doi: https://doi.org/10.15407/dopovidi2017.03.034 УДK 539.3

## Н.П. Семенюк, Н.Б. Жукова, Н.И. Иванова

Институт механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины, Киев E-mail: zhukova  $\,$ n@ukr.net

# О влиянии локальных прогибов на устойчивость и закритическое поведение композитных цилиндрических оболочек при внешнем давлении

Представлено членом-корреспондентом НАН Украины В.М. Назаренко

Предложена методика расчета устойчивости и закритического поведения композитных цилиндрических оболочек с локальными несовершенствами при внешнем давлении. При ее разработке использованы уравнения теории оболочек Тимошенко—Миндлина, соотношения асимптотического метода Бискова—Хатчинсона, метода непрерывного продолжения для решения нелинейных алгебраических уравнений. Локальные прогибы аппроксимируются тригонометрическими рядами Фурье. При определении критических нагрузок и траектории деформирования находится количество взаимодействующих мод, достаточное для получения удовлетворительного по точности результата.

**Ключевые слова**: цилиндрические оболочки, локальные несовершенства, устойчивость, закритическое поведение, взаимодействие мод.

Влияние начальных геометрических несовершенств на устойчивость оболочек из композитов исследовалось во множестве работ [1, 2]. Однако по некоторым формам несовершенств не достаточно информации в специальной литературе. В частности, к малоизученному типу несовершенств относятся локальные, расположенные на каком-либо ограниченном участке поверхности оболочки.

Как показано в работах [3—6], весьма информативными при решении задач устойчивости и начального закритического поведения оболочек с несовершенствами малой амплитуды могут быть асимптотические методы.

В настоящей статье один из таких методов применяется к решению задачи о нелинейном деформировании композитных цилиндрических оболочек, имеющих локальный прогиб с переменной геометрией по двум координатам. При его разработке использованы уравнения теории оболочек Тимошенко—Миндлина, вариант которой изложен в работах [7—9], основные соотношения асимптотического метода Бискова—Хатчинсона [3, 4], метода непрерывного продолжения для решения нелинейных алгебраических уравнений, предложенного в работах Давиденко [10, 11]. Локальный прогиб задается в виде двойного тригонометрического ряда Фурье. Каждый член такого ряда в предлагаемом варианте является собствен-

© Н.П. Семенюк, Н.Б. Жукова, Н.И. Иванова, 2017

ной функцией линеаризованной однородной задачи. Коэффициенты Фурье при этом равны амплитудам мод геометрических несовершенств, к исследованию взаимодействия которых сводится рассматриваемая задача. Кроме того, в отличие от [6], в разрабатываемом подходе определяется количество взаимодействующих мод, необходимое для получения удовлетворительного по точности результата.

Многомодальные несовершенства оболочек из композиционных материалов, не связанные с начальными локальными прогибами, учитывались в задачах устойчивости при обсуждении их влияния на критические нагрузки и характер закритического поведения в работах авторов [12, 13]. Представленные в настоящей статье результаты являются дополнением и развитием полученных в указанных работах.

**Разрешающие уравнения.** Рассмотрим слоистую цилиндрическую оболочку радиуса R с общей толщиной t и длиной L, которая нагружена системой сил, пропорциональных некоторому параметру  $\lambda$ . Следуя работам [3], для описания напряженно-деформированного состояния оболочки введем векторы U,  $\varepsilon$ ,  $\sigma$ , которые представляют соответственно перемещения, компоненты деформаций и совокупность усилий и моментов, действующих на оболочку.

Если поле начальных несовершенств характеризуется вектором  $\bar{U}$ , то выражения для деформаций и обобщенных перемещений оболочки с несовершенствами можно записать как

$$\varepsilon(U, \overline{U}) = \varepsilon(U + \overline{U}) - \varepsilon(U), \quad \Delta(U, \overline{U}) = \Delta(U + \overline{U}) - \Delta(U). \tag{1}$$

Вектор напряжений  $\sigma$  связан с вектором деформаций  $\varepsilon(U, \overline{U})$  матрицей коэффициентов жесткости B

$$\sigma = B\varepsilon(U, \bar{U}). \tag{2}$$

Соотношение принципа виртуальных работ запишется в виде

$$\sigma \varepsilon'(U, \bar{U}) \delta U - \lambda \Delta'(U, \bar{U}) \delta U = 0, \tag{3}$$

где  $\epsilon'$  и  $\Delta'$  обозначают производные Фреше по перемещению U от  $\epsilon$  и  $\Delta$  .

