

<http://dx.doi.org/10.15407/dopovidi2016.08.063>

УДК 534.26

В. О. Лисечко, Д. Б. Куриляк

Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, Львів

E-mail: vtlysechko@gmail.com

Близьке акустичне поле кругової апертури, утвореної зрізом вершини напівнескінченного конуса

(Представлено академіком НАН України З. Т. Назарчуком)

Встановлено особливості формування близького поля краєм кругової апертури зрізаного напівнескінченного конуса при осьовому опроміненні плоскою акустичною хвилею. Розглянуто два випадки, коли поверхня конуса є м'якою та жорсткою.

Ключові слова: акустична хвиля, зрізаний конус, близьке поле, аналітична регуляція.

Для виділення напрямленого випромінювання (колімування пучків) електромагнітних та акустичних хвиль застосовують кругові апертури. При проходженні через таку апертуру пучок хвиль звужується до розмірів діафрагми. В оптичних дослідженнях такі пучки використовують у близньопольовій мікроскопії, де ключовим елементом є зонд (оптичне волокно із загостренням на кінці) обмежений діафрагмою [1], а отримане зображення аналізують у близькій зоні. Тому для підвищення якості зображень дефектів важливим є теоретичне визначення розподілу близького поля на основі розв'язання відповідних задач дифракції. Такі розв'язки необхідно отримати у широкому частотному діапазоні з врахуванням особливості поля на краю апертури. У даній роботі досліджено формування близького поля зонда у вигляді апертури напівнескінченного конуса зі зрізаною вершиною при осьовому опроміненні плоскою хвилею. Використання для цієї мети відомих пакетів програмних засобів, як правило, потребує значних числових ресурсів і у багатьох випадках вимагає верифікації. Для визначення близького поля апертури конуса тут користуємося методом, запропонованим раніше в [2]. В [3–7] він використаний для отримання поля в зоні випромінювання.

Розглянемо осесиметричну задачу дифракції плоскої акустичної хвилі на ідеально м'якому (S -випадок) або жорсткому (R -випадок) напівнескінченному конусі зі зрізаною вершиною (рис. 1), який у сферичній системі координат (r, θ, φ) запишемо так:

$$Q_1: \{r \in (0, c_1); \theta = \gamma; \varphi \in [0, 2\pi)\}.$$

Нехай конус Q_1 опромінюється плоскою монохроматичною акустичною хвилею, яка поширюється вздовж осі симетрії конуса у напрямку $\theta = 0$ і характеризується потенціалом швидкості $U_0(r, \theta) = \exp(ikr \cos \theta)$, де $k = \omega/c_0 = 2\pi/\lambda$ — хвильове число, ω — кругова частота, c_0 — швидкість звуку, λ — довжина хвилі. Гармонічну часову залежність від часу $\exp(-i\omega t)$ надалі опускаємо.

Знаходження невідомого потенціалу швидкості $U(r, \theta)$ зводиться до розв'язання змішаної крайової задачі для рівняння Гельмгольца

$$\Delta U(r, \theta) + k^2 U(r, \theta) = 0 \quad (1)$$

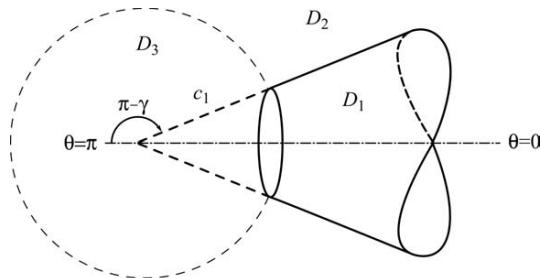


Рис. 1. Геометрична схема задачі

із граничними умовами:

$$[U(r, \theta) + U^{(i)}(r, \theta)]_{(r, \theta) \in Q_1} = 0 \quad \text{для } S\text{-випадку}; \quad (2a)$$

$$\partial_\theta [U(r, \theta) + U^{(i)}(r, \theta)]_{(r, \theta) \in Q_1} = 0 \quad \text{для } R\text{-випадку}, \quad (2b)$$

де $U^{(i)}(r, \theta)$ — потенціал первинного поля, який для зручності подаємо у вигляді потенціалу повного поля плоскої хвилі у нескінченій конічній області [6, 7]. Крім того, розв'язок задач (1), (2) повинен забезпечувати виконання умови граничного поглинання на нескінченості та умови обмеженості енергії.

