doi: https://doi.org/10.15407/dopovidi2017.12.060
УДК 550.831+550.8

Ю.І. Дубовенко

Інститут геофізики ім. С.І. Субботіна НАН України, Київ
E-mail: nemishayeve@ukr.net

Модифікація методу Березкіна для визначення особливих точок аномалій сили тяжіння

Представлено академіком НАН України В.І. Старостенком

Введено нові аналітичні конструкції функції Березкіна для вирішення задачі аналітичного продовження значень сили тяжіння в смугу. Ці конструкції отримано шляхом перетворень частинної суми ряду Фур'є, яка наближує значення елементарного розв'язку рівняння Лапласа для сили тяжіння. Оцінено швидкість спадання коефіцієнтів ряду Фур'є. Шляхом різницевого аналізу обґрунтовано спосіб інтерполяції необхідної кількості членів ряду Фур'є із заданою точністю. Вказано практичний алгоритм для обчислень функцій Березкіна з підвищеною точністю. Цей спосіб обчислень є чисельно стійким до похибок диференціювання.

Ключові слова: *метод Березкіна, особливі точки, аналітичне продовження, сила тяжіння, градієнт сили тяжіння, рівняння Лапласа, аномалії, ряд Фур'є.*

Нині актуальним є підвищення інформативності та точності вирішення задач геофізики, які використовують дані потенціальних полів для вивчення структурної будови геологічного середовища. Це обумовлено не в останню чергу потребою отримати пошарове розділення фізичних властивостей земних порід у вертикальному розрізі. Адже через зростаюче ускладнення геологічних задач, пов'язане з високим ступенем освоєння ресурсів, необхідні нові способи обробки та тлумачення геофізичних полів у тривимірному середовищі, моделі якого найбільш адекватні як спостереженим полям, так і масиву різнорідної апріорної інформації. А оскільки такі моделі середовища повинні ще й враховувати ефекти явної та прихованої еквівалентності розв'язків, то для вирішення задачі доцільним є застосування ряду евристичних прийомів для нелінійних перетворень потенціальних полів з метою відновлення розподілу фізичних параметрів (у даному випадку густини) у середовищі [1].

Крім того, евристичні підходи застосовують для локалізації гравітаційних ефектів під час пошуку вуглеводнів. Серед численних методів, які для цього застосовують, виділяється метод трансформації поля сили тяжіння в деякі умовні показники — так званий метод повного нормованого градієнта Березкіна [2]. Через відсутність явного зв'язку між розподілом трансформант і параметрів середовища, що вивчається, питання щодо умов та оптимальних способів локалізації аномалій досі дискусійні [3].

Втім, погоджуючись із припущенням В.П. Маслова [4] про те, що збіжність чисельного розв'язку задачі до апріорі заданого точного значення автоматично означає і його існування, можемо запропонувати деякі міркування щодо підвищення точності та стійкості обчислень функцій Березкіна. Аналіз відповідного числового алгоритму наведено у цій роботі.

Загалом, розв'язки обернених задач гравіметрії для двовимірних (обмежених та необмежених) тіл відновлюють параметри середовища за заданим на рівні $z=0$ полем $g(x,0)$ і різницею густин $\Delta\sigma_k$: форму тіла $z=z(x)$; контактні поверхні $z_k=z_k(x)$, $k=\overline{1,n}$; за межами $z_k=z_k(x)$ і полем $g(x,0)$ — перепад густин $\Delta\sigma_k$ тощо [5, 6].

Одним із перших етапів інтерпретації даних поля сили тяжіння є обчислення особливих точок гармонічних функцій $g(x,z)$ (математичні моделі аномалій сили тяжіння). Для обчислення таких особливих точок розроблено ряд чисельних способів, але найпростішим є метод Березкіна [2, 7], що є різновидом аналітичного продовження поля сили тяжіння.

