УДК 51-71+517.983

Я. І. Грушка

Перетворення координат у кінематичних мінливих множинах

(Представлено членом-кореспондентом НАН України М. Л. Горбачуком)

Вивчаються кінематичні мінливі множини ("абстрактні кінематики"), які оснащені різноманітними геометричними та топологічними структурами, а саме: метричними, топологічними, лінійними, банаховими, гільбертовими та іншими просторами. Дослідження в цьому напрямку можуть бути цікавими для астрофізиків, оскільки існує припущення, що у великих масштабах Всесвіту закони фізики (зокрема, закони кінематики) можуть відрізнятися від тих, які діють в околі нашої сонячної системи.

Питання про загальний вигляд довільних просторово-часових перетворень координат для інерційних систем відліку у випадку, коли простір геометричних змінних є тривимірним і евклідовим, досліджувалося в роботі [1]. Частинним випадком перетворень координат [1] є (тривимірні) класичні перетворення Лоренца, а також узагальнені перетворення Лоренца [2–4] (для систем відліку, що рухаються зі швидкістю, більшою за швидкість світла). В [5, 6] було дано загальне означення лінійних перетворень координат та узагальнених перетворень Лоренца у випадку, коли простір геометричних змінних є довільним дійсним гільбертовим простором. У даній роботі будемо досліджувати абстрактні перетворення координат у кінематичних мінливих множинах зі сталою (не змінною в часі) геометрією, базуючись на загальній теорії мінливих множин [7, 8]. Для розуміння подальшого тексту ознайомлення хоча б з однією із вказаних робіт є необхідним. Слід зазначити, що математичний апарат робіт [1–6] не базується на теорії мінливих множин, що істотно зменшує його загальність, зокрема дає змогу вивчати лише універсальні перетворення координат (тобто такі перетворення координат, які визначаються лише геометрично-часовим положенням розглядуваної матеріальної точки).

Надалі будемо використовувати систему позначень, прийняту в [7, 8].

1. Математичні об'єкти для побудови геометричних оточень мінливих множин.

Означення 1. Трійку $\mathbb{L} = (\mathbb{K}, \oplus, \otimes)$ будемо називати *лінійною структурою* над множиною $\mathfrak{X}$, якщо $\mathbb{K} = (\mathbf{K}, +_{\mathbb{K}}, \times_{\mathbb{K}})$ — поле, $\oplus$ — бінарна операція над $\mathfrak{X}$, $\otimes \colon \mathbf{K} \times \mathfrak{X} \mapsto \mathfrak{X}$ — бінарна операція з $\mathbf{K} \times \mathfrak{X}$ в $\mathfrak{X}$ і трійка $(\mathfrak{X}, \oplus, \otimes)$ є лінійним простором над полем $\mathbb{K}$. Зазначений лінійний простір позначатимемо через $\mathfrak{Lp}(\mathfrak{X}, \mathbb{L}) := (\mathfrak{X}, \oplus, \otimes)$.

Якщо $\mathbb{K} \in \{\mathbb{R}, \mathbb{C}\}$, то $\mathbb{L}$ будемо називати *числовою лінійною структурою* над $\mathfrak{X}$.

Шестірку множин $\mathfrak{Q} = (\mathfrak{X}, \mathcal{T}, \mathbb{L}, \rho, \|\cdot\|, (\cdot,\cdot))$ будемо називати *координатним простором*, якщо виконуються такі умови:

1. $\mathfrak{X} \neq \varnothing$ і $\mathcal{T} \bigcup \mathbb{L} \neq \varnothing$.
2. Якщо $\mathcal{T} \neq \varnothing$, то $\mathcal{T}$ — топологія на $\mathfrak{X}$.
3. Якщо $\mathbb{L} \neq \varnothing$, то $\mathbb{L}$ — числова лінійна структура над $\mathfrak{X}$.
4. Якщо $\mathbb{L} \neq \varnothing$ і $\mathcal{T} \neq \varnothing$, то пара $(\mathfrak{Lp}(\mathfrak{X}, \mathbb{L}), \mathcal{T})$ є лінійним топологічним простором.

5. Якщо $\rho \neq \varnothing$, то $\mathcal{T} \neq \varnothing$, причому ρ — метрика на $\mathfrak{X}$ і топологія $\mathcal{T}$ породжена метрикою ρ.

6. Якщо $\|\cdot\| \neq \varnothing$, то $\mathbb{L} \neq \varnothing$ і $\rho \neq \varnothing$, причому, $\|\cdot\|$ — норма на лінійному просторі $\mathfrak{Lp}(\mathfrak{X}, \mathbb{L})$ і метрика ρ породжена нормою $\|\cdot\|$.

7. Якщо $(\cdot,\cdot) \neq \varnothing$, то $\|\cdot\| \neq \varnothing$ (а отже, згідно з 6, і $\mathbb{L} \neq \varnothing$), причому $(\cdot,\cdot)$ — скалярний добуток на $\mathfrak{Lp}(\mathfrak{X}, \mathbb{L})$ і норма $\|\cdot\|$ породжена скалярним добутком $(\cdot,\cdot)$.

Нехай $\mathfrak{Q} = (\mathfrak{X}, \mathcal{T}, \mathbb{L}, \rho, \|\cdot\|, (\cdot,\cdot))$ — координатний простір. Множину $\mathbf{Zk}(\mathfrak{Q}) := \mathfrak{X}$ будемо називати *множиною значень координат* $\mathfrak{Q}$.

2. Кінематичні мінливі множини.

Означення 2. 1. Пару $\mathcal{G}_0 = (\mathfrak{Q}, k)$ будемо називати *геометричним оточенням* базової мінливої множини $\mathcal{B}$, якщо $\mathfrak{Q}$ є координатним простором, а $k\colon \mathfrak{Bs}(\mathcal{B}) \mapsto \mathbf{Zk}(\mathfrak{Q})$ — відображенням з $\mathfrak{Bs}(\mathcal{B})$ в $\mathbf{Zk}(\mathfrak{Q})$. При цьому пару $\mathfrak{C}^{\mathfrak{b}} = (\mathcal{B}, \mathcal{G}_0) = (\mathcal{B}, (\mathfrak{Q}, k))$ будемо називати *базовою кінематичною мінливою множиною*, або, скорочено, *базовою кінематичною* множиною.

