doi: https://doi.org/10.15407/dopovidi2016.11.024
УДК 519.6:550.843

О.О. Литвин

Українська інженерно-педагогічна академія, Харків
E-mail: olegolitvin55@gmail.com

Математична модель вектора прискорення за його слідами в сейсморозвідці

(Представлено академіком НАН України І.В. Сергієнком)

Запропоновано метод побудови математичної моделі 4D розподілу вектора прискорення $\overrightarrow{W}(x,y,z,t)$*, з яким коливаються частинки кори планети внаслідок проходження сейсмічної хвилі. Метод одночасно використовує і сліди* $\overrightarrow{W}$ *в заданій системі свердловин* $\Gamma_k, k=\overline{1,M}$ *і слід* $\overrightarrow{W}(x,y,0,t)$ *вектора* $\overrightarrow{W}$ *на поверхні планети. Досліджено похибку методу, а також загальну похибку, що може виникати при чисельній реалізації запропонованого методу побудови математичної моделі. Експериментальні дані, що використовуються в математичній моделі, можуть бути отримані за допомогою акселерометрів, розміщених на різних глибинах як вертикальних, так і похилих свердловин, а також в різних точках поверхні планети.*

Ключові слова: *математична модель, вектор прискорення, сліди вектора, сейсморозвідка, похибка наближення.*

Аналіз літературних джерел. У роботі [1] читаємо (переклад автора даної статті): “Чому треба обмежуватися лише часами прибуття? Адже очевидно, що сейсмограма вміщує значно більше інформації, ніж просто час прибуття першого імпульсу в точку спостереження і ми повинні прагнути включити весь сейсмічний часовий ряд у вхідні дані і використати його в методиці отримання зображення. Такий підхід зустрічається з двома труднощами. Перша — величезний обсяг обчислень. Друга — зазвичай трудно або неможливо знайти зручне наближення розв’язку хвильового рівняння, яке було б цілком адекватним при моделюванні складних моделей Землі...”. Автором роботи [1] досліджується перша проблема у загальному вигляді, а друга — для низькочастотних сейсмічних хвиль з відносно малими горизонтальними фазовими швидкостями. Тому в [2] досліджені також прискорення частинок кори планети під час і після проходження сейсмічної хвилі за допомогою акселерометрів, розміщених на різних глибинах у системі свердловин. Запропонований в [2] метод використовує, в доповнення до методу знаходження швидкостей пробігу сейсмічної хвилі [1, 3, 4], також прискорення, з якими коливаються частинки геологічного середовища у заданій системі вертикальних свердловин під час і після проходження сейсмічної хвилі. Згідно з наведеними методами розв’язання задач сейсмічної томографії в [1—10], в даній роботі вперше розв'язується задача побудови математичної моделі розподілу вектора-прискорення сейсмічних коливань між свердловинами за відомими слідами прискорення у кожній точці всіх свердловин $\Gamma_k, k=\overline{1,M}$ та на поверхні $z=0$.

Зауваження. Припущення про існування вектор-функцій

$$\overrightarrow{W}0(x,y,t)=\overrightarrow{W}(x,y,0,t),\ \overrightarrow{w}_k(z,t)=a_{1k}(z,t)\vec{i}+a_{2k}(z,t)\vec{j}+a_{3k}(z,t)\vec{k},\ k=\overline{1,M},$$

$$a_{mk}(z,t)=a_m(X_k(z),Y_k(z),z,t),\ m=\overline{1,3}$$

можна реалізувати на практиці лише методами обчислювальної математики, оскільки сучасні акселерометри дозволяють отримати значення $\overrightarrow{w}_k(z_p,t_q),\ p=\overline{1,N},\ q=\overline{1,Q}$. Але за допомогою цих даних можна побудувати деякі наближення $\overrightarrow{w}_k^*(z,t)\approx\overrightarrow{w}_k(z,t),\ k=\overline{1,M}$ і ними користуватися у подальшому. Аналогічне твердження справедливе і відносно вектор-функції $\overrightarrow{W}0(x,y,t)$.