Про визначення особливих точок. Визначення аналітичних точок на графіках аномалій сили тяжіння є різновидом функціонального аналізу математичних моделей поля сили тяжіння, які зображують гармонічними функціями. В основі такого визначення лежить запропоноване в [8] аналітичне продовження заданої гармонічної функції в область її визначення.

Задача аналітичного продовження гармонічної функції означає, що за виміряним на обмеженому відрізку $(-l,l)$ полем сили тяжіння $g(x,0)$, $-l\leqslant x\leqslant l$ потрібно визначити поле $g(x,z)$ у напівнескінченній смузі $\Pi^{+}=\{(x,z): -l\leqslant x\leqslant l;\ -h<z<\infty\}$, де $h>0$ — відстань від поверхні вимірювань $z=0$ до найближчої особливої точки функції $g(x,z)$. Для вирішення цієї задачі використовують метод аналітичного продовження функції $g(x,0)$, $-l\leqslant x\leqslant l$, у напівнескінченну смугу Π^{+}.

Для цього спочатку слід знайти елементарні розв'язки $g_n(x,z)$ рівняння Лапласа

$$\frac{\partial^2 g_n(x,z)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 g_n(x,z)}{\partial z^2}=0 \qquad (1)$$

у вказаній смузі Π^{+} за умови виконання двох припущень:

а) ці розв'язки — періодичні за аргументом x функції $g_n(x+2l,z)=g_n(x,z)$;

б) для них справедливе обмеження $\lim\limits_{z\to\infty} g_n(x,z)=0$.

Запишемо розв'язок $g(x,z)$ у вигляді добутку $g_n(x,z)=S(x)\cdot T(x)$. Перетворимо цей добуток за методом розділення змінних [9] і, поділивши на $g_n(x,z)=S(x)\cdot T(x)$, отримаємо $-\frac{1}{S(x)}\frac{d^2S(x)}{dx^2}=\frac{1}{T(z)}\frac{d^2T(z)}{dz^2}$. Ця рівність справедлива тоді і тільки тоді, коли обидві частини рівності є сталою ω^2, яка не залежить від жодної зі змінних, x чи z. З цієї рівності після ряду нескладних перетворень маємо періодичні зображення аналізованих функцій:

$$S(x)=a\cos\omega x+b\sin\omega x,\ T(z)=ce^{-\omega z}+de^{\omega z}. \qquad (2)$$

Тут $S(x)$ — періодична функція з періодом $2l$, тому $\omega=\frac{\pi n}{l}$. А з умови $\lim\limits_{z\to\infty} g_n(x,z)=0$ випливає, що $T(z)=ce^{-\frac{n\pi z}{l}}$. Якщо n — константи у виразах для функцій (2) і $g_n(x,z)=$

$=\left(a_n\cos\frac{n\pi x}{l}+b_n\sin\frac{n\pi x}{l}\right)e^{-\frac{n\pi z}{l}}$, то сума елементарних розв'язків $g_n(x,z)$ формує аналітичне продовження функції $g(x,z)$ з відрізка $(-l,l)$ в область тяжіючих мас — смугу Π^+ — у такому вигляді:

$$g(x,z)=\sum_{n=0}^{\infty}\left(a_n\cos\frac{\pi nx}{l}+b_n\sin\frac{\pi nx}{l}\right)e^{-\frac{\pi nz}{l}}. \tag{3}$$

Отже, задача аналітичного продовження функції $g(x,0)$ у напівсмугу Π^+ звелась до задачі визначення коефіцієнтів $a_n, b_n, n=0,1,2,\ldots\infty$, функції (3).