2. Нехай $\mathcal{Z}$ — мінлива множина. Індексовану сім'ю пар виду $\mathcal{G} = ((\mathfrak{Q}_{\mathfrak{l}}, k_{\mathfrak{l}}) \mid \mathfrak{l} \in \mathcal{L}k(\mathcal{Z}))$ будемо називати *геометричним оточенням* $\mathcal{Z}$, якщо для довільної області сприймання $\mathfrak{l} \in \mathcal{L}k(\mathcal{Z})$ пара $(\mathfrak{Q}_{\mathfrak{l}}, k_{\mathfrak{l}})$ є геометричним оточенням базової мінливої множини $\mathfrak{l}^{\frown}$, породженої областю сприймання $\mathfrak{l}$, тобто якщо пара $(\mathfrak{l}^{\frown}, (\mathfrak{Q}_{\mathfrak{l}}, k_{\mathfrak{l}}))$ є базовою кінематичною множиною для довільного $\mathfrak{l} \in \mathcal{L}k(\mathcal{Z})$. При цьому пару $\mathfrak{C} = (\mathcal{Z}, \mathcal{G})$ будемо називати *кінематичною мінливою множиною*, або, скорочено, *кінематичною* множиною.

Для довільної базової кінематичної множини $\mathfrak{C}^{\mathfrak{b}} = (\mathcal{B}, (\mathfrak{Q}, k))$ введемо позначення

$$\mathsf{BE}(\mathfrak{C}^{\mathfrak{b}}) := \mathcal{B}; \qquad \mathsf{BG}(\mathfrak{C}^{\mathfrak{b}}) := \mathfrak{Q}; \qquad \mathbf{Zk}(\mathfrak{C}^{\mathfrak{b}}) := \mathbf{Zk}(\mathfrak{Q}) = \mathbf{Zk}(\mathsf{BG}(\mathfrak{C}^{\mathfrak{b}}));$$

$$\mathbb{Bs}(\mathfrak{C}^{\mathfrak{b}}) := \mathbb{Bs}(\mathcal{B}); \qquad \mathfrak{Bs}(\mathfrak{C}^{\mathfrak{b}}) := \mathfrak{Bs}(\mathcal{B}); \qquad \mathfrak{q}_{\mathfrak{C}^{\mathfrak{b}}}(x) := k(x) \qquad (x \in \mathfrak{Bs}(\mathfrak{C}^{\mathfrak{b}})).$$

Нехай, $\mathfrak{C} = (\mathcal{Z}, \mathcal{G})$, де $\mathcal{G} = ((\mathfrak{Q}_{\mathfrak{l}}, k_{\mathfrak{l}}) \mid \mathfrak{l} \in \mathcal{L}k(\mathcal{Z})))$ — кінематична множина.

а) Множини $\mathcal{I}nd(\mathfrak{C}) := \mathcal{I}nd(\mathcal{Z})$; $\mathcal{L}k(\mathfrak{C}) := \mathcal{L}k(\mathcal{Z})$ будемо називати *множиною індексів* та *множиною систем відліку* кінематичної множини $\mathfrak{C}$ відповідно. Причому у випадку кінематичних множин, на відміну від абстрактних мінливих множин, будемо використовувати термін "система відліку", а не "область сприймання".

б) Мінливу множину $\mathbb{BE}(\mathfrak{C}) := \mathcal{Z}$ будемо називати *базою еволюції* $\mathfrak{C}$.

в) Для довільної системи відліку $\mathfrak{l} \in \mathcal{L}k(\mathfrak{C}) = \mathcal{L}k(\mathcal{Z})$ зберігаються всі позначення, для областей сприймання в теорії мінливих множин [7, 8] ($\mathtt{ind}(\mathfrak{l})$, $\mathfrak{l}^{\frown}$, $\mathfrak{Bs}(\mathfrak{l})$, $\underset{\mathfrak{l}}{\leftarrow}$, $\mathbb{Bs}(\mathfrak{l})$, $\overset{\mathbb{Bs}}{\underset{\mathfrak{l}}{\leftarrow}}$, $\mathbf{Tm}(\mathfrak{l})$, $\mathbb{T}\mathbf{m}(\mathfrak{l})$, $\leqslant_{\mathfrak{l}}$). При цьому будемо користуватися скороченими варіантами цих позначень, прийнятими в теорії мінливих множин [7, 8].

г) Для довільних систем відліку $\mathfrak{l}, \mathfrak{m} \in \mathcal{L}k(\mathfrak{C})$ індукуються позначення для відображень уніфікації: $\langle \mathfrak{m} \leftarrow \mathfrak{l}, \mathfrak{C} \rangle := \langle \mathfrak{m} \leftarrow \mathfrak{l}, \mathcal{Z} \rangle$. Зокрема, у випадку, коли мінлива множина $\mathcal{Z}$ є чітко видимою (у цьому випадку будемо говорити, що кінематична множина $\mathfrak{C}$ є *чітко видимою*), вводимо позначення $\langle !\mathfrak{m} \leftarrow \mathfrak{l}, \mathfrak{C} \rangle := \langle !\mathfrak{m} \leftarrow \mathfrak{l}, \mathcal{Z} \rangle$.

д) Для довільної системи відліку $\mathfrak{l} \in \mathcal{L}k(\mathfrak{C})$ базову кінематичну множину $\mathfrak{C} \upharpoonright \mathfrak{l} := (\mathfrak{l}^{\frown}, \mathcal{G}_{\mathfrak{l}})$ (де $\mathcal{G}_{\mathfrak{l}} = (\mathfrak{Q}_{\mathfrak{l}}, k_{\mathfrak{l}})$) будемо називати *образом кінематичної множини* $\mathfrak{C}$ в системі відліку $\mathfrak{l}$. Також введемо позначення $\mathbf{Zk}(\mathfrak{l}; \mathfrak{C}) := \mathbf{Zk}(\mathfrak{C} \upharpoonright \mathfrak{l}) = \mathbf{Zk}(\mathfrak{Q}_{\mathfrak{l}})$; $\mathsf{BE}(\mathfrak{l}) := \mathsf{BE}(\mathfrak{C} \upharpoonright \mathfrak{l}) = \mathfrak{l}^{\frown}$; $\mathsf{BG}(\mathfrak{l}; \mathfrak{C}) := \mathsf{BG}(\mathfrak{C} \upharpoonright \mathfrak{l}) = \mathfrak{Q}_{\mathfrak{l}}$; $\mathfrak{q}_{\mathfrak{l}}(x; \mathfrak{C}) := \mathfrak{q}_{\mathfrak{C} \upharpoonright \mathfrak{l}}(x) = k_{\mathfrak{l}}(x)$, $x \in \mathfrak{Bs}(\mathfrak{l}) = \mathfrak{Bs}(\mathfrak{C} \upharpoonright \mathfrak{l})$.