Основні твердження роботи. Введемо систему базисних допоміжних функцій $h_q(x,y,z),\ q=\overline{1,M}$ з властивостями $h_q(X_p(z),Y_p(z),z)=\delta_{p,q},\ 1\le p,q\le M,\ \delta_{p,q}$ — символ Кронекера, вектори $\overrightarrow{w}_k(z,t)=\overrightarrow{W}(X_k(z),\ Y_k(z),z,t),\ k=\overline{1,M}$ та оператор

$$O\overrightarrow{W}(x,y,z,t)=\overrightarrow{W}0(x,y,t)+\sum_{k=1}^{M}\left[\overrightarrow{w}_k(z,t)h_k(x,y,z)-\overrightarrow{w}_k(0,t)h_k(x,y,0)\right].$$

Теорема 1. *Оператор $O\overrightarrow{W}$ має такі властивості:*

1) $O\overrightarrow{W}\Big|_{z=0}=\overrightarrow{W}(x,y,z,t)=\Big|_{z=0}=\overrightarrow{W}0(x,y,t)$,

2) $O\overrightarrow{W}\Big|_{x=X_p(z),y=Y_p(z)}=\overrightarrow{W}(X_p(z),Y_p(z),z,t)=\overrightarrow{w}_p(z,t),\ p=\overline{1,M}$.

Теорема 2. *Для залишку $(I-O)\overrightarrow{W}=\overrightarrow{W}-O\overrightarrow{W}=R\overrightarrow{W}$ справедлива формула:*

$R\overrightarrow{W}(x,y,z,t)=R_1R_2\overrightarrow{W}(x,y,z,t)$, де $R_1\overrightarrow{W}(x,y,z,t)=\overrightarrow{W}(x,y,z,t)-\overrightarrow{W}0(x,y,t)$,

$$R_2\overrightarrow{W}(x,y,z,t)=\overrightarrow{W}(x,y,z,t)-\sum_{k=1}^{M}\overrightarrow{w}_k(z,t)h_k(x,y,z).$$

Зауваження. При чисельній реалізації цієї математичної моделі розподілу вектора-прискорення на практиці перш за все відмітимо, що $R_1(R_2\overrightarrow{W}(x,y,z,t))=R_1R_2\overrightarrow{W}$ — це похибка методу наближення. Проаналізуємо неусувну похибку, яка виникає при реалізації запропонованого методу при використанні наближених вхідних даних. На практиці функція $\overrightarrow{W}0(x,y,t)$ може бути задана наближено функцією $\overrightarrow{W}^*(x,y,t)$ яка використовує дані, отримані з акселерометрів, розміщених в $M^*>M$ точках на поверхні планети $z=0$. Тому $\max\limits_{(x,y,t)}\left|\overrightarrow{W}0(x,y,0,t)-\overrightarrow{W}^*(x,y,t)\right|=\varepsilon_{21}$ є першою складовою неусувної похибки. Крім того, сліди $\overrightarrow{w}_k(z,t)$ знаходяться наближено у вигляді $\overrightarrow{w}_k^*(z,t)$ за їх значеннями $\overrightarrow{w}_k(z_p,t_q),\ p=\overline{1,P},\ q=\overline{1,Q}$, що фіксуються акселерометрами. Тому друга складова неусувної похибки пов'язана з неточним представленням векторів $\overrightarrow{w}_k(z,t),\ k=\overline{1,M}$, векторами $\overrightarrow{w}_k^*(z,t)$ визначається величиною $\max\limits_{(z,t)}\left|\overrightarrow{w}_k(z,t)-\overrightarrow{w}_k^*(z,t)\right|=\varepsilon_{22}$. Таким чином неусувна похибка $\varepsilon_2=\varepsilon_{21}+\varepsilon_{22}$ є сумою похибок задання експериментальних даних у точках свердловин і на поверхні планети.

Третя складова загальної похибки — похибка заокруглення ε_3. Вона виникає при обчисленні операторів $O\overrightarrow{W}(x,y,z,t)$ і залежить значною мірою від того, який аналітичний вигляд мають допоміжні функції $h_k(x,y,z)$ та функції $\overrightarrow{W}0^*(x,y,t), \overrightarrow{w}_k^*(z,t)$, $k=\overline{1,M}$. Сказане дозволяє сформулювати теорему 3.

