

Член-кореспондент НАН України **О.В. Кендзера<sup>1</sup>, Я.Я. Рушицький<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Інститут геофізики ім. С.І. Субботіна НАН України, Київ

<sup>2</sup>Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, Київ

*E-mail:* kenzera@igph.kiev.ua, rushch@inmech.kiev.ua

## Реологічні моделі ґрунтової товщі для сейсмічного мікрорайонування будівельних майданчиків

*Розглянуто особливості застосування двох базових реологічних моделей геологічного середовища – Кельвіна–Фойхта і стандартної – для розрахунку коливань у сейсмо-геологічних моделях ґрунтової товщі, побудованих за даними інженерно-геологічних досліджень. Показано переваги використання стандартної моделі, які полягають у простоті аналітичного опису сейсмічних коливань за допомогою точних формул і повнішому врахуванні повзучості деформацій і релаксації напружень.*

**Ключові слова:** сейсмічна небезпека, реологічні властивості ґрунтової товщі, швидкість сейсмічних хвиль, загасання коливань.

У разі збігу частоти максимальних сейсмічних впливів (частоти коливань ґрунтів) з власною частотою коливань будинків і споруд виникають резонансні явища, які є однією з поширених причин їхнього руйнування, оскільки з появою резонансних явищ різко зростають напруження в конструкціях споруд. Особливо небезпечним є резонансне посилення коливань в об'єктах, центр маси яких віддалений від точки опори, що характерно для висотних будівель, мостових опор, градирень, димових труб тощо. Як правило, об'єкти такого типу одночасно характеризуються низькими значеннями загасання власних коливань.

Порівняно тривалі (кілька десятків секунд) малоамплітудні впливи в умовах резонансу можуть призвести до серйозних руйнувань. Прикладом можуть служити руйнування багатоповерхових будівель у центрі Мехіко під час землетрусу 1985 р. з  $M = 8,1$ , коли на окремих ділянках міста, розташованого за 400 км від епіцентру, спостерігалися коливання з максимальним прискоренням  $175 \text{ см/с}^2$ , що перевищувало пікові прискорення, зареєстровані в епіцентральної зоні. Резонансне посилення сейсмічних коливань спостерігалося тільки на періодах, близьких до  $T = 2 \text{ с}$ , що призвело до вибіркового руйнування 15–25-поверхових будівель з близькими періодами власних коливань. У місті загинуло  $\approx 10$  тисяч осіб [1].

Спектральний склад і величина сейсмічних коливань вільної поверхні будівельних майданчиків залежать від фільтрувальних властивостей осадових порід (ґрунтової товщі).

Причиною потенційно небезпечного вибіркового посилення сейсмічних коливань на майданчику є інтерференція сейсмічних хвиль, багаторазово відбитих і заломлених у шарах. Амплітудно-частотний спектр сейсмічних коливань на вільній поверхні ґрунтової товщі залежить від спектрального складу і кута підходу сейсмічних хвиль, геометрії границь, літологічного складу, фізико-механічних і реологічних властивостей ґрунтової товщі. Реакція ґрунтової товщі на сейсмічні впливи визначається її частотною характеристикою.

При сейсмічному мікрорайонуванні для моделювання ґрунтової товщі звичайно використовуються горизонтально-шаруваті вертикально-неоднорідні моделі півпростору. Можливість їхнього використання базується на вимогах будівельних нормативних документів, що забороняють будувати важливі об'єкти на розломах і крутих схилах [2], саме вони можуть спричиняти найбільші латеральні неоднорідності ґрунтової товщі. Шаруваті сейсмогеологічні моделі будуються за даними геофізичного каротажу свердловин і лабораторних вимірювань фізичних параметрів геологічного середовища [3].

