

Н. И. Ободан, Е. Ф. Прокопало, В. А. Громов

Устойчивость и закритическое поведение двухслойных цилиндрических оболочек с частичным “неприклеем” при осевом сжатии*(Представлено академиком НАН Украины Я. М. Григоренко)*

Исследуются критические нагрузки и закритическая деформация двухслойной цилиндрической оболочки при условии наличия области “неприклея”. Установлено, что процесс потери устойчивости происходит в два этапа: локальная потеря устойчивости в области “неприклея” и общая потеря устойчивости — потеря несущей способности.

Технология изготовления двухслойных оболочек допускает наличие областей “неприклея”, которые при наличии усилий сжатия могут приводить в указанной области к локальной потере устойчивости как одного слоя, так и обоих слоев вместе, что приводит к существенному снижению несущей способности тонкостенной конструкции. При этом учет эффекта локальной потери устойчивости возможен только при использовании нелинейной модели. Современные исследования [1–8], как правило, посвящены линейному либо нелинейному анализу тонкостенных систем с расслоениями в докритической стадии (до первой предельной точки), экспериментальные исследования связаны с идентификацией области расслоения.

1. Исследуется деформация двухслойной цилиндрической оболочки, подвергнутой действию равномерного осевого сжатия, при наличии прямоугольной в плане области “неприклея” (двух диаметрально противоположно расположенных областей); торцы оболочки закреплены. Оболочка характеризуется радиусом R , длиной L , толщиной h , область “неприклея” — толщинами верхнего (h_2) и нижнего (h_1) слоев; x_1, x_2 соответствуют продольному и окружному направлениям соответственно. В области (областях) “неприклея” предполагается существование прямоугольных в плане подобластей нормального контакта и раздельного деформирования слоев. Рассматривается вариационная постановка нелинейной краевой задачи теории оболочек аналогичная, обобщенная на случай многослойности (с использованием гипотезы ломаной нормали) [8], с дополнительными условиями. Рассматриваемая постановка является вариационной задачей с неизвестной границей подобластей нормального контакта и раздельного деформирования слоев. Для решения данной задачи в рамках вариационной постановки в качестве независимо варьируемых функций используются отыскиваемые в рамках итерационного процесса функции одной переменной $U_s^{(i_1)}(x_1)$ и $U_s^{(i_2)}(x_2)$, такие, что $U_s(x_1, x_2) = U_s^{(i_1)}(x_1)U_s^{(i_2)}(x_2)$, где $i_1 = i, i_2 = i - 1$ для четных i (номер итерации), $i_1 = i - 1, i_2 = i$ — для нечетных; здесь $U(x_1, x_2) = \{U_s(x_1, x_2), s = \overline{1, S}\}$ — вектор неизвестных функций задачи. Из условий стационарности соответствующего функционала следуют: 1) системы обыкновенных дифференциальных уравнений относительно функций $U_s^{(i_1)}(x_1)$ ($U_s^{(i_2)}(x_2)$) с коэффициентами, содержащими интегралы от функций $U_s^{(i_2)}(x_2)$ ($U_s^{(i_1)}(x_1)$) и их производных; 2) на границах неповреж-

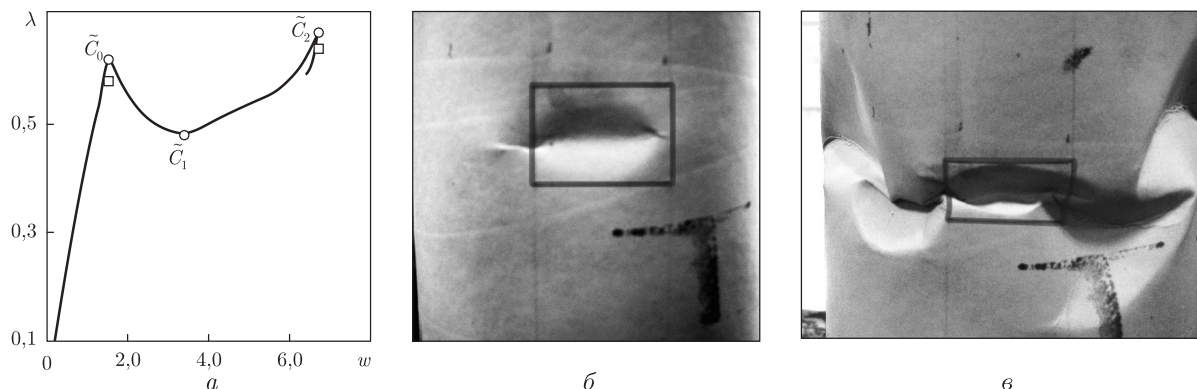


Рис. 1. Потеря устойчивости оболочки с областью “неприклея”: *a* — полученная в расчете зависимость нагрузка–прогиб; *б, в* — полученные в эксперименте локальная и общая формы потери устойчивости соответственно