Потенціал швидкості дифрагованого поля шукаємо у вигляді

$$U(r, \theta) = \frac{1}{\sqrt{sr}} \begin{cases} \sum_{p=1}^{\infty} y_p^{(2,1)} P_{\nu_p-1/2}(\cos \theta) \frac{K_{\nu_p}(sr)}{K_{\nu_p}(sc_1)}, & (r, \theta) \in D_1; \\ \sum_{k=1}^{\infty} y_k^{(2,2)} P_{\mu_k-1/2}(-\cos \theta) \frac{K_{\mu_k}(sr)}{K_{\mu_k}(sc_1)}, & (r, \theta) \in D_2; \\ \Phi_1(sr) + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{x}_n^{(1)} P_{z_n-1/2}(\cos \theta) \frac{I_{z_n}(sr)}{I_{z_n}(sc_1)}, & (r, \theta) \in D_3. \end{cases} \quad (3)$$

Тут $y_p^{(2,1)}$, $y_k^{(2,2)}$, $\bar{x}_n^{(1)}$ — невідомі коефіцієнти розкладу; $s = -ik$; $K_\eta(\cdot)$, $I_\eta(\cdot)$ — відповідно функція Макдональда і модифікована функція Бесселя; для S -випадку $z_n = n - 1/2$ і $\Phi_1(sr) \equiv 0$; для R -випадку $z_n = n + 1/2$ і $\Phi_1(sr) \equiv \bar{x}_0^{(1)} I_{1/2}(sr)/I_{1/2}(sc_1)$, де $\bar{x}_0^{(1)}$ — невідомий коефіцієнт; $P_{\eta-1/2}(\cdot)$ — функція Лежандра; $D_1: \{r \in (c_1, \infty); \theta \in [0, \gamma]\}$, $D_2: \{r \in (c_1, \infty); \theta \in (\gamma, \pi]\}$, $D_3: \{r \in (0, c_1); \theta \in [0, \pi]\}$ — підобласті виділені конусом; індекси ν_p , μ_k — дійсні додатні корені трансцендентних рівнянь:

$$P_{\eta-1/2}(\cos \gamma)|_{\eta=\nu_p} = 0, \quad P_{\eta-1/2}(-\cos \gamma)|_{\eta=\mu_k} = 0, \quad S\text{-випадок}; \quad (4a)$$

$$P_{\eta-1/2}^1(\cos \gamma)|_{\eta=\nu_p} = 0, \quad P_{\eta-1/2}^1(-\cos \gamma)|_{\eta=\mu_k} = 0, \quad R\text{-випадок}, \quad (4b)$$

де $P_{\eta-1/2}^1(\cdot)$ — приєднана функція Лежандра, $P_{\eta-1/2}^1(\pm \cos \gamma) = \pm \partial P_{\eta-1/2}(\pm \cos \gamma)/\partial \gamma$ [8].

Використовуючи метод часткових підобластей, повне поле подамо у вигляді:

$$U^{(t)}(r, \theta) = \begin{cases} U(r, \theta), & (r, \theta) \in D_1, D_3; \\ U(r, \theta) + U^{(i)}(r, \theta), & (r, \theta) \in D_2. \end{cases}$$

Тут $U^{(i)}(r, \theta) = \Psi(sr, \theta)/\sqrt{sr}$ — первинне поле в підобласті D_2 ,

$$\Psi(sr, \theta) = \sqrt{2\pi^3} \begin{cases} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\mu_k P_{\mu_k-1/2}(\cos \gamma) P_{\mu_k-1/2}(-\cos \theta)}{\cos(\pi \mu_k) \partial P_{\mu_k-1/2}(-\cos \gamma) / \partial \mu} I_{\mu_k}(sr); \\ \frac{1 + \operatorname{tg}^2(\gamma/2)}{2\pi} I_{1/2}(sr) - \sum_{k=2}^{\infty} \frac{\mu_k P_{\mu_k-1/2}^1(\cos \gamma) P_{\mu_k-1/2}(-\cos \theta)}{\cos(\pi \mu_k) \partial P_{\mu_k-1/2}^1(-\cos \gamma) / \partial \mu} I_{\mu_k}(sr), \end{cases}$$

де верхня стрічка відповідає S -випадку, а нижня — R -випадку.