е) Коли наперед відомо, про яку кінематичну множину $\mathfrak{C}$ йде мова, замість позначень $\langle \mathfrak{m} \leftarrow \mathfrak{l}, \mathfrak{C} \rangle$, $\langle !\mathfrak{m} \leftarrow \mathfrak{l}, \mathfrak{C} \rangle$, $\mathbf{Zk}(\mathfrak{l}; \mathfrak{C})$, $\mathsf{BG}(\mathfrak{l}; \mathfrak{C})$, $\mathfrak{q}_{l}(x; \mathfrak{C})$ будемо використовувати позначення $\langle \mathfrak{m} \leftarrow \mathfrak{l} \rangle$, $\langle !\mathfrak{m} \leftarrow \mathfrak{l} \rangle$, $\mathbf{Zk}(\mathfrak{l})$, $\mathsf{BG}(\mathfrak{l})$, $\mathfrak{q}_{\mathfrak{l}}(x)$ відповідно.

3. Перетворення координат у кінематичних множинах. Нехай $\mathbb{T} = (\mathbf{T}, \leqslant)$ — довільна лінійно упорядкована множина і $\mathcal{X}$ — довільна множина. Для довільної пари $\omega = (t, x) \in \mathbf{T} \times \mathcal{X}$ будемо використовувати позначення: $\mathsf{bs}(\omega)) := x$, $\mathsf{tm}(\omega) := t$. Нехай $\mathfrak{C}$ — довільна кінематична множина. Для довільної системи відліку $\mathfrak{l} \in \mathcal{L}k(\mathfrak{C})$ введемо позначення

$$\mathbb{M}k(\mathfrak{l}; \mathfrak{C}) := \mathbf{Tm}(\mathfrak{l}) \times \mathbf{Zk}(\mathfrak{l}); \qquad \mathbf{Q}^{\langle \mathfrak{l} \rangle}(\omega; \mathfrak{C}) := (\mathsf{tm}(\omega), \mathsf{q}_{\mathfrak{l}}(\mathsf{bs}(\omega))) \in \mathbb{M}k(\mathfrak{l}; \mathfrak{C}), \qquad \omega \in \mathbb{B}\mathfrak{s}(\mathfrak{l}).$$

Значення $\mathbf{Q}^{\langle \mathfrak{l} \rangle}(\omega; \mathfrak{C})$ будемо називати *координатами Мінковського* елементарно-часового стану $\omega \in \mathbb{B}\mathfrak{s}(\mathfrak{l})$ у системі відліку $\mathfrak{l}$.

Коли наперед відомо, про яку кінематичну множину $\mathfrak{C}$ йде мова, замість позначень $\mathbb{M}k(\mathfrak{l}; \mathfrak{C})$, $\mathbf{Q}^{\langle \mathfrak{l} \rangle}(\omega; \mathfrak{C})$ будемо використовувати позначення $\mathbb{M}k(\mathfrak{l})$, $\mathbf{Q}^{\langle \mathfrak{l} \rangle}(\omega)$ відповідно.

Означення 3. Нехай $\mathfrak{C}$ — чітко видима кінематична множина і $\mathfrak{l}, \mathfrak{m} \in \mathcal{L}k(\mathfrak{C})$ — довільні системи відліку $\mathfrak{C}$.

1. Відображення $\mathbf{Q}^{\langle \mathfrak{m} \leftarrow \mathfrak{l} \rangle}(\cdot; \mathfrak{C})\colon \mathbb{B}\mathfrak{s}(\mathfrak{l}) \mapsto \mathbb{M}k(\mathfrak{m})$, що задається формулою $\mathbf{Q}^{\langle \mathfrak{m} \leftarrow \mathfrak{l} \rangle}(\omega; \mathfrak{C}) = \mathbf{Q}^{\langle \mathfrak{m} \rangle}(\langle !\mathfrak{m} \leftarrow \mathfrak{l} \rangle \omega)$, $\omega \in \mathbb{B}\mathfrak{s}(\mathfrak{l})$, будемо називати *реальним перетворенням координат* з $\mathfrak{l}$ в $\mathfrak{m}$.

2. Відображення $\widetilde{Q}\colon \mathbb{M}k(\mathfrak{l}) \mapsto \mathbb{M}k(\mathfrak{m})$ будемо називати *універсальним перетворенням координат* з $\mathfrak{l}$ в $\mathfrak{m}$, якщо $\widetilde{Q}$ є бієкцією з $\mathbb{M}k(\mathfrak{l})$ на $\mathbb{M}k(\mathfrak{m})$ і для довільного $\omega \in \mathbb{B}\mathfrak{s}(\mathfrak{l})$ справедлива рівність $\mathbf{Q}^{\langle \mathfrak{m} \leftarrow \mathfrak{l} \rangle}(\omega; \mathfrak{C}) = \widetilde{Q}(\mathbf{Q}^{\langle \mathfrak{l} \rangle}(\omega))$. Будемо говорити, що системи відліку $\mathfrak{l}$, $\mathfrak{m} \in \mathcal{L}k(\mathfrak{C})$ *допускають універсальне перетворення координат*, використовуючи позначення $\mathfrak{l} \underset{\mathfrak{C}}{\rightleftarrows} \mathfrak{m}$, якщо існує хоч одне універсальне перетворення координат $\widetilde{Q}\colon \mathbb{M}k(\mathfrak{l}) \mapsto \mathbb{M}k(\mathfrak{m})$ з $\mathfrak{l}$ в $\mathfrak{m}$.

3. Індексовану сім'ю $(\widetilde{Q}_{\mathfrak{m},\mathfrak{l}})_{\mathfrak{l},\mathfrak{m} \in \mathcal{L}k(\mathfrak{C})}$ будемо називати *універсальним перетворенням координат для кінематичної множини* $\mathfrak{C}$, якщо для довільних $\mathfrak{l}$, $\mathfrak{m} \in \mathcal{L}k(\mathfrak{C})$ $\widetilde{Q}_{\mathfrak{m},\mathfrak{l}}$ є універсальним перетворенням координат з $\mathfrak{l}$ в $\mathfrak{m}$ і при цьому для довільних $\mathfrak{l}$, $\mathfrak{m}$, $\mathfrak{p} \in \mathcal{L}k(\mathfrak{C})$ та $\mathrm{w} \in \mathbb{M}k(\mathfrak{l})$ справедливі рівності $\widetilde{Q}_{\mathfrak{l},\mathfrak{l}}(\mathrm{w}) = \mathrm{w}$, $\widetilde{Q}_{\mathfrak{p},\mathfrak{m}}(\widetilde{Q}_{\mathfrak{m},\mathfrak{l}}(\mathrm{w})) = \widetilde{Q}_{\mathfrak{p},\mathfrak{l}}(\mathrm{w})$. Будемо говорити, що $\mathfrak{C}$ *допускає універсальне перетворення координат*, якщо існує універсальне перетворення координат для $\mathfrak{C}$.