А оскільки розкладення (3) справедливе при $z=0$, то $g(x,0)=\sum_{n=0}^{\infty}\left(a_n\cos\frac{\pi nx}{l}+b_n\sin\frac{\pi nx}{l}\right)$, і коефіцієнти a_n, b_n можна віднайти, як коефіцієнти Фур'є функції $g(x,0)$:

$$a_n=\frac{1}{l}\int_{-l}^{l}g(x,0)\cos\frac{\pi nx}{l}\,dx,\ b_n=\frac{1}{l}\int_{-l}^{l}g(x,0)\sin\frac{\pi nx}{l}\,dx,\ n=0,1,2,\ldots. \tag{4}$$

Метод Березкіна $B(x,z)$. Одну з багатьох чисельних схем аналітичного продовження функції $g(x,z)$ запропонував В. М. Березкін [2]. По суті, за заданим розподілом поля $g(x,z)$ в деякій області Π^+ обчислюється значення поля градієнтів $G(x,z)$ шуканої скалярної функції, $\mathrm{grad}\,g(x,z)=G(x,z)=\left\{\frac{\partial g(x,z)}{\partial x},\frac{\partial g(x,z)}{\partial z}\right\}$. Далі слід знайти так звану функцію Березкіна [7] у вигляді $B(x,z)=\frac{|G(x,z)|}{\|G(x,z)\|_1}$, де

$$\begin{gathered}|G(x,z)|=\left[\left(\frac{\partial g(x,z)}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial g(x,z)}{\partial z}\right)^2\right]^{1/2},\\ \|G(x,z)\|_1=\int_{-l}^{l}\left[\left(\frac{\partial g(x,z)}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial g(x,z)}{\partial z}\right)^2\right]^{1/2}dx.\end{gathered} \tag{5}$$

Якщо максимуми цієї функції у напівсмузі $\Pi^+=\{(x,z):-l\leqslant x\leqslant l;\quad z\leqslant h\}$ позначають місце розташування особливих точок поля $g(x,z)$, то, щоб знайти особливі точки функції $g(x,z)$ у доповненні Π^- напівсмуги Π^+, достатньо (вважає Березкін) збудувати в нескінченній смузі $\Pi=\Pi^+\cup\Pi^-=\{(x,z):-l\leqslant x\leqslant l;\ -\infty<z<\infty\}$ функцію $B(x,z)$ і знайти її максимуми. Розташування максимумів відповідатиме розташуванню особливих точок функції $g(x,z)$, $(x,z)\in\Pi$. А в дійсності це не обов'язково так.

Аналіз структури функції $B(x,z)$ показує, що чисельник і знаменник зростають на нескінченності зі скінченним, але різним відношенням швидкостей. Довести це можна шляхом чисельного моделювання градієнтів аномалій сили тяжіння за формулою (5).

В.М. Березкін не обґрунтував свій метод, обмежився деякими евристичними міркуваннями. В.М. Страхову [10] вдалося обґрунтувати відшукання найближчої до межі смуги $\partial\Pi: z=0$ особливої точки. Обґрунтування методу в загальній постановці (щодо числа, розташування, типів особливих точок функції $g(x, z)$ не робити жодних припущень) є важким. І дослідники переважно чисельно моделюють гравітаційні ефекти, що виникають у деяких практично важливих випадках розташування джерел (особливих точок) поля. Таке чисельне моделювання буде предметом наступної статті. А поки що відзначимо деякі особливості обчислень функції $g(x, z)$ за методом Березкіна.

Про збіжність у методі Березкіна. Оцінимо порядок спадання коефіцієнтів ряду Фур'є (4). Якщо функція $g(x, z)$ задана не на всьому інтервалі $(-l, l)$, а на його частині $(0, l)$, то можна подати тригонометричний інтерполяційний поліном

$$g(x, z) \approx \sum_{n=0}^{N} \left(a_n \cos\frac{\pi n x}{l} + b_n \sin\frac{\pi n x}{l} \right) e^{-\frac{\pi n z}{l}} \tag{6}$$