денной части оболочки и прилегающей к ней подобласти контакта: интегральные условия совместности по обобщенным по соответствующей границе деформациям; 3) интегральные условия равновесия по обобщенным тангенциальным усилиям и изгибающим моментам; на границах подобластей контакта и отдельного деформирования слоев: условия 2, 3; 4) интегральные условия равновесия по обобщенным перерезывающим силам, сформулированные с учетом скачков по обобщенным перерезывающим силам на указанных границах; 5) внутри и на границах подобластей нормального контакта слоев: условие непроникновения слоев; 6) условия трансверсальности для определения границ подобластей; 7) на торцах оболочки: граничные условия. Решения одномерных задач строятся итеративно сведением на каждой итерации краевой задачи к задаче Коши методом Ньютона, неизвестная граница входит в число неизвестных; для обеспечения сходимости алгоритма применялся метод продолжения по параметру.

2. С помощью разрешающих соотношений 1–7 выполнялся численный анализ рассматриваемой задачи. На рис. 1, *a* приведены результаты расчета для двухслойной оболочки, жестко закрепленной по криволинейным контурам, у которой $h_1 = h_2 = 0,23 \cdot 10^{-3}$ м, $L = 7,5 \cdot 10^{-2}$ м, $R = 3,75 \cdot 10^{-2}$ м; значения модулей упругости: $E_{x_1} = 4,45 \cdot 10^9$ Па (вдоль образующей); $E_{x_2} = 2,15 \cdot 10^9$ Па (вдоль направляющей) и коэффициентов Пуассона $\mu_{x_1} = 0,31$, $\mu_{x_2} = 0,15$. Направления x_1 , x_2 соответствуют главным направлениям ортотропии материала. Выбор параметров оболочки обусловлен условиями проведенного эксперимента. На торцах оболочки выполнялись условия жесткого заземления. Длина области (областей) “неприклея” в продольном направлении составляла $a_{x_1} = 2,5 \cdot 10^{-2}$ м; в окружном направлении — $a_{x_2} = 3,5 \cdot 10^{-2}$ м; указанная область (области) “неприклея” расположена на равном удалении от торцов оболочки. По оси абсцисс на рис. 1 отложен характерный прогиб w , по оси ординат — значение параметра нагружения λ . На данном и последующих рисунках величина параметра нагружения отнесена к величине критической нагрузки, полученной для соответствующей оболочки без области “неприклея”. Из рис. 1 видно, что процесс нелинейного деформирования протекает в две стадии — практически линейная деформация до достижения λ_{loc} (особая точка \tilde{C}_0), а затем — участок нелинейного деформирования с достижением критической λ_{gen} (особая точка \tilde{C}_2). При достижении первой предельной точки λ_{loc} реализуется форма потеря устойчивости с одной вмятиной и совместной деформацией слоев, при достижении λ_{gen} — “пояс” локальных вмятин. Из со-