Зауваження 1. Коли наперед відомо, про яку кінематичну множину $\mathfrak{C}$ йде мова, замість позначень $\mathbf{Q}^{\langle \mathfrak{m} \leftarrow \mathfrak{l} \rangle}(\omega; \mathfrak{C})$, $\mathfrak{l} \underset{\mathfrak{C}}{\rightleftarrows} \mathfrak{m}$ будемо використовувати позначення $\mathbf{Q}^{\langle \mathfrak{m} \leftarrow \mathfrak{l} \rangle}(\omega)$, $\mathfrak{l} \rightleftarrows \mathfrak{m}$.

Теорема 1. *Для довільної чітко видимої кінематичної множини $\mathfrak{C}$ рівносильними є такі твердження*

1. $\mathfrak{C}$ допускає універсальне перетворення координат.

2. Для довільних систем відліку $\mathfrak{l}$, $\mathfrak{m} \in \mathcal{L}k(\mathfrak{C})$ має місце співвідношення $\mathfrak{l} \rightleftarrows \mathfrak{m}$ (тобто довільні дві системи відліку $\mathfrak{C}$ допускають універсальне перетворення координат).

3. Існує система відліку $\mathfrak{l} \in \mathcal{L}k(\mathfrak{C})$ така, що для довільної системи відліку $\mathfrak{m} \in \mathcal{L}k(\mathfrak{C})$ виконується співвідношення $\mathfrak{l} \rightleftarrows \mathfrak{m}$.

4. Теорема про кінематичний мультиобраз.

Означення 4. Упорядковану трійку $(\mathbb{T}, \mathcal{X}, U)$, де $\mathbb{T} = (\mathbf{T}, \leqslant)$ — лінійно упорядкована множина і $\mathcal{X}$ — довільна множина, будемо називати *еволюційним проектором* для базової мінливої множини $\mathcal{B}$, якщо U є відображенням виду $U\colon \mathbb{B}\mathfrak{s}(\mathcal{B}) \mapsto \mathbf{T} \times \mathcal{X}$. Еволюційний проектор $(\mathbb{T}, \mathcal{X}, U)$ для $\mathcal{B}$ будемо називати *бієктивним*, якщо відображення U є бієкцією з $\mathbb{B}\mathfrak{s}(\mathcal{B})$ на $\mathfrak{R}(U) \subseteq \mathbf{T} \times \mathcal{X}$, де $\mathfrak{R}(U)$ — *область значень* U.

Нагадаємо [8], що елементарно-часові стани ω_1, $\omega_2 \in \mathbb{B}\mathfrak{s}(\mathcal{B})$ називаються *об'єднаними долею* в базовій мінливій множині $\mathcal{B}$, якщо виконується одна з умов $\omega_2 \leftarrow \omega_1$ або $\omega_1 \leftarrow \omega_2$.

Теорема 2. *Нехай* $(\mathbb{T}, \mathcal{X}, U)$ *— еволюційний проектор для базової мінливої множини* $\mathcal{B}$. *Тоді існує, причому єдина, базова мінлива множина* $U[\mathcal{B}, \mathbb{T}]$, *що задовольняє умови:*

1. $\mathbb{T}\mathbf{m}(U[\mathcal{B}, \mathbb{T}]) = \mathbb{T}$ *і* $\mathbb{B}\mathfrak{s}(U[\mathcal{B}, \mathbb{T}]) = U(\mathbb{B}\mathfrak{s}(\mathcal{B})) = \{U(\omega) \mid \omega \in \mathbb{B}\mathfrak{s}(\mathcal{B})\}$.

2. Якщо $\widetilde{\omega}_1, \widetilde{\omega}_2 \in \mathbb{B}\mathfrak{s}(U[\mathcal{B}, \mathbb{T}])$ *і* $\mathsf{tm}(\widetilde{\omega}_1) \neq \mathsf{tm}(\widetilde{\omega}_2)$, *то* $\widetilde{\omega}_1$ *і* $\widetilde{\omega}_2$ *об'єднані долею в* $U[\mathcal{B}, \mathbb{T}]$ *тоді і тільки тоді, коли існують об'єднані долею в* $\mathcal{B}$ *елементарно-часові стани* $\omega_1, \omega_2 \in \mathbb{B}\mathfrak{s}(\mathcal{B})$ *такі, що* $\widetilde{\omega}_1 = U(\omega_1)$, $\widetilde{\omega}_2 = U(\omega_2)$.

Означення 5. Упорядковану п'ятірку $(\mathbb{T}, \mathcal{X}, U, \mathfrak{Q}, k)$ будемо називати бієктивним *кінематичним проектором* для базової мінливої множини $\mathcal{B}$, якщо $\mathfrak{Q}$ — координатний простір, k — відображення з $\mathcal{X}$ в $\mathbf{Zk}(\mathfrak{Q})$ і трійка $(\mathbb{T}, \mathcal{X}, U)$ є бієктивним еволюційним проектором для $\mathcal{B}$. Довільну індексовану сім'ю $\mathfrak{P} = ((\mathbb{T}_\alpha, \mathcal{X}_\alpha, U_\alpha, \mathfrak{Q}_\alpha, k_\alpha) \mid \alpha \in \mathcal{A})$ бієктивних кінематичних проекторів для базової мінливої множини $\mathcal{B}$ будемо називати *кінематичним мультипроектором* для $\mathcal{B}$.

Теорема 3 (про кінематичний мультиобраз). *Нехай* $\mathfrak{P} = ((\mathbb{T}_\alpha, \mathcal{X}_\alpha, U_\alpha, \mathfrak{Q}_\alpha, k_\alpha) \mid \alpha \in \mathcal{A})$ *— кінематичний мультипроектор для базової мінливої множини* $\mathcal{B}$. *Тоді:*

А. Існує, причому єдина, кінематична множина $\mathfrak{C}$, *що задовольняє такі умови:*

1. $\mathcal{I}nd(\mathfrak{C}) = \mathcal{A}$, $\mathcal{L}k(\mathfrak{C}) = \{(\alpha, U_\alpha[\mathcal{B}, \mathbb{T}_\alpha]) | \alpha \in \mathcal{A}\}$.

2. Для довільних систем відліку $\mathfrak{l} = (\alpha, U_\alpha[\mathcal{B}, \mathbb{T}_\alpha])$, $\mathfrak{m} = (\beta, U_\beta[\mathcal{B}, \mathbb{T}_\beta]) \in \mathcal{L}k(\mathfrak{C})$ $(\alpha, \beta \in \in \mathcal{A})$ *і довільної множини* $A \subseteq \mathbb{B}\mathfrak{s}(\mathfrak{l}) = U_\alpha(\mathbb{B}\mathfrak{s}(\mathcal{B}))$ *справедлива рівність* $\langle \mathfrak{m} \leftarrow \mathfrak{l}, \mathfrak{C} \rangle A = = U_\beta(U_\alpha^{[-1]}(A)) = \{U_\beta(U_\alpha^{[-1]}(\omega)) \mid \omega \in A\}$, *де* $U_\alpha^{[-1]}$ *— відображення, обернене до* U_α.