за функціями $\cos\frac{\pi n x}{l} e^{-\frac{\pi n z}{l}}$ або $\sin\frac{\pi n x}{l} e^{-\frac{\pi n z}{l}}$ і оцінити порядок величин коефіцієнтів цих поліномів. Якщо розкладення $g(x, 0)$ у ряд Фур'є здійснити за косинусами, то, припускаючи, що функція $g(x, 0)$ диференційована принаймні двічі, отримаємо у разі великих значень *n* (двічі інтегруючи частинами) коефіцієнти

$$a_n = \frac{2}{l} \left\{ \frac{(-1)^n g'(l, 0) - g'(0, 0)}{\pi^2 n^2} - \frac{1}{\pi^2 n^2} \int_0^l g''(x, 0) \cos\frac{\pi n x}{l} dx \right\}, \quad n = 1, 2, \dots, \tag{7}$$

а в результаті розкладення в ряд Фур'є за синусами матимемо такі коефіцієнти:

$$b_n = \frac{2}{l} \int_0^l g(x, 0) \sin\frac{\pi n x}{l} dx = 2 \left\{ \frac{g(0, 0) - (-1)^n g(l, 0)}{\pi n} + \frac{l}{\pi n} \int_0^l g'(x, 0) \cos\frac{\pi n x}{l} dx \right\}. \tag{8}$$

Очевидно, що коефіцієнти a_n спадають зі швидкістю n^{-2}, а коефіцієнти b_n — лише із швидкістю n^{-1}, якщо тільки функція $g(x, 0)$ не задовольняє деякі спеціальні умови.

Нехай $g(0, 0) = g(l, 0)$. Тоді порядок спадання коефіцієнтів a_n не зміниться, а порядок спадання коефіцієнтів b_n стане рівним:

$$b_n = \frac{2}{l^2} \left\{ \frac{(-1)^n g''(l, 0) - g''(0, 0)}{\pi^3 n^3} + \frac{1}{\pi^3 n^3} \int_0^l g'''(x, 0) \cos\frac{\pi n x}{l} dx \right\}. \tag{9}$$

Тут коефіцієнти b_n спадають із швидкістю n^{-3}, задовільною для практичних застосувань.

Щоб ці чисельні формули стали практичними для обчислень, слід знайти оптимальний спосіб інтерполяції сіткової функції $g(x_k, 0)$, $0 \leqslant x_k \leqslant l$, поліномами за синусами.

Інтерполяція функції $g(x_k, 0)$. Щоб здійснити таку інтерполяцію з необхідною точністю, накладемо умову, щоб функція на кінцях проміжку $(0, l)$ дорівнювала нулю. Для цього віднімемо від заданої на рівномірній мережі точок $x_k = x_0 + k\Delta x$, $\Delta x = l/N$, функції $g(x_k, 0)$ деяку лінійну функцію $\hat{g}(x, 0) = a + bx$, де $a = g(0, 0)$, $b = \frac{g(l, 0) - g(0, 0)}{l}$, у результаті отримаємо $\tilde{g}(x_k,0)=g(x_k,0)-\hat{g}(x_k,0)$. Тепер функцію $\tilde{g}(x_k,0)$ проінтерполюємо поліномами за синусами:

$$\tilde{g}(x_k,0)=\sum_{n=1}^{N-1}\tilde{b}_n\sin\frac{\pi nx}{N}\,,\ \tilde{b}_m=\frac{2}{N}\sum_{n=1}^{N-1}g(x_n,0)\sin\frac{\pi m x_n}{N}\,. \tag{10}$$

Щоб повернутися до початкової функції $g(x_k,0)$, необхідно розкласти в ряд Фур'є за синусами функцію $\hat{g}(x,0)$ згідно з теорією розкладання функції $g(x,0)$ у ряд Фур'є [9].

У підсумку ми отримали розкладення полінома у вигляді

$$g(x,0)=\sum_{n=1}^{N-1}\left(\tilde{b}_n+\frac{g(0,0)-(-1)^n g(l,0)}{n}\right)\sin\frac{\pi nx}{l}\,, \tag{11}$$

а його аналітичне продовження в смугу $\Pi^*=\{0\leqslant x\leqslant l;\quad -h<z<\infty\}$ дорівнює

$$g(x,z)=\sum_{n=1}^{N-1}\left(\tilde{b}_n+\frac{g(0,0)-(-1)^n g(l,0)}{n}\right)\sin\frac{\pi nx}{l}e^{-\frac{\pi nz}{l}}\,, \tag{12}$$

де $\tilde{b}_n$ визначаються за формулою (10).