В табл. 1 наведено приклад вертикально-неоднорідної моделі ґрунтової товщі під будівельним майданчиком в м. Одеса [4]. Модель характеризується потужністю шарів, літологічним

*Таблиця 1.* Модель геологічного середовища під будівельним майданчиком в м. Одеса [4]

Літологічний склад	Інтервал глибин $H$ , м	Швидкість сейсмічних хвиль, м/с		Декременти поглинання сейсмічних хвиль		Густина породи, г/см <sup>3</sup>
		поздовжньої	поперечної	поздовжньої	поперечної	
Ґрунтово-рослинний шар	0–1,0	260	210	1,5	1,5	1,5
Суглинок важкий, напівтвердий	1,0–3,40	380	290	0,3	0,5	1,78
Суглинок легкий текучої консистенції	3,40–8,30	320	220	0,5	0,5	1,85
Суглинок важкий, напівтвердий	8,30–12,20	450	380	0,3	0,3	1,88
Суглинок сірий текучо-пластичний	12,2–14,30	430	350	0,2	0,25	1,97
Суглинок червоно-бурий	14,30–23,6	550	380	0,1	0,15	1,91
Вапняк	23,6–36,0	2200	900	0,08	0,1	2,2
Глина меотична	36,0–48,0	1100	700	0,1	0,2	2,0
Глина ( $N_{1s}$ ) з прошарками вапняків	48,0–96,0	1300	800	0,08	0,12	2,0
Вапняки, глина	96,0–180,0	1600	1000	0,06	0,12	2,1
Крейдоподібні мергелі, крейда	180,0–871,0	1800	1200	0,06	0,06	2,2
Пісковики, аргілітоподібні глини	871,0–1471,0	3000	1600	0,01	0,06	2,6
Граніти, біотитові гнейси	1471,0 – $\infty$	5000	3200	0,03	0,06	2,9

складом, густиною середовища, швидкостями сейсмічних хвиль, декрементами поглинання поздовжніх і поперечних хвиль.

Визначаючи частотні характеристики ґрунтових комплексів, слід враховувати, що різні шари, деформуючись, виявляють різні реологічні властивості. В результаті коливання в певних смугах частот посилюються, а в інших – послаблюються. Амплітудно-частотний спектр сейсмічних коливань на вільній поверхні ґрунтової товщі залежить від спектрального складу і кута падіння хвилі, геометрії границь, літологічного складу та реологічних властивостей ґрунтової товщі.

Останнім часом набули актуальності методи побудови частотних характеристик ґрунтової товщі під будівельними майданчиками шляхом теоретичних розрахунків. Ці методи є малозатратними і широко використовуються в країнах зі слабкою чи невисокою сейсмічністю, до яких належить і Україна [4]. Найпоширенішими серед них є прості раціональні моделі: лінійно-пружна, нелінійно-пружна, пружнопластична, в'язкопружна та інші.

При *лінійному моделюванні* модуль зсуву і коефіцієнт поглинання вважаються постійними для кожного шару для всіх рівнів деформації. При *еквівалентному лінійному моделюванні* поведінка кожного шару описується реологічною моделлю Кельвіна–Фойхта. Цю модель, як і реологічну модель Максвелла, відносять до найпростіших моделей теорії в'язкопружності – двоелементних згідно з практикою графічного зображення простих моделей, яке будують з трьох основних елементів – пружини, поршня і пластичного елемента [5–8]. Для моделі Кельвіна–Фойхта рівняння зв'язку між напруженнями і деформаціями має вигляд

$$\sigma(t) = \mu_K \varepsilon(t) + \eta_K \partial \varepsilon / \partial t. \quad (1)$$

Залежність (1) за умови відсутності початкової деформації  $\varepsilon(0) = 0$  можна подати у вигляді лінійного інтегрального рівняння

$$\varepsilon(t) = (1/\eta_K) \int_0^t \sigma(\tau) e^{-(\mu_K/\eta_K)(t-\tau)} d\tau. \quad (2)$$

Формули (1) і (2) використовуються для вивчення двох основних явищ реологічного деформування: релаксації напруження при постійній деформації і повзучості при постійному напруженні. Згідно з формулою (2), модель Кельвіна–Фойхта описує явище повзучості при постійному значенні напруження за формулою  $\varepsilon(t) = (\sigma^0/\mu_K)(1 - e^{-(t/\tau_{\text{ret}})})$ ,  $\sigma(t^0) = \sigma^0$ . У початковий момент деформація відсутня і далі зростає за експоненціальним законом до значення  $(\sigma^0/\mu_K)$ . Величина  $\tau_{\text{ret}} = -(\eta_K/\mu_K)$  є часом запізнювання (ретардації) деформації. З формули (1) випливає, що при постійному значенні деформації напруження не змінюється:  $\sigma(t) = \mu_K \varepsilon^0 + \eta_K \cdot 0$  і релаксація відсутня. Отже, модель Кельвіна–Фойхта не описує одне з двох основних явищ реологічної поведінки – релаксації напружень. Це пояснює, чому реологічну модель Кельвіна–Фойхта називають виродженою і, як правило, використовують лише для прикладів у підручниках з в'язкопружності.