3. Для довільної системи відліку $\mathfrak{l} = (\alpha, U_\alpha[\mathcal{B}, \mathbb{T}_\alpha]) \in \mathcal{L}k(\mathfrak{C})$, *де* $\alpha \in \mathcal{A}$, *виконуються рівності* $\mathsf{BG}(\mathfrak{l}) = \mathfrak{Q}_\alpha$ *та* $\mathfrak{q}_\mathfrak{l}(x) = k_\alpha(x)$ $(x \in \mathfrak{B}\mathfrak{s}(\mathfrak{l}))$.

Б. Кінематична множина $\mathfrak{C}$, *що задовольняє умови 1–3, є чітко видимою.*

Кінематичну множину $\mathfrak{C}$, що задовольняє умови 1–3 теореми 3, будемо називати *кінематичним мультиобразом* базової мінливої множини $\mathcal{B}$ відносно кінематичного мультипроектора $\mathfrak{P}$ і будемо позначати її через $\mathfrak{Kim}[\mathfrak{P}, \mathcal{B}]$ $(\mathfrak{Kim}[\mathfrak{P}, \mathcal{B}] := \mathfrak{C})$.

5. Кінематичні множини, породжені спеціальною теорією відносності та її тахіонними розширеннями. Нехай $(\mathfrak{H}, \|\cdot\|, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ — дійсний гільбертовий простір і $\mathcal{L}(\mathfrak{H})$ — простір лінійних (однорідних) неперервних операторів над $\mathfrak{H}$. Позначимо через $\mathcal{L}^\times(\mathfrak{H})$ простір всіх лінійних неперервних операторів над $\mathfrak{H}$, включаючи неоднорідні, тобто $\mathcal{L}^\times(\mathfrak{H}) = = \{\mathbf{A}_{[\mathbf{a}]} \mid \mathbf{A} \in \mathcal{L}(\mathfrak{H}), \mathbf{a} \in \mathfrak{H}\}$, де $\mathbf{A}_{[\mathbf{a}]}x = \mathbf{A}x + \mathbf{a}$, $x \in \mathfrak{H}$. Гільбертовий простір $\mathfrak{H}$ породжує координатний простір $\widehat{\mathfrak{H}} = (\mathfrak{H}, \mathcal{T}_\mathfrak{H}, \mathbb{L}_\mathfrak{H}, \rho_\mathfrak{H}, \|\cdot\|, \langle \cdot, \cdot \rangle)$, де $\rho_\mathfrak{H}$ та $\mathcal{T}_\mathfrak{H}$ — метрика та топологія, породжені нормою $\|\cdot\|$ на просторі $\mathfrak{H}$, а $\mathbb{L}_\mathfrak{H}$ — природна лінійна структура простору $\mathfrak{H}$. Простором *Мінковського* над $\mathfrak{H}$ називається гільбертовий простір $\mathcal{M}(\mathfrak{H}) = \mathbb{R} \times \mathfrak{H} = \{(t, x) \mid t \in \mathbb{R}, x \in \in \mathfrak{H}\}$, оснащений скалярним добутком та нормою: $\langle \mathrm{w}_1, \mathrm{w}_2 \rangle = \langle \mathrm{w}_1, \mathrm{w}_2 \rangle_{\mathcal{M}(\mathfrak{H})} = t_1 t_2 + \langle x_1, x_2 \rangle$, $\|\mathrm{w}_1\| = \|\mathrm{w}_1\|_{\mathcal{M}(\mathfrak{H})} = (t_1^2 + \|x_1\|^2)^{1/2}$ $(\mathrm{w}_i = (t_i, x_i) \in \mathcal{M}(\mathfrak{H}),\ i \in \{1, 2\})$ [5]. В просторі $\mathcal{M}(\mathfrak{H})$ виділимо такі підпростори: $\mathfrak{H}_0 := \{(t, \mathbf{0}) \mid t \in \mathbb{R}\}$, $\mathfrak{H}_1 := \{(0, x) \mid x \in \mathfrak{H}\}$, де $\mathbf{0}$ — нульовий вектор. Тоді $\mathcal{M}(\mathfrak{H}) = \mathfrak{H}_0 \oplus \mathfrak{H}_1$, де $\oplus$ означає ортогональну суму підпросторів. Покладемо $\mathbf{e}_0 := (1, \mathbf{0}) \in \mathcal{M}(\mathfrak{H})$.

$$\mathbf{X}\mathrm{w} = (0, x) \in \mathfrak{H}_1; \qquad \widehat{\mathbf{T}}\mathrm{w} = (t, \mathbf{0}) = \mathcal{T}(\mathrm{w})\mathbf{e}_0 \in \mathfrak{H}_0,$$
$$\text{де} \qquad \mathcal{T}(\mathrm{w}) = t \qquad (\mathrm{w} = (t, x) \in \mathcal{M}(\mathfrak{H})).$$

Довільний вектор $V \in \mathfrak{H}_1$ породжує такі підпростори в просторі $\mathfrak{H}_1$:

$$\mathfrak{H}_1[V] = \mathbf{span}\{V\}; \qquad \mathfrak{H}_{1\perp}[V] = \mathfrak{H}_1 \ominus \mathfrak{H}_1[V] = \{x \in \mathfrak{H}_1 \mid \langle x, V \rangle = 0\},$$

де $\mathbf{span} M$ означає лінійну оболонку множини $M \subseteq \mathcal{M}(\mathfrak{H})$. Позначимо через $\mathbf{X}_1[V]$ та $\mathbf{X}_1^{\perp}[V]$ ортопроектори в $\mathcal{M}(\mathfrak{H})$ на підпростори $\mathfrak{H}_1[V]$ та $\mathfrak{H}_{1\perp}[V]$:

$$\mathbf{X}_1[V]\mathrm{w} = \begin{cases} \langle V, \mathrm{w}\rangle \|V\|^{-2} V, & V \neq \mathbf{0} \\ \mathbf{0}, & V = \mathbf{0} \end{cases}, \qquad \mathrm{w} \in \mathcal{M}(\mathfrak{H}); \qquad \mathbf{X}_1^{\perp}[V] = \mathbf{X} - \mathbf{X}_1[V].$$