Для обчислення функції Березкіна $B(x,z)$ слід вираз (12) диференціювати за x і z. Пряме диференціювання призводить до значної втрати точності обчислень через прояв коливань Гіббса на кінцях інтервалу диференційованого тригонометричного полінома [11]. Щоб хоча б частково знівелювати вплив цих коливань, застосуємо згладжування функції за допомогою так званих згладжуючих σ-множників Ланцоша [11]. Спосіб виведення цих множників виходить за рамки даної роботи. Зазначимо лише, що він ґрунтується на гармонічному аналізі часткової суми $\breve{g}(x,0)$ ряду Фур'є для функції $g(x,0)$, $0\leqslant x\leqslant l$, і його залишкового члена. Її формальне диференціювання неприпустиме, оскільки генерує велику похибку обчислень.

Новий спосіб обчислення функцій Березкіна. Щоб сформулювати практичні чисельні вирази для визначення функції Березкіна $B(x,z)=\dfrac{|G(x,z)|}{\|G(x,z)\|_{L_1}}$, необхідно: обчислити модуль градієнта поля $g(x,z)$ і знайти норму градієнта поля $g(x,z)$ на фіксованому рівні $z=\text{const}$.

Модуль градієнта поля $G(x,z)$ сили тяжіння в точках $x_k=x_0+k\Delta x$, $\Delta x=l/N$, на фіксованому рівні $z=\text{const}$ ми обчислимо за формулою

$$\frac{\partial g(x,z)}{\partial x}=\frac{\pi}{l}\sum_{n=1}^{N-1}\left(nb_n\frac{\sin(\pi n/N)}{\pi n/N}\right)\cos\frac{\pi nx}{l}e^{-\frac{\pi nz}{l}}\,,$$

$$\frac{\partial g(x,z)}{\partial z}=\frac{\pi}{l}\sum_{n=1}^{N-1}\left(nb_n\frac{\sin(\pi n/N)}{\pi n/N}\right)\sin\frac{\pi nx}{l}e^{-\frac{\pi nz}{l}}\,, \tag{13}$$

$$b_n=\frac{2}{N}\sum_{k=1}^{N-1}g(x_k,0)\sin\frac{\pi n x_k}{N}+\frac{g(0,0)-(-1)^n g(x_N,0)}{n}\,,$$

а норму градієнта поля $G(x, z)$ на тому ж рівні $z = \text{const}$ — за формулою

$$\| G(x,z) \|_{L_1} = \int_0^l \left[\left(\frac{\partial g(x,z)}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial g(x,z)}{\partial z} \right)^2 \right]^{1/2} dx \approx \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N-1} G(x_k, z). \tag{14}$$

При цьому двовимірні значення елементів поля сили тяжіння, які входять у ці формули, визначатимемо за такими квадратурами:

$$g(x,z) = \sum_{k=1}^{3} \frac{m_k (z - z_k)}{(x - x_k)^2 + (z - z_k)^2}, \quad \frac{\partial g(x,z)}{\partial x} = -2 \sum_{k=1}^{3} \frac{m_k (x - x_k)(z - z_k)}{[(x - x_k)^2 + (z - z_k)^2]^2},$$
$$\frac{\partial g(x,z)}{\partial z} = \sum_{k=1}^{3} \frac{m_k [(x - x_k)^2 (z - z_k)^2]}{[(x - x_k)^2 + (z - z_k)^2]^2}. \tag{15}$$

Таким чином, для чисельного моделювання слід обчислити: функції $B(x, z)$, які описують особливі точки полів від деяких моделей середовища; функції $B(x, z)$, визначені на основі розкладення поля $g(x, 0)$ у ряд Фур'є без урахування σ-множників Ланцоша; ці ж функції з урахуванням σ-множників Ланцоша. Порівнявши точність цих функцій, ми оцінимо дійсну точність нового методу. А очікуваний порядок наближень визначає формула (9), і він є прийнятним для практичних застосувань. Результати чисельної апробації цього алгоритму стануть предметом наступної публікації.