Для знаходження невідомих коефіцієнтів розкладу в (3) використовуємо умови спряження повного потенціалу та його нормальню похідної на сфері $\{r = c_1, \theta \in [0, \pi]\}$, які, у зв'язку із особливістю градієнта потенціалу швидкості $\operatorname{grad} U(r, \theta) = O(\rho^{-1/2})$ (ρ — відстань до краю конуса у локальній системі координат), запишемо так:

$$\Phi_1(sc_1) + \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^N \bar{x}_n^{(1)} P_{z_n-1/2}(\cos \theta) = \\ = \begin{cases} \lim_{P \rightarrow \infty} \sum_{p=1}^P y_p^{(2,1)} P_{\nu_p-1/2}(\cos \theta), & \theta \in [0, \gamma]; \\ \Psi(sc_1, \theta) + \lim_{K \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^K y_k^{(2,2)} P_{\mu_k-1/2}(-\cos \theta), & \theta \in (\gamma, \pi]; \end{cases} \quad (5a)$$

$$\Phi'_1(sc_1) + \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^N \bar{x}_n^{(1)} P_{z_n-1/2}(\cos \theta) \frac{I'_{z_n}(sc_1)}{I_{z_n}(sc_1)} = \\ = \begin{cases} \lim_{P \rightarrow \infty} \sum_{p=1}^P y_p^{(2,1)} P_{\nu_p-1/2}(\cos \theta) \frac{K'_{\nu_p}(sc_1)}{K_{\nu_p}(sc_1)}, & \theta \in [0, \gamma]; \\ \Psi'(sc_1, \theta) + \lim_{K \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^K y_k^{(2,2)} P_{\mu_k-1/2}(-\cos \theta) \frac{K'_{\mu_k}(sc_1)}{K_{\mu_k}(sc_1)}, & \theta \in (\gamma, \pi], \end{cases} \quad (5b)$$

де штрих означає похідну за аргументом.

Для зведення системи суматорних рівнянь (5a), (5b) до нескінченної системи лінійних алгебраїчних рівнянь (НСЛАР) використаємо метод перерозкладу функції Лежандра [2, 3]:

$$P_{z_n-1/2}(\cos \theta) = q(z_n, \gamma) \begin{cases} \lim_{P \rightarrow \infty} \sum_{p=1}^P \frac{\nu_p \alpha^+(\nu_p, \gamma)}{\nu_p^2 - z_n^2} P_{\nu_p-1/2}(\cos \theta), & \theta \in [0, \gamma]; \\ \lim_{K \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^K \frac{\mu_k \alpha^-(\mu_k, \gamma)}{\mu_k^2 - z_n^2} P_{\mu_k-1/2}(-\cos \theta), & \theta \in (\gamma, \pi]. \end{cases} \quad (6)$$

Тут

$$q(z_n, \gamma) = \begin{cases} P_{z_n-1/2}(\cos \gamma); \\ P_{z_n-1/2}^1(\cos \gamma); \end{cases} \quad \alpha^{\pm}(\eta, \gamma) = -2 \begin{cases} [\partial P_{\nu-1/2}(\pm \cos \gamma) / \partial \nu]_{\nu=\eta}^{-1}; \\ \pm [\partial P_{\nu-1/2}^1(\pm \cos \gamma) / \partial \nu]_{\nu=\eta}^{-1}, \end{cases}$$

де верхня стрічка відповідає S -випадку, а нижня — R -випадку; верхні знаки і $\eta = \nu_p$ відповідають області $\theta \in [0, \gamma]$, а нижні знаки і $\eta = \mu_k$ — області $\theta \in (\gamma, \pi]$.

Підставимо співвідношення (6) у ліву частину суматорних рівнянь (5) відповідно для кожної з підобластей та прирівняємо члени при одинакових функціях Лежандра. Тоді, виключивши невідомі $y_p^{(2,1)}$, $y_k^{(2,2)}$ (також $\bar{x}_0^{(1)}$ у R -випадку) і перейшовши до границі $N, P, K \rightarrow \infty$ ($N = P + K - \kappa$, де $\kappa = 0$ для S -випадку і $\kappa = 1$ для R -випадку), отримуємо НСЛАР, яку в матричному вигляді запишемо так:

$$A_{11}X^{(1)} = F^{(1)}. \quad (7)$$

Тут $X^{(1)} = \{x_n^{(1)}\}_{n=1}^{\infty}$, $x_n^{(1)} = q(z_n, \gamma)\bar{x}_n^{(1)}$; A_{11} — нескінчений матричний оператор,

$$A_{11}: \left\{ a_{qn}^{(11)} = \frac{sc_1 W[K_{\xi_q} I_{z_n}]_{sc_1}}{[\xi_q^2 - z_n^2] K_{\xi_q}(sc_1) I_{z_n}(sc_1)} \right\}_{q,n=1}^{\infty},$$