Позначимо через $\mathbf{Pk}(\mathfrak{H})$ множину операторів $\mathbf{S} \in \mathcal{L}^{\times}(\mathcal{M}(\mathfrak{H}))$, що мають неперервний обернений оператор $\mathbf{S}^{-1} \in \mathcal{L}^{\times}(\mathcal{M}(\mathfrak{H}))$. Оператори $\mathbf{S} \in \mathbf{Pk}(\mathfrak{H})$ будемо називати *операторами перетворення координат.* Нехай $\mathcal{B}$ — базова мінлива множина така, що $\mathfrak{Bs}(\mathcal{B}) \subseteq \mathfrak{H} = \mathbf{Zk}(\widehat{\mathfrak{H}})$, $\mathbb{T}\mathbf{m}(\mathcal{B}) = (\mathbb{R}, \leqslant)$, де $\leqslant$ — стандартний порядок на полі дійсних чисел $\mathbb{R}$. Тоді $\mathbb{B}\mathfrak{s}(\mathcal{B}) \subseteq \mathbb{R} \times \times\, \mathfrak{H} = \mathcal{M}(\mathfrak{H})$. Довільна множина $\mathfrak{S} \subseteq \mathbf{Pk}(\mathfrak{H})$ породжує кінематичний мультипроектор, $\widehat{\mathfrak{S}} := (((\mathbb{R}, \leqslant), \mathfrak{H}, \mathbf{S}, \widehat{\mathfrak{H}}, \mathbb{I}_{\mathfrak{H}}) \mid \mathbf{S} \in \mathfrak{S})$ для $\mathcal{B}$, де $\mathbb{I}_{\mathfrak{H}}$ — тотожний (одиничний) оператор на просторі $\mathfrak{H}$. Відповідно до теореми 3 покладемо

$$\mathfrak{Kim}(\mathfrak{S}, \mathcal{B}; \mathfrak{H}) := \mathfrak{Kim}[\widehat{\mathfrak{S}}, \mathcal{B}].$$

Теорема 4. *Кінематична множина $\mathfrak{Kim}(\mathfrak{S}, \mathcal{B}; \mathfrak{H})$ допускає універсальне перетворення координат.*

Нагадаємо, що оператор $U \in \mathcal{L}(\mathfrak{H})$ називається *унітарним* на $\mathfrak{H}$, якщо $\exists\, U^{-1} \in \mathcal{L}(\mathfrak{H})$ і $\forall\, x \in \mathfrak{H} \|Ux\| = \|x\|$. Покладемо

$$\mathfrak{U}(\mathfrak{H}_1) = \{U \in \mathcal{L}(\mathfrak{H}_1) \mid U - \text{унітарний на } \mathfrak{H}_1\}; \qquad \mathbf{B}_1(\mathfrak{H}_1) = \{x \in \mathfrak{H}_1 \mid \|x\| = 1\}.$$

Зафіксуємо будь-які $c \in (0, \infty]$, $\lambda \in [0, \infty] \setminus \{c\}$, $s \in \{-1, 1\}$, $J \in \mathfrak{U}(\mathfrak{H}_1)$, $\mathbf{n} \in \mathbf{B}_1(\mathfrak{H}_1)$ і $\mathbf{a} \in \mathcal{M}(\mathfrak{H})$. Для довільного вектора $\mathrm{w} \in \mathcal{M}(\mathfrak{H})$ покладемо

$$\mathbf{W}_{\lambda,c}[s, \mathbf{n}, J]\mathrm{w} :=$$

$$= \begin{cases} \dfrac{\left(s\mathcal{T}(\mathrm{w}) - \dfrac{\lambda}{c^2}\langle \mathbf{n}, \mathrm{w}\rangle\right)}{\sqrt{\left|1 - \dfrac{\lambda^2}{c^2}\right|}}\mathbf{e}_0 + J\left(\dfrac{\lambda\mathcal{T}(\mathrm{w}) - s\langle \mathbf{n}, \mathrm{w}\rangle}{\sqrt{\left|1 - \dfrac{\lambda^2}{c^2}\right|}}\mathbf{n} + \mathbf{X}_1^{\perp}[\mathbf{n}]\mathrm{w}\right), & \lambda < \infty,\ c < \infty; \\ -\dfrac{\langle \mathbf{n}, \mathrm{w}\rangle}{c}\mathbf{e}_0 + J(c\mathcal{T}(\mathrm{w})\mathbf{n} + \mathbf{X}_1^{\perp}[\mathbf{n}]\mathrm{w}), & \lambda = \infty,\ c < \infty; \\ s\mathcal{T}(\mathrm{w})\mathbf{e}_0 + J((\lambda\mathcal{T}(\mathrm{w}) - s\langle \mathbf{n}, \mathrm{w}\rangle)\mathbf{n} + \mathbf{X}_1^{\perp}[\mathbf{n}]\mathrm{w}), & \lambda < \infty,\ c = \infty. \end{cases}$$

$$\mathbf{W}_{\lambda,c}[s, \mathbf{n}, J; \mathbf{a}]\mathrm{w} := \mathbf{W}_{\lambda,c}[s, \mathbf{n}, J](\mathrm{w} + \mathbf{a}).$$

Можна довести, що $\mathbf{W}_{\lambda,c}[s, \mathbf{n}, J; \mathbf{a}] \in \mathbf{Pk}(\mathfrak{H})$. У випадку $c < \infty$ оператори виду $\mathbf{W}_{\lambda,c}[s, \mathbf{n}, J]$ являють собою узагальнені перетворення Лоренца, введені в [5]. Оператори виду $\mathbf{W}_{\lambda,\infty}[s, \mathbf{n}, J]$ $(\lambda < \infty)$ являють собою перетворення Галілея (можна довести, що $\mathbf{W}_{\lambda,\infty}[s, \mathbf{n}, J] = \lim\limits_{c \to \infty} \mathbf{W}_{\lambda,c}[s, \mathbf{n}, J]$, де границя існує у рівномірній операторній топології).

Для $0 < c < \infty$ введемо такі класи лінійних (неоднорідних) операторів:

$$\mathfrak{PT}(\mathfrak{H}, c) := \{\mathbf{W}_{\lambda,c}[s, \mathbf{n}, J; \mathbf{a}] \mid s \in \{-1, 1\}, \lambda \in [0, \infty] \setminus \{c\}, \mathbf{n} \in \mathbf{B}_1(\mathfrak{H}_1), J \in \mathfrak{U}(\mathfrak{H}_1), \mathbf{a} \in \mathcal{M}(\mathfrak{H})\};$$

$$\mathfrak{PT}_+(\mathfrak{H}, c) := \{\mathbf{W}_{\lambda,c}[s, \mathbf{n}, J; \mathbf{a}] \in \mathfrak{PT}(\mathfrak{H}, c) \mid s = 1\};$$

$$\mathfrak{P}(\mathfrak{H}, c) := \{\mathbf{W}_{\lambda,c}[s, \mathbf{n}, J; \mathbf{a}] \in \mathfrak{PT}(\mathfrak{H}, c) \mid \lambda < c\};$$

$$\mathfrak{P}_{+}(\mathfrak{H}, c) := \{\mathbf{W}_{\lambda,c}[s, \mathbf{n}, J; \mathbf{a}] \in \mathfrak{P}(\mathfrak{H}, c) \mid s = 1\}.$$