Наступною за простотою реологічною моделлю є триелементна модель, коли до двох елементів моделі Кельвіна–Фойхта додають послідовно ще одну пружину з параметром  $\mu_S$ . Отримується так звана стандартна реологічна модель, яка описує обидва явища – релаксацію напруження і повзучість деформації. Стандартна модель часто використовується в прикладних дослідженнях. У цій моделі конститутивне рівняння має вигляд [5–8]

$$n(\partial\sigma/\partial t)+\sigma(t)=En(\partial\varepsilon/\partial t)+H\varepsilon(t), \quad (3)$$

де  $E=\mu_S$  – миттєвий модуль пружності;  $H=\mu_S\mu_K/(\mu_K+\mu_S)<E$  – тривалий модуль пружності;  $n=\eta_K/(\mu_K+\mu_S)$  – час релаксації.

Диференціальне рівняння (3) має два еквівалентні задання у вигляді інтегральних рівнянь

$$\varepsilon(t)=\frac{\sigma(t)}{E}+\frac{E-H}{E^2n}\int_0^t\sigma(\tau)e^{-\frac{H}{En}(t-\tau)}d\tau, \quad (4)$$

$$\sigma(t)=E\varepsilon(t)-\frac{E-H}{n}\int_0^t\varepsilon(\tau)e^{-\frac{t-\tau}{n}}d\tau. \quad (5)$$

Релаксація описується формулою (5)  $\sigma(t)=\varepsilon^o[H+(E-H)e^{-(t/n)}]$ , тобто напруження релаксує від початкового значення  $E\varepsilon^o$  до значення  $H\varepsilon^o$ , яке відповідає тривалому періоду спостереження. Повзучість описується за формулою (4)  $\varepsilon(t)=\sigma^o\left\{\frac{1}{H}+\left(\frac{1}{E}-\frac{1}{H}\right)e^{-\frac{H}{En}t}\right\}$ , тобто деформація зростає (повзе) від початкового значення  $\sigma^o/E$  до значення  $\sigma^o/H$ , що відповідає тривалому часу спостереження.

Отже, стандартна модель уже не є виродженою і більш повно описує реологічне деформування. При цьому вона залишається простою в аналітичному заданні. Саме тому доцільно в загальній моделі поширення поперечної хвилі в ґрунтах замінити модель Кельвіна–Фойхта на стандартну модель.

Крім реологічного характеру деформування, іншим важливим фактором у моделюванні ґрунтової товщі є нелінійність конститутивних рівнянь, яка описує як зміну амплітуди сейсмічних коливань, так і зміну їх спектрального складу.

Нелінійність змінює звичні співвідношення між параметрами коливань різних категорій ґрунту. Твердження, яке міститься в чинних нормативних документах, що амплітуди прискорень для ґрунтів I категорії вдвічі нижчі, а для ґрунтів III категорії – настільки ж вищі від параметрів на середніх ґрунтах (див. табл. 6.5 [2]), стає невірним у разі високої інтенсивності сейсмічних впливів.

При нелінійному моделюванні використовують ІМ модель, запропоновану Айвеном [9] і Мрузом [10]. Ця реологічна модель містить пружні та пластичні елементи. Вона, через наявність пластичних складових, є вже нелінійною і застосовується для обчислення реакції ґрунтової товщі в комп'ютерній програмі NERA (Non-linear Earthquake Site Response

Analyses) [11]. Інший програмний комплекс DEEPSOIL [12] для моделювання нелінійної реакції ґрунту на сейсмічні впливи використовує лінійне матричне рівняння руху такого вигляду:

$$[M]\{\ddot{u}\}+[C]\{\dot{u}\}+[K]\{u\}=P(t), \quad (6)$$

де  $[M]$  – матриця мас;  $[C]$  – матриця демпфування;  $[K]$  – матриця жорсткості;  $\{\ddot{u}\}$  – вектор прискорення;  $\{\dot{u}\}$  – вектор швидкості;  $\{u\}$  – вектор зміщення;  $P(t)=-[M]\{I\}\ddot{u}_g(t)$  – вектор навантаження;  $\{I\}$  – одиничний вектор,  $\ddot{u}_g(t)$  – вхідна акселерограма).