Отже, шляхом перетворення елементарних розв'язків рівняння Лапласа (1) для поля сили тяжіння у вигляді суми ряду Фур'є (2) запропоновано нові аналітичні конструкції (13)—(15) для визначення функції Березкіна (5). Ця функція дає можливість аналітично продовжити функцію $g(x, 0)$ у напівсмугу Π^+ з підвищеною точністю. Обґрунтовано спосіб інтерполяції (10)—(12) відповідних членів ряду. Вплив коливань Гіббса знижено завдяки застосуванню σ-множників Ланцоша. Тому новий метод обчислення функцій Березкіна є чисельно стійким щодо похибок диференціювання компонент поля сили тяжіння.

ЦИТОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Костицын В.И. Методы повышения точности и геологической эффективности детальной гравиразведки. Пермь: Изд-во ПГУ, ПСИ, ПССГК, 2002. 224 с.
2. Березкин В.М. Метод аналитического продолжения полного вертикального градиента силы тяжести для изучения распределения возмущающих масс в толще земной коры. *Изв. ВУЗов. Сер. Геология и разведка*. 1968. № 12. С. 104—110.
3. Кобрунов А.И. О содержательных и эффективных интерпретационных моделях в гравиразведке. *Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей*: Материалы 33 сессии Междунар. сем. им. Д.Г. Успенского (Екатеринбург, 30 янв.—3 февр. 2006). Екатеринбург: Ин-т геофизики УрО РАН, 2006. С. 143—148.
4. Маслов В.П. Регуляризация некорректных задач для сингулярных интегральных уравнений. *Докл. АН СССР*. 1967. **176**, № 5. С. 1012—1014.
5. Гравиразведка: Справочник геофизика. Мудрецова Е.А., Веселов К.Е. (ред.). Москва: Недра, 1990. 607 с.
6. Черный А.В. Избранные задачи гравиметрии и гравиразведки и методы их решения: дис. ... д-ра. физ.-мат. наук / Институт геофизики им. С.И. Субботина НАН Украины. Киев, 1991.
7. Березкин В.М., Киричек М.А., Кунарев А.А. Применение геофизических методов разведки для прямых поисков месторождений нефти и газа. Москва: Недра, 1978. 223 с.

8. Сорокин Л.В. Гравиметрия и гравиметрическая разведка. Москва: Гостоптехиздат, 1953. 483 с.
9. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа: Уч. для студ. ун-тов и втузов. Москва: Высш. шк., 1981. Т. 2. 584 с.
10. Страхов В.Н., Григорьева О.М., Лапина М.И. Определение особых точек двумерных потенциальных полей. *Прикл. геофизика*. 1977. Вып. 85. С. 96—113.
11. Ланцош К. Практические методы прикладного анализа. Москва: Физматгиз, 1961. 524 с.

