u} \int_{R_d}^r \frac{q - 2\pi a \xi + \sqrt{(q - 2\pi a \xi)^2 + 4\pi k_u K q \xi}}{\xi} d\xi. \quad (11)$$

Далее вводятся безразмерные переменные и параметры:

$$\begin{aligned} \tilde{h}_{I,0} &= \frac{h_{I,0} - H_d}{H_R - H_d}, & \bar{r} &= \frac{r}{R_d}, & \bar{R} &= \frac{R}{R_d}, & \bar{k}_u &= \frac{k_u}{k_0}, \\ \bar{q} &= \frac{q}{2\pi k_0 (H_R - H_d)}, & \bar{a} &= \frac{R_d a}{k_0 (H_R - H_d)}, & \bar{K} &= \frac{R_d K}{H_R - H_d}. \end{aligned}$$

Тогда выражения для приведенных напоров принимают окончательный вид

$$\tilde{h}_I(\bar{r}) = \frac{1}{2\bar{k}_u} [\bar{q} \ln \bar{r} - \bar{a}(\bar{r} - 1) + Y(\bar{r}, \bar{q})], \quad (12)$$

$$\tilde{h}_0(\bar{r}) = 1 + \bar{q} \ln \frac{\bar{r}}{\bar{R}}. \quad (13)$$

Здесь

$$\begin{aligned} Y(\bar{r}, \bar{q}) &= y(\bar{r}, \bar{q}) - y(1, \bar{q}), \\ y(\bar{r}, \bar{q}) &= \sqrt{\bar{a}^2 \bar{r}^2 + 2\varphi \bar{q} \bar{r} + \bar{q}^2} + \frac{\varphi \bar{q}}{\bar{a}} \ln \left| 2\bar{a} \sqrt{\bar{a}^2 \bar{r}^2 + 2\varphi \bar{q} \bar{r} + \bar{q}^2} + 2\bar{a}^2 \bar{r} + 2\varphi \bar{q} \right| - \\ &\quad - \bar{q} \ln \left| \frac{2\bar{q} \sqrt{\bar{a}^2 \bar{r}^2 + 2\varphi \bar{q} \bar{r} + \bar{q}^2}}{\bar{r}} + \frac{2\bar{q}^2}{\bar{r}} + 2\varphi \bar{q} \right|, \\ \varphi &= 2\bar{k}_u \bar{K} - \bar{a}, & \bar{a} &= \bar{K} - (\bar{k}_u - 1) \bar{I}_k. \end{aligned}$$

Уравнение относительно расхода \bar{q} составлено с использованием выражений (12), (13) и первого условия (5)

$$\frac{1}{2k_u} [\bar{q} \ln \bar{R}_k - \bar{a}(\bar{R}_k - 1) + Y(\bar{R}_k, \bar{q})] - \bar{q} \ln \frac{\bar{R}_k}{\bar{R}} = 1. \quad (14)$$

Связь между \bar{R}_k и \bar{q} вытекает из условия (6), выражения (7) и имеет вид

$$\bar{R}_k = \frac{\bar{q}}{\bar{I}_k}, \quad (15)$$

где $\bar{I}_k = I_k/I_0$, $I_0 = (H_R - H_d)/R_d$. С учетом (15) уравнение (14) преобразовано следующим образом:

$$\bar{q} \left(\frac{1}{2k_u} \ln \frac{\bar{q}}{\bar{I}_k} - \ln \frac{\bar{q}}{\bar{I}_k \bar{R}} - \frac{\bar{a}}{2k_u \bar{I}_k} \right) + \frac{1}{2k_u} Y(\bar{q}) = 1 - \frac{\bar{a}}{2k_u}. \quad (16)$$

Относительный коэффициент фильтрации в пределах области деформаций \bar{k}_I является переменным и описывается функцией

$$\bar{k}_I(\bar{r}) = \frac{2\bar{k}_u \bar{q}}{\bar{q} - \bar{a}\bar{r} + \sqrt{\bar{a}^2 \bar{r}^2 + 2\varphi \bar{q}\bar{r} + \bar{q}^2}}. \quad (17)$$

Выделить и количественно оценить эффект от рассматриваемых деформаций позволяет сопоставление приведенного выше решения с известным строгим решением аналогичной задачи для недеформированного грунта. Последнее представляется следующими простыми зависимостями в безразмерной форме для приведенного напора \tilde{h} и относительного расхода \bar{q}_0 :

$$\tilde{h} = \frac{\ln \bar{r}}{\ln \bar{R}}, \quad \bar{q}_0 = \frac{1}{\ln \bar{R}}. \quad (18)$$