Програми ProShake, NERA і DEEPSOIL звичайно застосовують для розрахунку частотних характеристик ґрунтової товщі під будівельними ділянками.

Зважаючи на описану вище обмеженість моделі реологічного деформування Кельвіна–Фойхта, пропонується в подальших розрахунках замінити її в алгоритмах лінійного моделювання, еквівалентного лінійного моделювання та нелінійного моделювання (програм ProShake, NERA і DEEPSOIL) на стандартну реологічну модель.

Додатковим аргументом на користь такої заміни є можливість отримання простих аналітичних виразів для визначення швидкості та затухання зсувної (поперечної) хвилі. Ці вирази одержують таким чином.

Аналізуючи в'язкопружні хвилі, важливо мати відповідне хвильове рівняння. Будь-яка гармонічна хвиля зміщення, де відбуваються коливання з частотою  $\omega$ , має вигляд

$$u(x,t)=Ae^{-\gamma x-i(kx-\omega t)}, \quad \bar{k}=k_{\Re}+ik_{\Im}=k-i\gamma, \quad (7)$$

де  $A$  – постійна амплітуда;  $k$  – дійсне (комплексне) хвильове число;  $\gamma$  – коефіцієнт загасання. Будь-який одновимірний рух описується рівнянням

$$\rho \partial^2 u / \partial t^2 = \partial \sigma / \partial x. \quad (8)$$

Прямий підхід для отримання рівняння руху плоскої поперечної гармонічної в'язкопружної хвилі зміщення полягає в підстановці закону (3) у рівняння (8). У результаті отримаємо рівняння  $n \partial \sigma / \partial t + \sigma = \mu_0 n \partial^2 u / \partial x \partial t + \mu_\infty \partial u / \partial x$  (при позначеннях  $\mu_0 = E$ ,  $\mu_\infty = H$ ). Відповідне рівняння через зміщення є таким:

$$\rho (\partial^2 u / \partial t^2) + n \rho (\partial^3 u / \partial t^3) = \mu_0 n (\partial^3 u / \partial x^2 \partial t) + \mu_\infty (\partial^2 u / \partial x^2). \quad (9)$$

Зауважимо, що це вже не найпростіше хвильове рівняння, яким описується пружна хвиля – воно містить два члени третього порядку.

З (9) при позначенні  $(v^0)^2 = (\mu_0 / \rho)$  маємо рівняння для знаходження невідомих параметрів в'язкопружної хвилі  $k$ ,  $\gamma$  через відомі параметри

$$\left[ (v^0)^2 \omega^2 + \mu_\infty (\gamma^2 - k^2) - 2\mu_0 n \omega \gamma k \right] - i \left[ n (v^0)^{-2} \omega^3 + \mu_0 n \omega (\gamma^2 - k^2) + 2\mu_\infty \gamma k \right] = 0. \quad (10)$$

З рівності уявної частини нулеві знаходимо значення коефіцієнта загасання  $\gamma$  через хвильове число  $k$  або через швидкість хвилі  $v$ :

$$\gamma = (\mu_\infty / \mu_0 n v) \left\{ 1 \pm \sqrt{1 + (\mu_\infty / \mu_0 n \omega)^2 \left( 1 - (1/\mu_0) \left[ (v)^2 / (v^0)^2 \right] \right)} \right\}. \quad (11)$$

Отже, в стандартній моделі загасання визначається коефіцієнтом релаксації, початковою швидкістю і відношенням миттєвого модуля до тривалого модуля.

Загасання обернено пропорціональне частоті. Крім того, величину коефіцієнта загасання  $\gamma$  визначає добуток швидкості хвилі на час релаксації і чим менший цей добуток, тим більше загасання. Таким чином, загасання в'язкопружної хвилі в окремо взятому шарі ґрунту є різним для різних частот, що не узгоджується із загальноприйнятим припущенням про його постійне значення в окремо взятому шарі ґрунту.