де $\{\xi_q\}_{q=1}^{\infty}$ — зростаючі послідовності додатних коренів трансцендентних рівнянь для м'якого (4a) і жорсткого (4b) конусів; для S -випадку $\{\xi_q\}_{q=1}^{\infty} = \{\nu_p\}_{p=1}^{\infty} \cup \{\mu_k\}_{k=1}^{\infty}$; для R -випадку $\{\xi_q\}_{q=1}^{\infty} = \{1/2\} \cup \{\nu_p\}_{p=2}^{\infty} \cup \{\mu_k\}_{k=2}^{\infty}$; $W[\alpha\beta]_{\varrho} = \alpha(\varrho)\beta'(\varrho) - \alpha'(\varrho)\beta(\varrho)$; $F^{(1)} = \{f_q^{(1)}\}_{q=1}^{\infty}$ — відомий вектор.

Застосувавши метод аналітичної регуляризації [2] до НСЛАР (7), знаходження невідомих коефіцієнтів в (3) зводимо до НСЛАР другого роду:

$$X^{(1)} = A^{-1}(A - A_{11})X^{(1)} + A^{-1}F^{(1)}. \quad (8)$$

Тут A, A^{-1} — пара регуляризуючих операторів задачі (див. [3, 4]):

$$A : \{a_{qn} = (\xi_q - z_n)^{-1}\}_{q,n=1}^{\infty}; \quad A^{-1} : \{\tau_{kq} = (\{M_{-}^{-1}(\xi_q, \gamma)\}' M_{-}'(z_k, \gamma)(z_k - \xi_q))^{-1}\}_{k,q=1}^{\infty},$$

де $M_{-}(\nu, \gamma) = M_{+}(-\nu, \gamma)$ — функції регулярні і відмінні від нуля відповідно в області $\operatorname{Re} \nu < -1/2$ і $\operatorname{Re} \nu > -1/2$. Ці функції утворюються у результаті факторизації парної мероморфної функції

$$M(\nu, \gamma) = \frac{\cos \pi \nu}{\pi} \begin{cases} \{P_{\nu-1/2}(\cos \gamma)P_{\nu-1/2}(-\cos \gamma)\}^{-1} & \text{для } S\text{-випадку;} \\ -\{P_{\nu-1/2}^1(\cos \gamma)P_{\nu-1/2}^1(-\cos \gamma)\}^{-1} & \text{для } R\text{-випадку,} \end{cases}$$

яка регулярна у смузі Π : $\{|\operatorname{Re} \nu| < 1/2\}$, а за її межами має прості нулі і полюси відповідно у точках $\pm z_k, \pm \xi_q$ ($k, q = \overline{1, \infty}$); $M_{+}(\nu, \gamma), M_{-}(\nu, \gamma) = O(\nu^{\pm 1/2})$ при $\nu \rightarrow \infty$ в областях регулярності, де верхній знак відповідає S -випадку, а нижній — R -випадку.

НСЛАР (8) допускає розв'язок у класі послідовностей $\bar{x}_n^{(1)} = O(n^{-1})$ при $n \rightarrow \infty$, що забезпечує виконання умови Мейкснера на краю.

У R -випадку невідоме значення $\bar{x}_0^{(1)}$ знаходимо у вигляді

$$\bar{x}_0^{(1)} = \frac{\operatorname{sh}(sc_1)}{\sqrt{sc_1}}. \quad (9)$$

Отриманий таким чином розв'язок задачі відповідає випадку, коли кут розхилу відмінний від прямого $\gamma \neq \pi/2$. При розв'язанні задачі для $\gamma = \pi/2$ вираз для операторів A, A^{-1} наведено у [3].