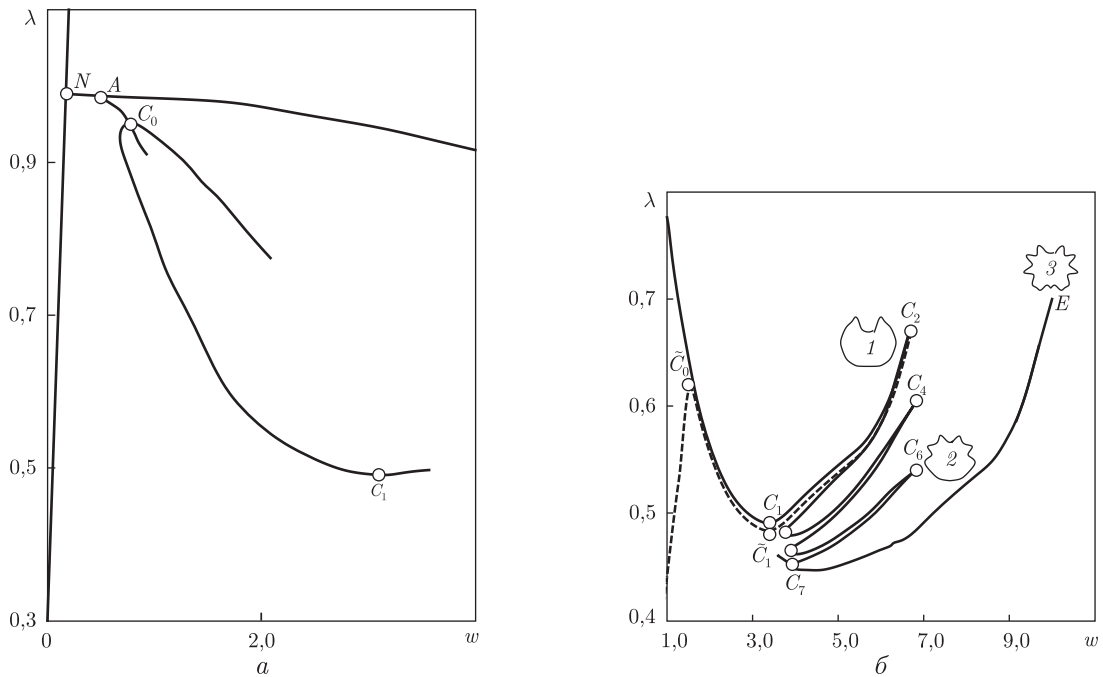


Рис. 2. Характерная структура ветвления для оболочки без повреждений: *a* — фрагмент общей бифуркационной картины; *б* — ветви с формами деформации одна/несколько локальных вмятин и “пояс” вмятин

поставления кривой деформирования (рис. 1) и общей картины ветвления для полностью склеенной цилиндрической оболочки (рис. 2) следует, что кривая на рис. 1, *a* реализуется путем разрушения общей картины ветвления за счет появления возмущений в виде области “неприклея”. На рис. 2, *a* представлен фрагмент указанной структуры: здесь участку ветви $N - A$ соответствуют регулярные формы деформации; участку ветви $A - C_0$ — формы деформации вида “пояс” вмятин; участку ветви $C_0 - C_1$ — формы деформации одна или несколько локальных вмятин. Рис. 2, *б* демонстрирует участок ветви локальных форм и участок ветви с формой вида “пояс” вмятин ($C_7 - E$).

3. В качестве экспериментальной модели рассматривается двухслойная цилиндрическая оболочка, выполненная из чертежной бумаги. Геометрические размеры и свойства материала оболочки соответствуют приведенным в п. 2 величинам. Длина области (областей) “неприклея” в продольном направлении составляла $a_{x_1} = 2,5 \cdot 10^{-2}$ м; в окружном изменялась от $a_{x_2} = 1,5 \cdot 10^{-2}$ м до $5 \cdot 10^{-2}$ м. Было испытано две серии по $18 = 6 \times 3$ оболочек в каждой: первая серия с одной областью “неприклея”, вторая — с двумя. При возрастании нагружения во всех испытаниях наблюдалась (как и в расчете) следующая картина деформирования: при $\lambda = \lambda_{loc}^{exp}$ (рис. 1, *б*) происходила локальная потеря устойчивости в виде одной локальной вмятины в области “неприклея” без потери несущей способности, при дальнейшем увеличении нагрузки до $\lambda = \lambda_{gen}^{exp}$ происходила общая потеря устойчивости с образованием “пояса” вмятин на уровне зоны “неприклея” (рис. 1, *в*). На рис. 3 представлены результаты анализа влияния размеров зоны “неприклея” на значения λ_{loc}^{exp} (квадраты) и λ_{gen}^{exp} (кружочки), полученные в эксперименте и в расчете (сплошные кривые). Рис. 3, *a* соответствует одной области “неприклея”, рис. 3, *б* — двум: критические нагрузки как локальной, так и общей потери устойчивости для практически возможного диапазона размеров области “неприклея” лежат в границах области существования локальных форм.