Використовуючи введені класи операторів, визначимо такі кінематичні множини:

$$\mathfrak{KPT}_0(\mathfrak{H}, \mathcal{B}, c) := \mathfrak{Kim}(\mathfrak{PT}(\mathfrak{H}, c), \mathcal{B}; \mathfrak{H});$$

$$\mathfrak{KPT}(\mathfrak{H}, \mathcal{B}, c) := \mathfrak{Kim}(\mathfrak{PT}_{+}(\mathfrak{H}, c), \mathcal{B}; \mathfrak{H});$$

$$\mathfrak{KP}_0(\mathfrak{H}, \mathcal{B}, c) := \mathfrak{Kim}(\mathfrak{P}(\mathfrak{H}, c), \mathcal{B}; \mathfrak{H});$$

$$\mathfrak{KP}(\mathfrak{H}, \mathcal{B}, c) := \mathfrak{Kim}(\mathfrak{P}_{+}(\mathfrak{H}, c), \mathcal{B}; \mathfrak{H}).$$

У випадку $\dim(\mathfrak{H}) = 3$ кінематична множина $\mathfrak{KP}(\mathfrak{H}, \mathcal{B}, c)$ являє собою математично строгу модель кінематики спеціальної теорії відносності в інерційних системах відліку. Кінематична множина $\mathfrak{KP}_0(\mathfrak{H}, \mathcal{B}, c)$ побудована на основі загальної групи Лоренца–Пуанкаре і містить крім звичайних систем відліку "з додатним напрямком часу", які мають зрозумілу фізичну інтерпретацію, також системи відліку з "від'ємним напрямком часу". Кінематичні множини $\mathfrak{KPT}(\mathfrak{H}, \mathcal{B}, c)$ і $\mathfrak{KPT}_0(\mathfrak{H}, \mathcal{B}, c)$ містять крім стандартних ("тардіонних") систем відліку також і "тахіонні" системи відліку, які рухаються відносно "тардіонних" систем відліку зі швидкістю, більшою за швидкість світла c.

З теореми 4 випливає такий наслідок.

Наслідок 1. *Кінематичні множини* $\mathfrak{KPT}_0(\mathfrak{H}, \mathcal{B}, c)$, $\mathfrak{KPT}(\mathfrak{H}, \mathcal{B}, c)$, $\mathfrak{KP}_0(\mathfrak{H}, \mathcal{B}, c)$, $\mathfrak{KP}(\mathfrak{H}, \mathcal{B}, c)$ *допускають універсальне перетворення координат.*

6. Кінематичні множини, що не допускають універсального перетворення координат. Нехай множина $\mathfrak{V}_{\mathfrak{f}} \subseteq (0, \infty]$ така, що $\mathfrak{V}_{\mathfrak{f}} \neq \varnothing$ і $(0, \infty] \setminus \mathfrak{V}_{\mathfrak{f}} \neq \varnothing$. Покладемо

$$\mathfrak{H}_{\mathfrak{V}_{\mathfrak{f}}} := \mathfrak{H} \times \mathfrak{V}_{\mathfrak{f}} = \{(x, c) \mid x \in \mathfrak{H}, c \in \mathfrak{V}_{\mathfrak{f}}\}; \qquad \mathcal{M}(\mathfrak{H}_{\mathfrak{V}_{\mathfrak{f}}}) := \mathbb{R} \times \mathfrak{H}_{\mathfrak{V}_{\mathfrak{f}}}.$$

Множину $\mathcal{M}(\mathfrak{H}_{\mathfrak{V}_{\mathfrak{f}}})$ будемо називати простором Мінковського *із множиною заборонених швидкостей* $\mathfrak{V}_{\mathfrak{f}}$ над $\mathfrak{H}$. Множину $\widetilde{\mathfrak{V}_{\mathfrak{f}}} := [0, \infty] \setminus \mathfrak{V}_{\mathfrak{f}}$ будемо називати *множиною дозволених швидкостей* для простору $\mathcal{M}(\mathfrak{H}_{\mathfrak{V}_{\mathfrak{f}}})$.

Для довільного $\omega = (t, (x, c)) \in \mathcal{M}(\mathfrak{H}_{\mathfrak{V}_{\mathfrak{f}}})$ введемо позначення $\omega^* := (t, x) \in \mathcal{M}(\mathfrak{H})$. Для $\lambda \in \widetilde{\mathfrak{V}_{\mathfrak{f}}}$, $s \in \{-1, 1\}$, $J \in \mathfrak{U}(\mathfrak{H}_1)$, $\mathbf{n} \in \mathbf{B}_1(\mathfrak{H}_1)$, $\mathbf{a} \in \mathcal{M}(\mathfrak{H})$ і $\omega = (t, (x, c)) \in \mathcal{M}(\mathfrak{H}_{\mathfrak{V}_{\mathfrak{f}}})$ позначимо

$$\mathbf{W}_{\lambda;\mathfrak{V}_{\mathfrak{f}}}[s, \mathbf{n}, J; \mathbf{a}]\omega := (\mathsf{tm}(\mathbf{W}_{\lambda,c}[s, \mathbf{n}, J; \mathbf{a}]\omega^*), (\mathsf{bs}(\mathbf{W}_{\lambda,c}[s, \mathbf{n}, J; \mathbf{a}]\omega^*), c)).$$

Твердження 1. *Для довільних* $\lambda \in \widetilde{\mathfrak{V}_{\mathfrak{f}}}$, $s \in \{-1, 1\}$, $J \in \mathfrak{U}(\mathfrak{H}_1)$, $\mathbf{n} \in \mathbf{B}_1(\mathfrak{H}_1)$, $\mathbf{a} \in \mathcal{M}(\mathfrak{H})$ *відображення* $\mathbf{W}_{\lambda;\mathfrak{V}_{\mathfrak{f}}}[s, \mathbf{n}, J; \mathbf{a}]$ *є бієкцією на* $\mathcal{M}(\mathfrak{H}_{\mathfrak{V}_{\mathfrak{f}}})$.