Упростить вычисления и существенно расширить область применения выведенных расчетных формул (12), (13), (17) и уравнения (16) удастся, привлекая метод фильтрационных сопротивлений [7–9]. Основополагающим при этом является такое выражение для дренажного расхода соответственно в размерной и безразмерной формах:

$$q = k_0 \frac{H_R - H_d}{\Phi_0 + \Phi_a}, \quad \bar{q} = \frac{1}{2\pi(\Phi_0 + \Phi_a)}, \quad (19)$$

где Φ_0 — фильтрационное сопротивление совершенной трубчатой дрены в недеформированном грунте; Φ_a — дополнительное сопротивление за счет влияния разнообразных факторов, осложняющих ее работу. В развитие указанного метода предлагается в общую величину Φ ($\Phi = \Phi_0 + \Phi_a$) также включать специальную компоненту Φ_f , которая бы аккуратно отражала в расчетах дренажа улучшение проницаемости грунта вследствие фильтрационных деформаций. Согласно (16), (19),

$$\Phi_f = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{1}{\bar{q}} - \ln \bar{R} \right) = \frac{1}{4\pi \bar{k}_u} \left[\frac{\bar{a}}{\bar{q}} - \frac{\bar{a}}{\bar{I}_k} + \frac{1}{\bar{q}} Y(\bar{q}) - (2\bar{k}_u - 1) \ln \frac{\bar{q}}{\bar{I}_k} \right], \quad (20)$$

где \bar{q} вычисляется из уравнения (16).

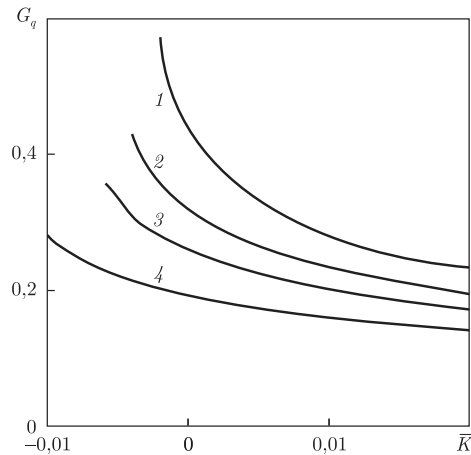


Рис. 1. Графики зависимости $G_q(\bar{K})$: 1 — $\bar{I}_k = 0,002$; 2 — $\bar{I}_k = 0,004$; 3 — $\bar{I}_k = 0,006$; 4 — $\bar{I}_k = 0,01$

Количественный анализ выполнялся на многочисленных примерах с целью иллюстрации полученных точных расчетных формул и уравнения, а также оценки значимости фильтрационных деформаций второго типа для притока жидкости к дрене. Базовая исходная информация содержала типичные значения модельных параметров $\bar{R}(500)$, $\bar{k}_u(2)$, $\bar{I}_k(0,005)$, причем значение \bar{R} было фиксированным во всех примерах, а \bar{k}_u , \bar{I}_k в отдельных сериях дискретно менялись. Основное же внимание уделялось изучению влияния на фильтрационные характеристики нового параметра \bar{K} , контролирующего реакцию проницаемости грунта на изменение гидродинамической силы. Предметом расчетов стали, прежде всего, относительный расход \bar{q} , а также во многом определяемые им распределение приведенного напора в области движения $\tilde{h}(\bar{r})$ и фильтрационное “сопротивление” Φ_f . Здесь кавычки употреблены, чтобы подчеркнуть нетрадиционный смысл этого понятия при учете фильтрационных деформаций. Наиболее показательным является расходный параметр G_q , введенный как $1 - \bar{q}_0/\bar{q}$ и, таким образом, позволяющий непосредственно выражать деформационный эффект в относительных единицах.

В первую очередь указанный эффект характеризовался с помощью зависимости G_q от \bar{K} при разных значениях градиента \bar{I}_k . Рассчитанные из уравнения (16) фактические значения \bar{q} и по формуле (18) эталонные \bar{q}_0 использовались при определении G_q , а построенные таким образом кривые $G_q(\bar{K})$ изображены на рис. 1. Минимальные в примерах значения \bar{K} равны \bar{I}_k и отвечают предельной ситуации. При этом деформации, согласно (1), приводят к скачкообразному повышению коэффициента фильтрации до предельного значения k_u везде, где справедливо условие $I > I_k$, причем независимо от величины I . Максимальный прирост расхода здесь составил 57,4% ($\bar{K} = -\bar{I}_k = -0,002$). Естественно, что любое увеличение способности грунта к деформациям, выражаемой критическим градиентом, ведет к расширению области деформаций и, как следствие, к соразмерному усилению приточности жидкости к дрене.