За умови рівності дійсної частини нулеві отримуємо формулу для визначення швидкості через коефіцієнт загасання  $\gamma$

$$-(\mu_\infty/\mu_0\omega^2)\gamma^2(v)^2+2n\gamma v+(\mu_\infty/\mu_0)-\left[(v)^2/(v^o)^2\right]=0. \quad (12)$$

При підстановці в (12) виразу (11) отримуємо рівняння

$$\begin{aligned} & -\left(1/(n\omega)^2\right)(\mu_\infty/\mu_0)^2\left\{1\mp\sqrt{1+(\mu_0/\mu_\infty)^2(n\omega)^2\left[1-\left((v)^2/(v^o)^2\right)\right]}\right\}^2+ \\ & +1-2\left\{1\mp\sqrt{1+(\mu_0/\mu_\infty)^2(n\omega)^2\left(1-\left((v)^2/(v^o)^2\right)\right)}\right\}-(\mu_0/\mu_\infty)\left((v)^2/(v^o)^2\right)=0, \end{aligned}$$

яке має аналітичний розв'язок

$$\begin{aligned} (v)^2/(v^o)^2 &= \frac{2}{(\mu_0/\mu_\infty)^2(n\omega)^2}\left\{1+\frac{(\mu_0/\mu_\infty)^2-1}{(\mu_0/\mu_\infty)^2(n\omega)^2\left[1+\frac{1}{(n\omega)^2(\mu_0/\mu_\infty)^2}\right]}\right\}\{1\pm \\ & \pm\sqrt{1+\frac{((\mu_0/\mu_\infty)^2-1)^2}{\left[(\mu_0/\mu_\infty)^2(n\omega)^2\right]\left\{\left[1+\frac{1}{(n\omega)^2(\mu_0/\mu_\infty)^2}\right]+((\mu_0/\mu_\infty)^2-1)\right\}^2}}\right\}. \quad (13) \end{aligned}$$

Таким чином, швидкість в'язкопружної хвилі в окремо взятому шарі ґрунту є різною для різних частот, що не узгоджується із загальноприйнятим припущенням про її постійне значення в окремо взятому шарі ґрунту.

Найпростіший спосіб врахування нелінійності деформування в стандартній моделі полягає у введенні так званої геометричної нелінійності. Коли деформації вже не можна вважати малими, то тензор деформацій Гріна є нелінійним і має вигляд  $\varepsilon_{ik}=(1/2)(u_{i,k}+u_{k,i}+u_{m,i}u_{m,k})$  [13]. В одновимірному випадку він є таким:

$$\varepsilon=(\partial u/\partial x)+(1/2)(\partial u/\partial x)^2. \quad (14)$$

Підставляючи формулу (14) у рівняння (3), отримуємо вже нелінійне диференціальне рівняння

$$n\dot{\sigma}(t)+\sigma(t)=\mu_\infty(\partial u/\partial x)+\mu_0n(\partial^2 u/\partial x\partial t)+(1/2)\mu_\infty(\partial u/\partial x)^2+\mu_0n(\partial u/\partial x)(\partial^2 u/\partial x\partial t).$$

Якщо це рівняння підставити в рівняння руху, то одержуємо аналог хвильового рівняння

$$\begin{aligned} \rho(\partial^2 u / \partial t^2) + n\rho(\partial^3 u / \partial t^3) - \mu_\infty(\partial^2 u / \partial x^2) - \mu_0 n(\partial^3 u / \partial x^2 \partial t) = \\ = \mu_\infty(\partial u / \partial x)(\partial^2 u / \partial x^2) + \mu_0 n(\partial^2 u / \partial x^2)(\partial^2 u / \partial x \partial t) + \mu_0 n(\partial u / \partial x)(\partial^3 u / \partial x^2 \partial t). \end{aligned} \quad (15)$$

Тут зліва містяться лінійні доданки, які відповідають лінійній моделі, справа записані три квадратично нелінійні доданки. Тому рівняння (15) подібне до класичних нелінійних рівнянь, які у випадку хвиль розв'язують звичайно (в нелінійній оптиці, нелінійній акустиці тощо [13]) методом послідовних наближень або методом повільно змінних амплітуд (методом Ван дер Поля).

Застосуємо до рівняння (15) метод послідовних наближень. Першим наближенням вважається лінійний розв'язок у вигляді хвилі (8)

$$u^{(1)}(x, t) = Ae^{-i(kx - \omega t)} \quad (16)$$

з відомими значеннями хвильового числа  $k$ , коефіцієнта загасання  $\gamma$ , частоти  $\omega$  та довільним значенням амплітуди  $A$ .