Розв'язки НСЛАР (8) використали для дослідження близького поля апертури, користуючись виразом (3) в області D_3 . НСЛАР (8) розв'язували методом редукції, порядок якої вибиралася із умови $N = |sc_1| + \epsilon$, $\epsilon = 4 \dots 10$.

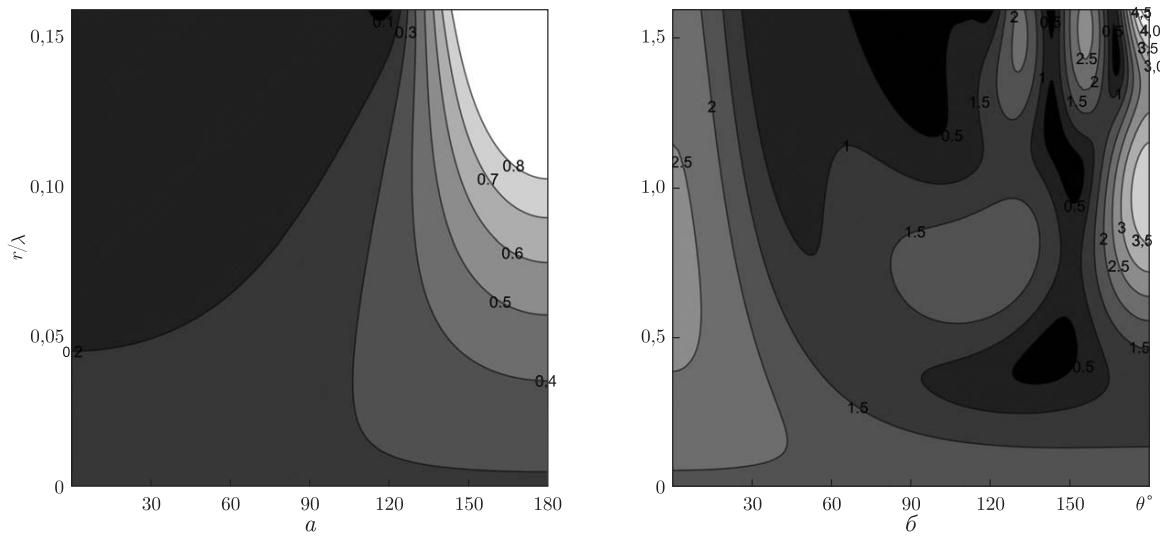


Рис. 2. Розподіл нормованої амплітуди тиску у близькому полі м'якого напівнескінченного конуса зі зрізаною вершиною з кутом розхилу $\gamma = 120^\circ$: $a - c_1/\lambda = 0,1592$; $b - c_1/\lambda = 1,5916$

На рис. 2 показано ізобари близького повного поля м'якого напівнескінченного конуса зі зрізаною вершиною в координатах $(\theta; r/\lambda)$. Розглядали випадок, коли кут розхилу $\gamma = 120^\circ$ (хвиля виходить із каверни, див. рис. 1) для двох значень хвильового параметра: $c_1/\lambda = 0,1592$ (малий отвір; рис. 2, a) і $c_1/\lambda = 1,5916$ (великий отвір; рис. 2, b). На цих рисунках максимумам відповідають білі області, а мінімумам — чорні. Із рис. 2, a спостерігаємо, що розподіли ізобар зі зміною параметрів конуса формуються монотонно. Бачимо, що “засвічена” область обмежена координатами $\{0,1 < r/\lambda \leq 0,1592; 140^\circ < \theta \leq 180^\circ\}$ і прилягає безпосередньо до отвору. Повне поле у цій області $0,8 < |U^{(t)}| < 0,9$ практично визначається первинним полем з амплітудою $|U^{(i)}| = 1$. Зауважимо, що на практиці завжди дотримуються умови $\lambda \gg a$ (де $a = c_1 \sin \gamma$ — радіус кругового отвору), щоб виключити явища, зумовлені дифракцією. Як видно із рис. 2, a , максимальна освітлена область займає приблизно $2/3$ кутового сектора апертури, що дозволяє використовувати таку структуру у ролі зонда при діагностуванні. При віддалені від апертури приблизно на $r/\lambda = 0,1$ (до $r/\lambda = 0,05$) максимум поля спадає трохи менше, ніж наполовину. Незначне спадання поля при віддаленні від апертури можна використати при діагностуванні і об'ємних дефектів. Коли $c_1/\lambda = 1,5916$ (див. рис. 2, b), то вже проявляються дифракційні ефекти і не вдається виділити яскраво освітлених ділянок.