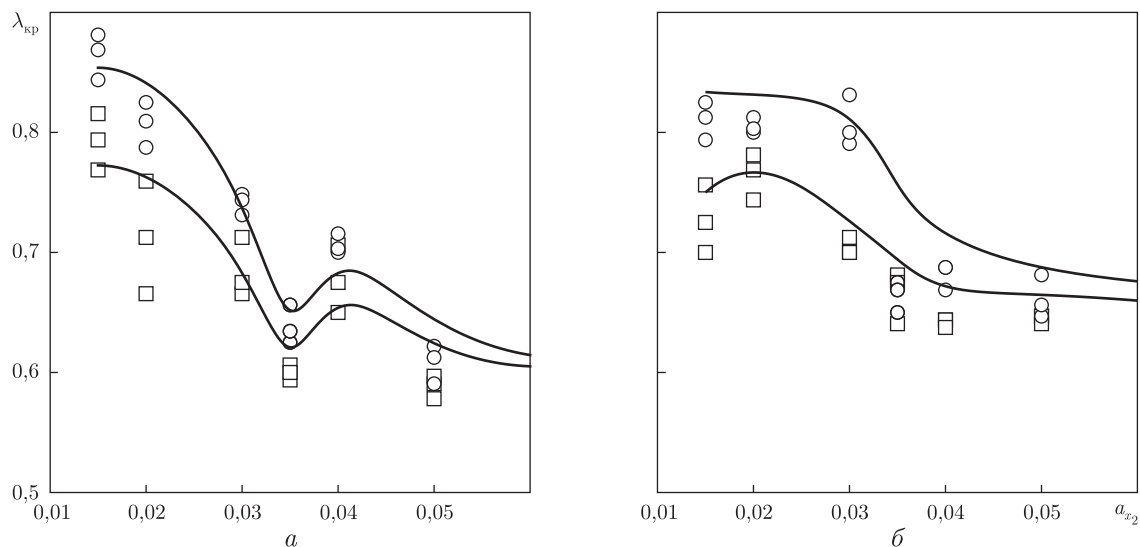


Рис. 3. Зависимость критических нагрузок от величины области “неприклея”: а — одна область “неприклея”; б — две области “неприклея”

Необходимо отметить, что одинаковые значения толщин верхнего и нижнего слоев, реализованные в экспериментальной части исследования, не позволили получить форму потери устойчивости с выщелкнутым слоем.

1. Моссаковский В. И., Ободан Н. И., Железко И. П. Нелинейная модель деформирования оболочек с расслоениями // Докл. АН СССР. – 1985. – **282**, № 5. – С. 1070–1073.
2. Hosseini-Toudeshky H., Hosseini S., Mohammadi B. Delamination buckling growth in laminated composites using layerwise-interface element // Composite Structures. – 2010. – **92**. – P. 1846–1856.
3. Fu Y., Li S., Mao Y. The analysis of interlaminar stresses for composite laminated shallow shells with interfacial damage // Acta Mech. Solida Sinica. – 2011. – **24**, No 6. – P. 539–554.
4. Cao Y.-P., Jia F., Zhao Y. et al. Buckling and post-buckling of thin film resting on an elastic graded substrate // Int. J. of Solids and Structures. – 2012. – **49**. – P. 1656–1664.
5. Malgaca L. Integration of active vibration control methods with finite element models of smart laminated composite structures // Composite Structures. – 2010. – **92**. – P. 1651–1663.
6. Muc A., Stawiarski A. Identification of damages in composite multilayered cylindrical panels with delaminations // Composite Structures. – 2012. – **94**. – P. 1871–1879.
7. Салганик Р. Л., Устинов К. Б. Задача о деформировании упруго заделанной пластины, моделирующей отслоившееся от подложки покрытие (плоская деформация) // Изв. РАН. МТТ. – 2012. – № 4. – С. 50–62.
8. Tian Y., Fu Y., Mao Y. Nonlinear static/dynamic analysis for elasto-plastic laminated plates with interfacial damage evolution // Composite Structures. – 2010. – **93**. – P. 103–112.

Днепропетровский национальный университет
им. Олесь Гончара

Поступило в редакцию 29.07.2013

Н. І. Ободан, Є. Ф. Прокопало, В. О. Громов

Стійкість та закритична поведінка двошарових циліндричних оболонок із частковим “неприклеєм” при дії осьового стискання

Досліджено критичні навантаження та закритичну деформацію двошарової циліндричної оболонки за умов наявності області “неприклею”. Встановлено, що процес втрати стійкості відбувається в два етапи: локальна втрата стійкості в області “неприклею” та загальна втрата стійкості — втрата несучої здатності.

N. I. Obodan, E. F. Prokopalo, V. A. Gromov

Stability and postcritical behavior of two-layer cylindrical shells with non-adherence area subjected to axial compression

Critical loads and postbuckling behavior for an axially compressed two-layered cylindrical shell with non-adherence area are considered. It is revealed that the loss of stability proceeds in two phases: a localized deformed shape emerges in the non-adherence area site following by the general loss of stability (loss of load-carrying capability).