Примем, что докритическое напряженно-деформированное состояние оболочки представляется с помощью векторов  $U_0, \varepsilon_0, \sigma_0$  при  $\lambda=1$ . Предположим, что оболочка теряет устойчивость при критической нагрузке, которой соответствует M собственных форм или же этим формам соответствуют близкие собственные значения. Тогда  $\lambda_i$  — это критический параметр нагрузки, соответствующий i-й форме выпучивания, а  $\xi_i$  — амплитуда этой моды выпучивания  $U_i$ .

Величины  $\lambda_i$  и  $U_i$  могут быть определены из уравнений, полученных при линеаризации (1)—(3) в окрестности нагрузки бифуркации

$$\sigma_i \varepsilon'(0) \delta U + \lambda_i \sigma_0 \varepsilon'' U_i \delta U - \lambda_i \Delta'' U_i \delta U = 0, \tag{4}$$

$$\sigma_i = B\varepsilon_i, \tag{5}$$

$$\varepsilon_i = \varepsilon'(0)U_i, \quad i = 1, \dots, M. \tag{6}$$

Эти M форм ортогональны

$$\sigma_0 \varepsilon'' u_i u_j - \Delta'' u_i u_j = 0, \quad i \neq j.$$

Амплитуды  $\xi_i$  мод  $U_i$  при решении однородной задачи (4)—(6) остаются неопределенными и могут быть найдены только при решении исходной нелинейной задачи (1)—(3).

В соответствии с [5] поле перемещений идеальной оболочки представим в виде

$$U = \lambda U_0 + \xi_i U_i + \xi_i \xi_i U_{ii} + \dots, \tag{7}$$

а поле начальных несовершенств  $ar{U}$  — в виде разложения

$$\overline{U} = \overline{\xi}_i U_i, \tag{8}$$

где  $\overline{\xi_i}$  — амплитуда несовершенства в виде i-й моды.

Используя разложение (7) в соотношениях (1) и (2), получим соответствующие разложения напряжений и деформаций

$$\sigma = \lambda \sigma_0 + \xi_i \sigma_i + \xi_i \xi_j \sigma_{ij} + \dots , \quad \varepsilon = \lambda \varepsilon_0 + \xi_i \varepsilon_i + \xi_i \xi_j \varepsilon_{ij} + \dots . \tag{9}$$

В (7), (9) и ниже принимается правило суммирования по повторяющимся индексам. Малость параметров  $\xi_i$  следует из того, что при  $\lambda \to \lambda_i$  будет  $\xi_i \to 0$ . Перемещения  $U_{ij}$  ортогональны к модам выпучивания

$$\sigma_0 \varepsilon'' U_i U_{kl} - \Delta'' U_i U_{kl} = 0, \quad i = 1, ..., M, \quad k = 1, ..., M, \quad l = 1, ..., M.$$
 (10)

Подставляя (7), (9) в (3) и учитывая, что

$$\sigma_{ij} = B\epsilon_{ij}, \qquad \epsilon_{ij} = \epsilon'(0)U_{ij} + \frac{1}{2}\epsilon''U_iU_j, \tag{11}$$

получаем

$$\lambda \sigma_0 \varepsilon'(0) \delta U - \lambda \Delta'(0) \delta U + \xi_i [\sigma_i \varepsilon'(0) \delta U + \lambda \sigma_0 \varepsilon'' u_i \delta U - \lambda \Delta'' u_i \delta U] +$$

$$+ \xi_{i} \xi_{j} \Big[ \sigma_{ij} \varepsilon(0) \delta U + \sigma_{i} \varepsilon'' U_{j} \delta U + \lambda \sigma_{0} \varepsilon'' U_{ij} \delta U - \lambda \Delta'' u_{ij} \delta U \Big] +$$

$$+ \xi_{i} \xi_{j} \xi_{k} \Big[ \sigma_{i} \varepsilon'' U_{ik} \delta U + \sigma_{ij} \varepsilon'' U_{k} \delta U + H \varepsilon'' U_{i} U_{ik} \varepsilon'(0) \delta U \Big] + \dots = 0.$$
(12)