Надійшло до редакції 05.07.2017

REFERENCES

1. Kostitsyn, V. I. (2002). Methods of the accuracy increasing and the geological efficiency of the detailed gravity prospecting. Perm: Izd-vo PGU, PSI, PSSGK (in Russian).
2. Berezkin, V. M. (1968). Method of the analytical continuation of the full vertical gravity gradient for evaluation of the disturbing masses distribution within the Earth's crust volume. Izv. VUZov. Ser. Geologiya i razvedka, No. 12, pp. 104-110 (in Russian).
3. Kobrunov, A. I. (2006). On the meaningful and effective interpretation models in the gravity prospecting. Procedings of the 33rd session of International seminar by D.G. Uspensky name. The issues of the theory and practice of geological interpretation of the gravity, magnetic and electrical fields (pp. 143-148), Ekaterinburg: Institute of geophysics of Ural branch of RAS (in Russian)
4. Maslov, V. P. (1967). Regularization of incorrect problems for the singular integral equations. Doklady AN SSSR, 176, No. 5, pp. 1012-1014 (in Russian).
5. Mudretsova, E. A. & Veselov, K. E. (Eds.). (1990). Gravity prospecting: A geophysicist manual. Moscow: Nedra (in Russian).
6. Chernyi, A. V. (1991). Selected problems of gravimetry and gravity prospecting and the methods of its solution. (Unpublished of doctor thesis). S.I. Subbotin Institute of Geophysics of the NAS of Ukrain, Kiev, Ukraine (in Russian).
7. Berezkin, V. M., Kirichek, M. A. & Kunarev, A. A. (1978). The use of the geophysical methods of exploration for the direct prospecting of the oil and gas deposits. Moscow: Nedra (in Russian).
8. Sorokin, L. V. (1953). Gravimetry and gravity prospecting. Moscow: Gostoptechizdat (in Russian).
9. Kudriavtsev, L. D. (1981). The course of the mathematical analysis: A tutorial for students of univ. and tech. univ. Moscow: Vyisshaya shkola, Vol. 2 (in Russian).
10. Strakhov, V. N., Grigorieva, O. M. & Lapina, M. I. (1977). Definition of singular points for two-dimensional potential fields. Prikladnaya geofizika, Iss. 85, pp. 96-113 (in Russian).
11. Lanczos, K. (1961). Applied analysis. Moscow: Fizmatgiz (in Russian).

Received 05.07.2017

Ю.И. Дубовенко

Институт геофизики им. С.И. Субботина НАН Украины, Киев
E-mail: nemishayeve@ukr.net

МОДИФИКАЦИЯ МЕТОДА БЕРЕЗКИНА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОСОБЫХ ТОЧЕК АНОМАЛИЙ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ

Введены новые аналитические конструкции функции Березкина для решения задачи аналитического продолжения значений силы тяжести в полосу. Эти конструкции получены путём преобразований частичной суммы ряда Фурье, приближающей значения элементарного решения уравнения Лапласа для силы тяжести. Оценена скорость спадания коэффициентов ряда Фурье. Посредством разностного анализа обоснован способ интерполяции необходимого количества членов ряда Фурье с заданной точностью. Указан практический алгоритм для вычислений функций Березкина с повышенной точностью. Этот способ вычислений является численно устойчивым к ошибкам дифференцирования.

Ключевые слова: *метод Березкина, особые точки, аналитическое продолжение, сила тяжести, градиент силы тяжести, уравнение Лапласа, аномалии, ряд Фурье.*

Yu.I. Dubovenko

S.I. Subbotin Institute of Geophysics of the NAS of Ukraine, Kiev
E-mail: nemishayeve@ukr.net

MODIFICATION OF THE BEREZKIN METHOD
FOR THE DETERMINATION OF THE SINGULAR POINTS
FOR GRAVITY ANOMALIES

New analytical expressions of the Berezkin function are introduced in order to solve the problem of the analytical continuation for the gravity values within the stripe. These expressions are obtained with the help of the analytical transformation of a Fourier series partial sum, which approximates the values of the fundamental solution of the Laplace equation for the gravity. The decrement rate for the coefficients of the Fourier series is evaluated. By means of the differential analysis, the technique of interpolation with the given accuracy of the relevant number of Fourier series terms is substantiated. A practical algorithm for calculations of the Berezkin function with the given precision is presented. This computational technique has a numerical stability to the differentiation errors.

Keywords: *Berezkin method, singular points, analytical continuation, gravity, gravity gradient, Laplace equation, anomalies, Fourier series.*