Покладемо

$$\mathfrak{PT}(\mathfrak{H}; \mathfrak{V}_{\mathfrak{f}}) := \{\mathbf{W}_{\lambda;\mathfrak{V}_{\mathfrak{f}}}[s, \mathbf{n}, J; \mathbf{a}] \mid \lambda \in \widetilde{\mathfrak{V}_{\mathfrak{f}}}, s \in \{-1, 1\}, J \in \mathfrak{U}(\mathfrak{H}_1), \mathbf{n} \in \mathbf{B}_1(\mathfrak{H}_1), \mathbf{a} \in \mathcal{M}(\mathfrak{H})\};$$

$$\mathfrak{PT}_{+}(\mathfrak{H}; \mathfrak{V}_{\mathfrak{f}}) := \{\mathbf{W}_{\lambda;\mathfrak{V}_{\mathfrak{f}}}[s, \mathbf{n}, J; \mathbf{a}] \in \mathfrak{PT}(\mathfrak{H}; \mathfrak{V}_{\mathfrak{f}}) \mid s = 1\}.$$

Нехай $\mathcal{B}$ — базова мінлива множина така, що $\mathfrak{Bs}(\mathcal{B}) \subseteq \mathfrak{H}_{\mathfrak{V}_{\mathfrak{f}}}$, $\mathbb{T}\mathbf{m}(\mathcal{B}) = (\mathbb{R}, \leqslant)$. Тоді $\mathbb{B}\mathfrak{s}(\mathcal{B}) \subseteq \mathbb{R} \times \mathfrak{H}_{\mathfrak{V}_{\mathfrak{f}}} = \mathcal{M}(\mathfrak{H}_{\mathfrak{V}_{\mathfrak{f}}})$. Отже, довільна множина бієкцій $\mathfrak{S}_1 \in \{\mathfrak{PT}(\mathfrak{H}; \mathfrak{V}_{\mathfrak{f}}), \mathfrak{PT}_{+}(\mathfrak{H}; \mathfrak{V}_{\mathfrak{f}})\}$ породжує кінематичний мультипроектор

$$\mathfrak{S}_1^{\wedge} = (((\mathbb{R}, \leqslant), \mathfrak{H}_{\mathfrak{V}_{\mathfrak{f}}}, \mathbf{S}, \widehat{\mathfrak{H}}, \mathbf{q}) \mid \mathbf{S} \in \mathfrak{S}_1)$$

для $\mathcal{B}$, де $\mathbf{q}(\widetilde{x}) := x$ $(\forall\, \widetilde{x} = (x, c) \in \mathfrak{H}_{\mathfrak{V}_\mathfrak{f}})$. Тому, відповідно до теореми 3, можна покласти

$$\mathfrak{KPT}_0(\mathfrak{H}, \mathcal{B}; \mathfrak{V}_\mathfrak{f}) := \mathfrak{Kim}[\mathfrak{PT}(\mathfrak{H}; \mathfrak{V}_\mathfrak{f})^\wedge, \mathcal{B}];$$

$$\mathfrak{KPT}(\mathfrak{H}, \mathcal{B}; \mathfrak{V}_\mathfrak{f}) := \mathfrak{Kim}[\mathfrak{PT}_+(\mathfrak{H}; \mathfrak{V}_\mathfrak{f})^\wedge, \mathcal{B}].$$

Виявляється, що кінематичні множини $\mathfrak{KPT}_0(\mathfrak{H}, \mathcal{B}; \mathfrak{V}_\mathfrak{f})$ та $\mathfrak{KPT}(\mathfrak{H}, \mathcal{B}; \mathfrak{V}_\mathfrak{f})$, в загальному випадку, не допускають універсального перетворення координат, точніше, допускають універсальне перетворення координат тоді і тільки тоді, коли в них реалізується лише одна заборонена швидкість $c \in (0, \infty]$, і при $c < \infty$ кінематика в цих множинах зводиться до кінематик типу $\mathfrak{KPT}_0(\mathfrak{H}, \mathcal{B}, c)$ та $\mathfrak{KPT}(\mathfrak{H}, \mathcal{B}, c)$, а при $c = \infty$ — до галілеєвої кінематики.

Теорема 5. *Нехай множина заборонених швидкостей $\mathfrak{V}_\mathfrak{f} \subseteq (0, \infty]$ відділена від нуля (тобто існує число $\eta > 0$ таке, що $(0, \eta) \bigcap \mathfrak{V}_\mathfrak{f} = \varnothing$).*

Кінематична множина $\mathfrak{C} \in \{\mathfrak{KPT}(\mathfrak{H}, \mathcal{B}; \mathfrak{V}_\mathfrak{f}), \mathfrak{KPT}_0(\mathfrak{H}, \mathcal{B}; \mathfrak{V}_\mathfrak{f})\}$ допускає універсальне перетворення координат тоді і тільки тоді, коли не існує елементарних станів $\widetilde{x}_1 = (x_1, c_1)$, $\widetilde{x}_2 = (x_2, c_2) \in \mathfrak{Bs}(\mathcal{B})$ таких, що $c_1 \neq c_2$.

1. *Baccetti V., Tate K., Visser M.* Inertial frames without the relativity principle // J. High Energy Phys. – 2012. – **2012**, Iss. 5. – 119.
2. *Hill J. M., Cox B. J.* Einstein's special relativity beyond the speed of light // Proc. Roy. Soc. – 2012. – **468**, No 2148. – P. 4174–4192.
3. *Vieira R. S.* An introduction to the theory of tachyons // arXiv:1112.4187v2. – 2012.
4. *Recami E.* Classical tachyons and possible applications // Riv. Nuovo Cim. – 1986. – **9**, S. 3, No 6. – P. 1–178.
5. *Grushka Ya. I.* Tachyon generalization for Lorentz transforms // Methods of Functional Analysis and Topology. – 2013. – **19**, No 2. – P. 127–145.
6. *Грушка Я. І.* Алгебраїчні властивості тахіонних перетворень Лоренца // Зб. пр. Ін-ту математики НАН України. – 2013. – **10**, № 2. – С. 138–169.
7. *Grushka Ya. I.* Abstract concept of changeable set // arXiv:1207.3751v1. – 2012.
8. *Грушка Я. І.* Мінливі множини та їх застосування для побудови кінематики тахіонів // Пр. Ін-ту математики НАН України. – 2014. – **11**, № 1. – С. 192–227.

Інститут математики НАН України, Київ

Надійшло до редакції 26.11.2014

Я. И. Грушка

Преобразование координат в кинематических изменчивых множествах

Изучаются кинематические изменчивые множества ("абстрактные кинематики"), т. е. математические объекты, в которых изменчивые множества оснащены различными геометрическими и топологическими структурами, а именно: метрическими, топологическими, линейными, банаховыми, гильбертовыми и другими пространствами. Исследования в этом направлении могут быть интересными для астрофизиков, поскольку существует предположение, что в больших масштабах Вселенной законы физики (в частности, законы кинематики) могут отличаться от тех, которые действуют в окрестности нашей солнечной системы.

Ya. I. Grushka

Coordinate transforms in kinematic changeable sets

This work is devoted to the study of kinematic changeable sets ("abstract kinematics") that are equipped by different geometrical or topological structures, namely, by metric, topological, linear, Banach, Hilbert, and other spaces. Investigations in this direction may be interesting for astrophysics, because there exists the hypothesis that, on large scales of the Universe, the physical laws (in particular, the laws of kinematics) can be different from the laws acting in the neighborhood of our solar system.