Безусловно, степень деформаций и их последствия для действия дренажа должны в значительной мере зависеть от предельного коэффициента \bar{k}_u . Поэтому далее G_q систематически вычислялось при изменении \bar{k}_u в широком диапазоне его реальных значений — от 1 до 2,5. В данной серии примеров \bar{K} менялось уже дискретно. Соответствующие им кривые показаны на рис. 2 и также свидетельствуют о возможном увеличении расхода дрены за счет массовой переориентации частиц скелета на несколько десятков процентов.

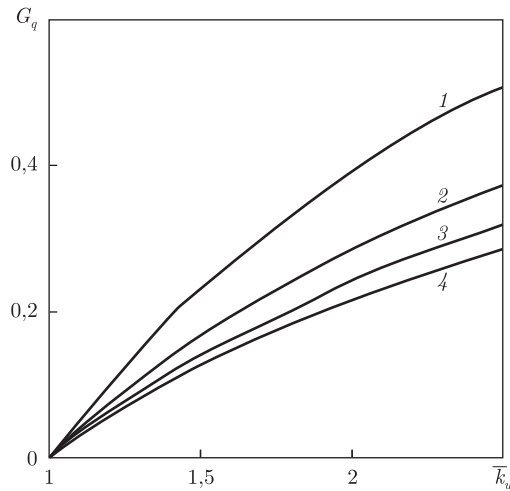


Рис. 2. Графики зависимости $G_q(\bar{k}_u)$: 1 — $\bar{K} = -0,005$; 2 — $\bar{K} = 0$; 3 — $\bar{K} = 0,005$; 4 — $\bar{K} = 0,01$

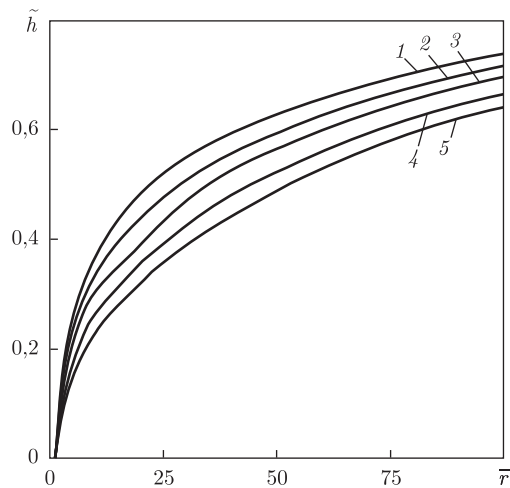


Рис. 3. Профили приведенного напора: 1 — $\bar{k}_u = 1$; 2 — $\bar{k}_u = 1,25$; 3 — $\bar{k}_u = 1,5$; 4 — $\bar{k}_u = 2$; 5 — $\bar{k}_u = 2,5$

Определение величины \bar{q} также необходимо при расчетах других фильтрационных характеристик и, прежде всего, напора в области движения, коэффициента фильтрации в области деформаций. На рис. 3 представлены профили приведенного напора, описываемые функциями $\tilde{h}_I(\bar{r})$, $\tilde{h}_0(\bar{r})$, которые рассчитаны по формулам (12), (13) с учетом предварительно найденных из уравнения (16) значений \bar{q} . Эталонным здесь является профиль 1, вычисленный по (18). Очевидно существенное различие в положении его и других профилей, так что гидравлические потери в деформированном грунте происходят более равномерно, а их общая величина не меняется вследствие увеличения скорости фильтрации.

В заключение конкретизировалась связь “сопротивления” Φ_f опять с \bar{K} . Семейство кривых $\Phi_f(\bar{K})$, отвечающих разным значениям \bar{k}_u , приведено на рис. 4. Важность роли деформаций в фильтрационном процессе здесь подтверждается путем сравнения рассчитанных значений Φ_f с базовым Φ_0 . Поскольку последнее при $\bar{R} = 500$ равно 0,989, то, судя по рис. 4, величина Φ_f нередко составляет значимую часть общего фильтрационного сопротивления Φ и поэтому окончательное значение Φ в таких случаях ощутимо уменьшается. Понятно, что