Аналогічний розподіл близького поля спостерігаємо для жорсткого конуса Q_1 при $c_1/\lambda = 0,1592$ (рис. 3, a) і $c_1/\lambda = 1,5916$ (рис. 3, b). У цьому випадку при формуванні близького поля суттєвий внесок дає поршнева мода, що визначається формулою (9). Із рис. 3, a видно, що при $c_1/\lambda = 0,1592$, як і у попередньому випадку, поле формується монотонно. Проте завдяки збудженню поршневої моди розподіл тиску тут має більшу амплітуду. Яскраво освітлена область, яка прилягає до апертури $\{0,12 \leq r/\lambda \leq 0,1592; 140^\circ < \theta \leq 180^\circ\}$, де повне поле $U^{(t)}$ практично у два рази перевищує падаюче поле $U^{(i)}$. Цей ефект можна використати при зондуванні. На рис. 3, b спостерігаємо вузьку яскраво освітлену область $\{1,1 < r/\lambda \leq 1,5916; 170^\circ < \theta \leq 180^\circ\}$, формування якої при $a/\lambda \approx 1$ обумовлене дифракційним ефектом. Тобто в круговій апертурі жорсткого конуса можна формувати яскраве поле тиску і при $a/\lambda \approx 1$.

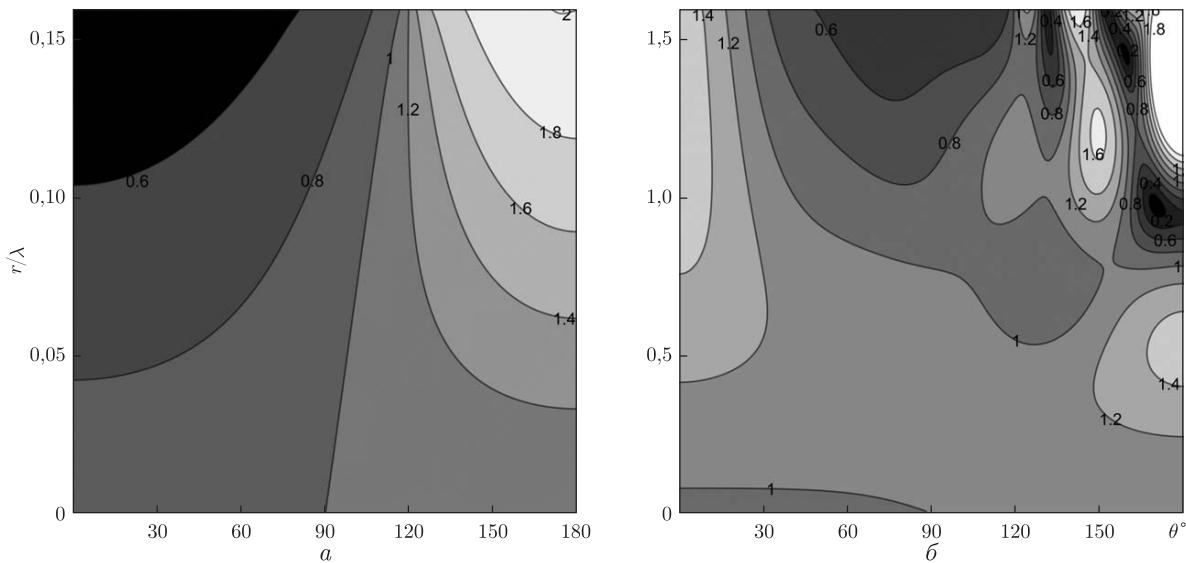


Рис. 3. Розподіл нормованої амплітуди тиску у близькому полі жорсткого напівнекінченного конуса зі зрізаною вершиною з кутом розхилу $\gamma = 120^\circ$: а — $c_1/\lambda = 0,1592$; б — $c_1/\lambda = 1,5916$

Таким чином, тут вперше досліджено особливості формування близького поля в круговій апертурі конічного зонда з м'якого і жорсткого матеріалів математично коректним методом. Встановлено можливість формування зон високого тиску в апертурі не тільки у випадку, коли $\lambda \gg a$, але також для жорсткого зонда, коли $\lambda \sim a$, де значні дифракційні ефекти.