Особливість методу послідовних наближень полягає в тому, що кожне наступне наближення знаходиться з лінійного неоднорідного рівняння, де права частина рівняння вираховується через попереднє наближення. Тому друге наближення знаходять як розв'язок рівняння, в якому права частина вираховується через перше наближення:

$$\begin{aligned} \rho(\partial^2 u^{(2)} / \partial t^2) + n\rho(\partial^3 u^{(2)} / \partial t^3) - \mu_\infty(\partial^2 u^{(2)} / \partial x^2) - \mu_0 n(\partial^3 u^{(2)} / \partial x^2 \partial t) = \\ = \mu_\infty(\partial u^{(1)} / \partial x)(\partial^2 u^{(1)} / \partial x^2) + \mu_0 n((\partial^2 u^{(1)} / \partial x^2)(\partial^2 u^{(1)} / \partial x \partial t) + \\ + (\partial u^{(1)} / \partial x)(\partial^3 u^{(1)} / \partial x^2 \partial t)). \end{aligned} \quad (17)$$

Рівняння (17) має у правій частині три доданки, воно лінійне неоднорідне. Оскільки розв'язки шукаються у вигляді хвиль, то класичний для всіх розділів фізики результат у рамках перших двох наближень  $u(x, t) = u^{(1)}(x, t) + u^{(2)}(x, t)$  полягає в тому, що друге наближення дає другу гармоніку гармонічної хвилі першого наближення. Тому розв'язок (18) буде являти собою вже не первинну хвилю з гармонічним профілем, а хвилю з тією ж частотою і деформованим профілем з тенденцією до переходу хвилі на подвійну частоту

$$u(x, t) = Ae^{-i(kx - \omega t)} + x \frac{\left[ 2(\mu_0)^2 (n\omega)^2 - 4(\mu_\infty)^2 \right] - i2\mu_0\mu_\infty n\omega}{16(\mu_\infty)^2 - (\mu_0)^2 (n\omega)^2} k^2 A^2 e^{-2i(kx - \omega t)}. \quad (18)$$

Отже, нелінійна в'язкопружна хвиля (18) є такою, що амплітуда першої гармоніки є довільною, а амплітуда другої гармоніки прямо пропорційно залежить від відстані, яку пройшла хвиля, та від квадратів хвильового числа й амплітуди першої гармоніки. Крім того, ця амплітуда ще складним чином залежить від параметрів реологічного деформування.

Отримані формули відкривають можливість обчислення параметрів зсувної хвилі у випадку її поширення у шарах ґрунтової товщі з урахуванням нелінійності в'язкопружного деформування.

## Цитована література

1. *Вознесенский Е.А.* Динамическая неустойчивость грунтов. – Москва: УРСС Эдиториал, 1999. – 263 с.
2. *ДБН В.1.1-12:2014.* Будівництво в сейсмічних районах України. – Київ: Мінрегіонбуд України, Укрархбудінформ, 2014. – 110 с.
3. *ДБН А.2.1-1-2014.* Інженерні вишукування для будівництва. – 2-га ред. – Київ: Мінрегіонбуд України, 2014. – 128 с.
4. *Кендзера О.В., Семенова Ю.В.* Врахування амплітудно-частотних характеристик ґрунтової товщі при сейсмічному мікрорайонуванні будівельного майданчика в м. Одесі // Вісн. КНУ ім. Тараса Шевченка. Геологія. – 2010. – № 49. – С. 10–13.
5. *Gross B.* Mathematical Structure of the Theories of Viscoelasticity. – Paris: Hermann, 1968. – 343 p.
6. *Савін Г.М., Рущицький Я.Я.* Елементи механіки спадкових середовищ. – Київ: Вища шк., 1976. – 252 с.
7. *Christensen R.M.* Theory of Viscoelasticity. An Introduction. – New York: Acad. Press, 1971. – 243 p.
8. *Rushchitsky J.J.* Theory of waves in materials. – Copenhagen: Ventus Publ. ApS, 2012. – 270 p.
9. *Iwen W.D.* On a Class of Models for the Yielding Behavior of Continuous and Composite Systems // J. Appl. Mech. Trans. ASME. – 1967. – **34**. – P. 612–617.
10. *Mróz Z.* On The Description of Anisotropic Work Hardening // J. Mech. Phys. Solids. – 1967. – **15**. – P. 163–175.
11. *Bardet J.P., Tobita T.* NERA. A computer program for nonlinear earthquake site response analyses of layered Soil Deposits. – Los Angeles: Univ. of Southern California, 2001. – 44 p.
12. *Hashash Y.* DEEPSOIL. V. 5.1. User Manual and Tutorial. – Chicago: Univ. of Illinois at Urbana-Champaign, 2012. – 107 p.
13. *Rushchitsky J.J.* Nonlinear Elastic Waves in Materials. – Heidelberg: Springer, 2014. – 454 p.