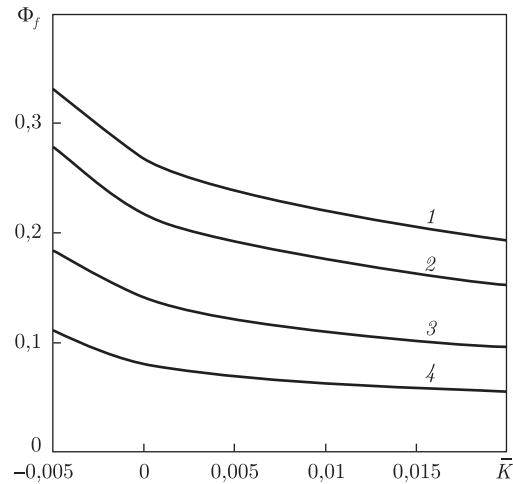


Рис. 4. Графики зависимости $\Phi_f(\bar{K})$: 1 — $\bar{k}_u = 2,5$; 2 — $\bar{k}_u = 2$; 3 — $\bar{k}_u = 1,5$; 4 — $\bar{k}_u = 1,25$

при использовании расчетных методов, которые основываются на методе фильтрационных сопротивлений, применительно к несвязным грунтам необходимо и достаточно корректировать Φ путем вычитания из него $|\Phi_f|$. Последующие схемы определения фильтрационных характеристик, обоснование параметров, реализуемые в указанных методах, остаются без изменений.

Подытоживая, можно констатировать, что при эксплуатации различных дренажей в несвязных грунтах упорядочение их структуры, даже локализованное в придренной зоне, в состоянии оказать весьма серьезное влияние на фильтрационный режим в целом.

1. Шейдеггер А. Э. Физика течения жидкостей через пористые среды. — Москва: Гостехиздат, 1960. — 250 с.
2. Дмитриев А. Ф., Хлапук Н. Н., Дмитриев Д. А. Деформационные процессы в несвязных грунтах в придренной зоне и их влияние на работу осушительно-увлажнительных систем. — Ровно: Изд-во РГТУ, 2002. — 145 с.
3. Дмитриев Д. А. К вопросу эффективности и надежности работы осушительно-увлажнительных дренажных систем // Гидравлика и гидротехника. — 1999. — Вып. 60. — С. 81–86.
4. Поляков В. Л. Фильтрационные деформации несвязных несугфозионных грунтов при установившейся одномерной безнапорной фильтрации // Доп. НАН України. — 2009. — № 4. — С. 51–57.
5. Поляков В. Л., Желізко В. В. Напорная фильтрация к совершенной дрене в несугфозионном грунте // Пробл. водопостачання, водовідведення та гідраліки. — Киев: КНУБА. — 2008. — Вып. 12. — С. 112–127.
6. Поляков В. Л., Желізко В. В. Установившаяся напорная фильтрация к малому сферическому стоку в несвязном несугфозионном грунте // Прикл. гідромеханіка. — 2009. — 11, № 2. — С. 68–79.
7. Нумеров С. Н. Приближенный способ расчета напорной фильтрации в основании гидротехнических сооружений // Изв. ВНИИГ. — 1953. — 50. — С. 71–90.
8. Олейник А. Я. Геогидродинамика дренажа. — Киев: Наук. думка, 1981. — 284 с.
9. Пивовар Н. Г., Бугай Н. Г., Фридрихсон В. Л. Дренаж с волокнистыми фильтрами для защиты территорий от подтопления. — Киев: Изд-во Ин-та гидромеханики НАН Украины, 2000. — 332 с.

В. Л. Поляков

**Усталений приплив до дренажу у незв'язному ґрунті
з локально-впорядкованою структурою**

Запропоновано новий спосіб апроксимації емпіричної залежності коефіцієнта фільтрації незв'язних несупузюваних ґрунтів від градієнта напору. Сформульовано і строго розв'язано нелінійну задачу усталеної осесиметричної фільтрації до дрени з урахуванням локальної переорієнтації несферичних часток скелету. На численних прикладах виконано оцінку значущості деформаційного ефекту.

V. L. Polyakov

**Steady-state groundwater flow to a drainage in noncohesive soil with
locally ordered structure**

A new approximate expression has been proposed for the empirical relationship between the hydraulic conductivity of noncohesive nonpipng soils and the head gradient. A nonlinear steady-state task of axisymmetric groundwater flow toward a tube drain with regard for a local reorientation of nonspherical structural particles has been stated. Estimation of the deformation effect has been performed by numerous examples.