Цитована література

1. Betzig E., Trautman J. K. Near-field optics: microscopy, spectroscopy, and surface modification beyond the diffraction limit // Science. – 1992. – **257**, No 5067. – P. 189–195.
2. Куриляк Д. Б., Назарчук З. Т. Аналітико-числові методи в теорії дифракції хвиль на конічних і клиноподібних поверхнях. – Київ: Наук. думка, 2006. – 280 с.
3. Kuryliak D. B., Nazarchuk Z. T., Lysechko V. O. Diffraction of a plane acoustic wave from a finite soft (rigid) cone in axial irradiation // Open J. Acoustics. – 2015. – **5**, No 4. – P. 193–206.
4. Куриляк Д. Б., Лисечко В. О. Дифракція плоскої акустичної хвилі на скінченному жорсткому конусі при осьовому опроміненні // Акуст. вісн. – 2013. – 2014. – **16**, № 2. – С. 8–17.
5. Куриляк Д. Б., Лисечко В. О. Дифракція плоскої акустичної хвилі на скінченному м'якому конусі при осьовому опроміненні // Акуст. вісн. – 2013. – 2014. – **16**, № 3. – С. 23–30.
6. Куриляк Д. Б., Лисечко В. О. Дифракція плоскої акустичної хвилі на напівнекінченому м'якому конусі зі зрізаною вершиною // Акуст. вісн. – 2013. – 2014. – **16**, № 4. – С. 33–41.
7. Куриляк Д. Б., Лисечко В. О. Розсіювання плоскої акустичної хвилі на жорстких зрізаному та скінченному конусах // Вісн. Київ. нац. ун.-ту. Сер. Фіз.-мат. науки. – 2015. – Спецвипуск. – С. 143–148.
8. Градштейн І. С., Рыжик І. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. – Москва: Физматгиз, 1963. – 1100 с.

References

1. Betzig E., Trautman J. K. Science, 1992, **257**, No 5067: 189–195.
2. Kuryliak D. B., Nazarchuk Z. T. Analytical-numerical methods in the theory of wave diffraction on conical and wedge-shaped surfaces, Kiev: Nauk. Dumka, 2006 (in Ukrainian).
3. Kuryliak D. B., Nazarchuk Z. T., Lysechko V. O. Open J. Acoustics, 2015, **5**, No 4: 193–206.

4. Kuryliak D. B., Lysechko V. O. Acoustic Bulletin, 2013–2014, **16**, No 2: 8–17 (in Ukrainian).
5. Kuryliak D. B., Lysechko V. O. Acoustic Bulletin, 2013–2014, **16**, No 3: 23–30 (in Ukrainian).
6. Kuryliak D. B., Lysechko V. O. Acoustic Bulletin, 2013–2014, **16**, No 4: 33–41 (in Ukrainian).
7. Kuryliak D. B., Lysechko V. O. Bull. Nat. Univ. of Kiev. Series: Phys. & Math., 2015, Special Iss.: 143–148 (in Ukrainian).
8. Gradshteyn I. S., Ryzhik I. M. Tables of integrals, series and products, Moscow: Fizmatgiz, 1963 (in Russian).

Надійшло до редакції 19.01.2016

В. О. Лисечко, Д. Б. Куриляк

Физико-механический институт им. Г. В. Карпенко НАН Украины, Львов

E-mail: vtlysechko@gmail.com

Близкое акустическое поле круговой апертуры, образованной срезом вершины полубесконечного конуса

Установлены особенности формирования ближнего поля краем круговой апертуры усеченного полубесконечного конуса при его осевом облучении плоской акустической волной. Рассмотрены случаи мягкой и жесткой поверхности конуса.

Ключевые слова: акустическая волна, усеченный конус, близкое поле, аналитическая регуляризация.

V. O. Lysechko, D. V. Kuryliak

Karpenko Physico-Mechanical Institute of the NAS of Ukraine, Lviv

E-mail: vtlysechko@gmail.com

The near acoustic field of a circular aperture obtained by truncation of the semiinfinite cone vertex

The characteristics of a near-field formation by the edge of a semiinfinite truncated cone under axial irradiation are established. Both soft and rigid surfaces are considered.

Keywords: acoustic wave, truncated cone, near-field, analytical regularization procedure.