Теорема 3. *Загальна похибка, що виникає при наближенні* $\overrightarrow{W}(x,y,z,t)$ *оператором* $O\overrightarrow{W}(x,y,z,t)$, *дорівнює* $\varepsilon=\varepsilon_1+\varepsilon_2+\varepsilon_3$.

Таким чином, загальна похибка, що виникає при наближенні $\overrightarrow{W}(x,y,z,t)$ оператором $O\overrightarrow{W}(x,y,z,t)$, складається з похибки ε_1, пов'язаної з методом наближення $\overrightarrow{W}$ оператором $O\overrightarrow{W}$, з неусувної похибки $\varepsilon_2=\varepsilon_{21}+\varepsilon_{22}$, пов'язаної з наближеним представленням слідів $\overrightarrow{w}_k(z,t)$, $k=\overline{1,M}$ у свердловинах і сліду $\overrightarrow{W}0(x,y,t)$ на поверхні планети та похибки заокруглення ε_3, яка виникає при обчисленні $O\overrightarrow{W}(x,y,z,t)$.

Зауважимо, що похибку заокруглення можна зробити меншою за $\varepsilon_1+\varepsilon_2$ шляхом проведення обчислень з достатньо великою кількістю розрядів чисел за допомогою сучасних систем комп'ютерної математики Matlab, Matematica тощо.

Таким чином, запропонований в роботі метод побудови математичної моделі 4D розподілу вектора-прискорення $\overrightarrow{W}(x,y,z,t)$, з яким коливаються частинки кори планети внаслідок проходження сейсмічної хвилі дозволяє використовувати дані, отримані за допомогою акселерометрів, розміщених на різних глибинах як вертикальних так і похилих свердловин та на поверхні планети. Цей метод вперше дозволяє поєднати методи міжсвердловинної сейсмічної томографії з методами побудови об'ємних сейсмічних зображень [2, 11—13].

ЦИТОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. *Сейсмическая* томография / Под ред. Г. Нолет. — Москва: Мир, 1990. — С. 318—341.
2. *Sergienko I.V., Deyneka V.S., Lytvyn O.M., Lytvyn O.O.* Method interlineation the vector functions on a system of vertical lines and its application in inter-chinks seismic tomography. Proc. of the 7-th World Congress on Industrial Process Tomography (2—5 September 2013). Krakow, Poland, 2013.
3. *Guust Nolet.* A Breviary of Seismic Tomography. — Cambridge Univ. Press, 2008. — 344 p.
4. *James G. Berryman.* Lectures Notes on Nonlinear Inversion and Tomography. I. Borehole seismic tomography. — Univ. California, 1991. — 159 p.
5. *Анциферов А.В.* Теория и практика шахтной сейсморазведки. — Донецк: ООО "Алан", 2003. — 312 с.
6. *Shearer P.M.* Introduction to seismology. — Cambridge Univ. Press, 2009. — 412 p.
7. *Stein S. and Wysession M.* An introduction to seismology, earthquakes and Earth structure. — Blackwell, Malden, USA, 2003. — 512 p.
8. *Towfighi S., Kundu T., Ehsani M.* Elastic wave propagation in circumferential direction in anisotropic cylindrical curved plates // J. Appl. Mech. — **69**. — 2002. — P. 283—291.
9. *Красножон М.Д., Козаченко В.Д.* Комплексна інтерпретація матеріалів ГДС з використанням комп'ютерної технології "ГЕОПОШУК". — Київ: УкрДГРІ, 2007. — 254 с.
10. *Капутин Ю.Е.* Горные компьютерные технологии и геостатистика. — Ст.-Петербург: Недра, 2002. — 424 с.
11. *Боганик Г.Н., Гурвич И.И.* Сейсморазведка. — Тверь: АИС, 2006. — 745 с.
12. *Лісний Г.Д.* Використання моделей анізотропного середовища для аналізу сейсмічних зображень геологічних об'єктів. — Київ: КНУ ім. Т. Шевченка, 2002. — 136 с.
13. *Лісний Г.Д.* Практичні основи побудови об'ємних сейсмічних зображень за сейсмограмами спільних джерел. — Київ: Радуга, 2012. — 264 с.

REFERENCES

1. *Seismicheskaya* tomografiya. Ed. G. Nolet. Moscow: Mir, 1990 (in Russian).
2. *Sergienko I.V., Deyneka V.S., Lytvyn O.M., Lytvyn O.O.* Proceedings of the 7-th World Congress on Industrial Process Tomography (2—5 September 2013). Krakow, Poland, 2013.