## References

1. *Voznesenskyi E.A.* Dynamical instability of soils, Moscow: Editorial URSS, 1999 (in Russian).
2. *SBC B.1.1-12:2014.* Building in seismic regions of Ukraine, Kiev: Ministry of Regional Development of Ukraine, Ukrarhbudinform, 2014 ( in Ukrainian).
3. *SBC A.2.1-1-2014.* Engineering pioneering for construction, 2nd ed., Kiev, Ministry of Regional Development of Ukraine, 2014 (in Ukrainian).
4. *Kenzera O.V., Semenova Yu.V.* Bull. of Taras Shevchenko KNU, Geology, 2010, No 49: 10–13 (in Ukrainian).
5. *Gross B.* Mathematical Structure of the Theories of Viscoelasticity, Paris: Herrmann, 1968.
6. *Savin G.N., Rushchitskii Ya.Ya.* Elements of Mechanics of Hereditary Media, Kiev: Vyscha shkola, 1976 ( in Ukrainian).
7. *Christensen R.M.* Theory of Viscoelasticity. An Introduction, New York: Acad. Press, 1971.
8. *Rushchitsky J.J.* Theory of waves in materials, Copenhagen: Ventus Publ. ApS, 2012.
9. *Iwen W.D.* J. Appl. Mech. Trans. ASME, 1967, **34**: 612–617.
10. *Mróz Z.* J. Mech. Phys. Solids, 1967, **15**: 163–175.
11. *Bardet J.P., Tobita T.* NERA. A computer program for nonlinear earthquake site response analyses of layered Soil Deposits, Los Angeles: Univ. of Southern California, 2001.
12. *Hashash Y.* DEEPSOIL. V. 5.1. User Manual and Tutorial, Chicago: Univ. of Illinois at Urbana-Champaign, 2012.
13. *Rushchitsky J.J.* Nonlinear Elastic Waves in Materials, Heidelberg: Springer, 2014.

Надійшло до редакції 25.03.2016



Член-корреспондент НАН Украины **А.В. Кендзера<sup>1</sup>, Я.Я. Рушицкий<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Институт геофизики им. С.И. Субботина НАН Украины, Киев

<sup>2</sup>Институт механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины, Киев

*E-mail:* kenzera@igph.kiev.ua, rushch@inmech.kiev.ua

## **Реологические модели грунтовой толщи для сейсмического микрорайонирования строительных площадок**

*Рассмотрены особенности применения двух базовых реологических моделей геологической среды – Кельвина–Фойхта и стандартной – для расчета колебаний в сейсмо-геологических моделях грунтовой толщи, построенных по данным инженерно-геологических изысканий. Показаны преимущества использования стандартной модели, которые состоят в простоте аналитического описания сейсмических волн с помощью точных формул и более полном учете ползучести деформаций и релаксации напряжений.*

**Ключевые слова:** сейсмическая опасность, реологические свойства грунтовой толщи, скорость сейсмических волн, затухание колебаний.

Corresponding Member of the NAS of Ukraine **O. V. Kendzera<sup>1</sup>,**

**J. J. Rushchitsky<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>S.I. Subbotin Institute of Geophysics of the NAS of Ukraine, Kiev

<sup>2</sup>S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the NAS of Ukraine, Kiev

*E-mail:* kenzera@igph.kiev.ua, rushch@inmech.kiev.ua

## **Rheological models of soil strata for the seismic microzoning of building sites**

*The features of applications of two basic rheological models of a geological environment – Kelvin–Voigt and standard – are considered for the analysis of vibrations in seismic-geological models of soil strata constructed according to the engineering-geotechnical surveys. An advantage of using the standard models that consists in the simple analytical description of seismic waves with the use of exact formulas and a fuller allowance for the creep and the stress relaxation is demonstrated.*

**Keywords:** seismic hazard, rheological properties of soil strata, seismic wave velocity, attenuation of vibrations.