3. *Guust Nolet*. A breviary of seismic tomography. Cambridge Univ. Press, 2008.
4. *James G. Berryman*. Lectures Notes on Nonlinear Inversion and Tomography. I. Borehole seismic tomography. Univ. California, October, 1991.
5. *Antsiferov A.V.* Teoriya i praktika shakhtnoy seismorazvedki. Donetsk: OOO “Alan”, 2003 (in Russian).
6. *Shearer P.M.* Introduction to seismology. Cambridge Univ. Press, 2009.
7. *Stein S. and Wysession M.* An introduction to seismology, earthquakes and Earth structure. Blackwell, Malden, USA, 2003.
8. *Towfighi S., Kundu T., Ehsani M.* Appl. Mech., 2002, **69**: 283—291.
9. *Krasnozhon M.D., Kozachenko V.D.* Komplexna interpretatsiya GDS z vykorystannyam komputernoi tehnologii "GEOPOSHUK", Kyiv: UkrDGRI, 2007 (in Ukrainian).
10. *Kaputin Y.E.* Gornye komputernye tehnologii i geostatistika. SPb: Nedra. 2002 (in Russian).
11. *Boganik G.N., Gurvich I.I.* Seysmorazvedka. Tver': AIS, 2006 (in Russian).
12. *Lisniy G.D.* Vykorystannya modeley anizotropnogo seredovyscha dlya analizu seysmichnyh zobrazhen' geologichnyh obyektiv, Кiev: KNU T. Shevchenka, 2002 (in Ukrainian).
13. *Lisniy G.D.* Praktychni osnovy pobudovy obyemnyh seismichnyh zobrazhen' za seysmogramamy spil'nyh dzherel, Кiev: Raduga, 2012 (in Ukrainian).

Надійшло до редакції 22.04.2016

О.О. Литвин

Украинская инженерно-педагогическая академия, Харьков
E-mail: olegolitvin55@gmail.com

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЕКТОРА УСКОРЕНИЯ
ПО ЕГО СЛЕДАМ В СЕЙСМОРАЗВЕДКЕ

Предложен метод построения математической модели 4D распределения вектора ускорения $\overrightarrow{W}(x,y,z,t)$, *с которым колеблются частички коры планеты вследствие прохождения сейсмической волны. Метод одновременно использует и следы* $\overrightarrow{W}$ *в заданной системе скважин* $\Gamma_k, k=\overline{1,M}$ *и след* $\overrightarrow{W}(x,y,0,t)$ *вектора* $\overrightarrow{W}$ *на поверхности планеты. Исследована погрешность метода. а также общая погрешность, которая может возникать при числовой реализации предложенного метода построения математической модели. Экспериментальные данные, которые используются в математической модели, могут быть получены при помощи акселерометров, которые размещены на разных глубинах как вертикальных так и наклонных скважин, а также в разных точках поверхности планеты.*

Ключевые слова: *математическая модель, вектор ускорения, следы вектора, сейсморазведка, погрешность приближения.*

O.O. Lytvyn

Ukrainian Engineering Pedagogics Academy, Kharkiv
E-mail: olegolitvin55@gmail.com

A MATHEMATICAL MODEL OF THE ACCELERATION VECTOR
BY ITS TRACKS IN SEISMIC PROSPECTING

A method of constructing a mathematical model of the 4D distribution of the acceleration vector $\overrightarrow{W}(x,y,z,t)$, *with which particles of Earth’s crust oscillate due to the passage of seismic waves. The method uses both tracks of* $\overrightarrow{W}$ *in a given system of wells* $\Gamma_k, k=\overline{1,M}$ *, and the trace* $\overrightarrow{W}(x,y,0,t)$ *of the vector* $\overrightarrow{W}$ *on Earth’s. The error of the method and the total error that can occur in a numerical realization of the proposed method are studied. Experimental data used in a mathematical model can be obtained with the use of accelerometers, which are arranged at different depths of both vertical and inclined wells and also at various points on Earth’s surface.*

Keywords: *mathematical model, acceleration vector, traces of a vector, seismic prospecting, approximation error.*