Так как  $\lambda \sigma_0 \varepsilon'(0) \delta u - \lambda \Delta'(0) \delta u = 0$ , выражение (12) приводится к виду

$$\xi_{i}(\lambda - \lambda_{i})(\sigma_{0}\varepsilon''U_{i}\delta U - \Delta''U_{i}\delta U) + \xi_{i}\xi_{j}L_{ii}(\lambda) + \xi_{i}\xi_{j}\xi_{k}L_{iik} + \dots = 0,$$

$$(13)$$

где

$$L_{ij}(\lambda) = \sigma_{ij} \varepsilon'(0) \delta U + \sigma_i \varepsilon'' U_j \delta U + \lambda \sigma_0 \varepsilon'' U_{ij} \delta U - \lambda \Delta'' U_{ij} \delta U,$$

$$L_{ijk} = \sigma_i \varepsilon'' U_{jk} \delta U + \sigma_{ij} \varepsilon'' U_k \delta U + H \varepsilon'' U_i U_{jk} \varepsilon'(0) \delta U.$$
(14)

Вариационное уравнение относительно полей второго порядка  $U_{ij}, \mathbf{\epsilon}_{ij}, \mathbf{\sigma}_{ij}$  может быть получено из (13) в виде

$$\sigma_{ij}\varepsilon'(0)\delta U + \lambda\sigma_0\varepsilon''U_{ij}\delta U - \lambda\Delta'''U_{ij}\delta U = -\frac{1}{2}(\sigma_i\varepsilon''U_j\delta U + \sigma_j\varepsilon''U_i\delta U). \tag{15}$$

В уравнение (15) входит параметр  $\lambda$ . Авторы метода [5] предлагают использовать в качестве  $\lambda$  наименьшее из совокупности  $\lambda_i$ .

Найдя решение однородной (4)—(6) и неоднородной (11), (15) краевых задач, мы получаем возможность исследовать нелинейное деформирование оболочки с несовершенствами. Для определения амплитуд  $\xi_i$  из уравнения (13) (где полагаем  $\delta U = U_1$ ), получаем систему нелинейных алгебраических уравнений:

$$\xi_r \left( 1 - \frac{\lambda}{\lambda_r} \right) + \xi_i \xi_j \, a_{ijr} + \xi_i \xi_j \xi_k \, b_{ijkr} = \overline{\xi_r} \, \frac{\lambda}{\lambda_r}, \quad r = 1, ..., M,$$

$$\tag{16}$$

где

$$a_{ijr} = -\frac{A_{ijr}}{2D}, \ b_{ijr} = -\frac{B_{ijkr}}{D},$$
 (17)

$$A_{ijr} = \sigma_r \varepsilon'' u_i u_j + 2\sigma_i \varepsilon'' u_j u_r, \qquad D = \lambda_r (\sigma_0 \varepsilon'' u_r^2 - \Delta'' u_r^2),$$

$$B_{ijkr} = \frac{1}{2} (\sigma_i \varepsilon'' u_r u_{jk} + \sigma_{ij} \varepsilon'' u_k u_r + \sigma_r \varepsilon'' u_i u_{jk} + \sigma_{ir} \varepsilon'' u_j u_k + 2\sigma_i \varepsilon'' u_j u_{kr}).$$

Система асимптотических уравнений (16) позволяет исследовать нелинейное деформирование конструкций с несовершенствами в докритическом состоянии, при расчете бифуркационных и предельных точек, а также начального закритического поведения с учетом взаимодействия различных мод выпучивания. Кроме того, система (16) может быть применена в случае совпадающих, почти совпадающих или существенно различающихся мод.

Необходимо также отметить, что использованная форма записи уравнений дает возможность применить их к расчету любых конструкций с помощью какой-либо прикладной теории.

**Решение для цилиндрической оболочки**. Используем приведенную методику расчета для исследования устойчивости и закритического поведения шарнирно-опертых слоистых композитных цилиндрических оболочек при внешнем давлении. Для описания их напряженно-деформированного состояния применяем вариант нелинейной теории оболочек Тимошенко—Миндлина, приведенный в [7]. Оболочки имеют локальные геометрические несовершенства, которые аппроксимируются тригонометрическими рядами Фурье.

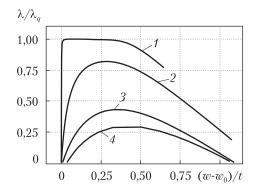
Будем рассматривать оболочки средней толщины (R/t=90), средней длины (L/R=2), состоящие из 10 элементарных слоев армированного волокнами стеклопластика (GFRP) или углепластика (CFRP) толщиной 0,001 м. В приведенных ниже примерах расчета принимается один из характерных для практики способов распределения направлений армирования по толщине  $(0^0, 45^0, 90, -45^0, 0^0, 0^0 45^0, 90^0, -45^0, 9^0)$ . Механические характеристики элементарных слоев материала приняты такими:

для углепластика —  $E_{11}=0.161\cdot 10^6$  МПа,  $E_{22}=0.115\cdot 10^5$  МПа,  $G_{12}=0.717\cdot 10^4$  МПа,  $G_{13}=0.717\cdot 10^4$  МПа,  $G_{23}=0.7\cdot 10^4$  МПа,

для стеклопластика —  $E_{11}=0.454\cdot 10^5\,\mathrm{M}\Pi$ а,  $E_{22}=0.109\cdot 10^5\,\mathrm{M}\Pi$ а,  $G_{12}=0.424\cdot 10^4\,\mathrm{M}\Pi$ а,  $G_{13}=0.436\cdot 10^4\,\mathrm{M}\Pi$ а,  $G_{23}=0.384\cdot 10^4\,\mathrm{M}\Pi$ а,  $V_{12}=0.26$ .

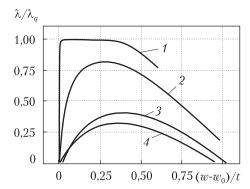
Для рассматриваемых оболочек значения жесткостей для углепластика  $C_{11}$  = 88,36, для стеклопластика —  $C_{11}$  = 28,671 MH/м.

При внешнем давлении углепластиковая оболочка теряет устойчивость при  $\lambda_q=0.0300$ ; (  $m=1,\ n=6$  ), b=-0.05143;  $\sigma_c=29.453$  МПа; стеклопластиковая — при  $\lambda_q=0.0347$ ; (  $m=1,\ n=6$  ), b=-0.0439;  $\sigma_c=11.07$  МПа.



№	الع	$\lambda_s/\lambda_q$			
1	0,001	1,0			
2	0,1	0,8177			
3	0,5	0,4331			
4	0,8	0,2934			

**Puc. 1.** Зависимость между интенсивностью давления и прогибом средины стеклопластиковых оболочек



№	ļw,	$\lambda_s/\lambda_q$			
1	0,001	1,0			
2	0,1	0,817			
3	0,5	0,409			
4	0,8	0,325			

**Puc. 2.** Зависимость между интенсивностью давления и прогибом средины углепластиковых оболочек

## Таблица 1

M	$\lambda_{i}$	m	n	$\overline{\xi_i}$	M	$\lambda_{i}$	m	n	$\overline{\xi_i}$	
1	0,34760E-0	1	6	0,11861E-01	8	0,10284E+00	1	4	0,15515E-01	
2	0,37401E-01	1	7	0,97240E-02						
3	0,44712E-01	1	8	0,75484E-02	16	0,38480E+00	1	25	0.15315E-02	
4	0,44769E-01	1	5	0,13832E-01	17	0,42285E+00	1	3	0.16802E-01	
5	0,54462E-01	1	9	0,54576E-02	18	0,42824E+00	5	8	0.15097E-02	
6	0,65921E-01	1	10	0,35607E-02	19	0,60240E+00	5	7	0.19448E-02	
7	0,78811E-01	1	11	0,19453E-02	20	0,66262E+00	3	5	0.46108E-02	

#### Таблица 2

M	1	 11	13	15	17	19	21	23	25
$\lambda_S/\lambda_q$	0,951	 0,853	0,853	0,853	0,819	0,819	0,818	0,818	0,818

Здесь также приведены значения критического напряжения  $\sigma_c$  и коэффициента чувствительности b оболочек рассматриваемой конфигурации к несовершенствам в виде моды выпучивания, полученные по методике, изложенной в работах [1, 7].

Для оценки достоверности получаемых результатов с помощью изложенной методики рассмотрим их сходимость при увеличении количества удерживаемых мод. В табл. 1 приведен отрезок спектра собственных значений ( $\lambda_i$ ) линеаризованной задачи и числа m, n, определяющие форму соответствующей моды совершенной стеклопластиковой оболочки при внешнем давлении, а также амплитуды  $\overline{\xi_i}$ , равные коэффициентам Фурье при аппроксимации несовершенства соответствующим рядом.

Отношение  $\lambda_1/\lambda_{20}$  равно 0,0524. В таком же отношении уменьшается коэффициент  $\lambda/\lambda_i$  при амплитуде  $\overline{\xi_i}$  в уравнениях (16). В табл. 2 приведены отношения  $\lambda_s/\lambda_q$ , где  $\lambda_q=\lambda_1$  табл. 1. Как видим, значения отношений  $\lambda_s/\lambda_q$  почти не изменяются, начиная с M=17.

Отсюда следует, что при внешнем давлении можно применять разработанную расчетную модель к анализу влияния локальных несовершенств на значения критических параметров.

Представленные ниже результаты расчета на устойчивость стеклопластиковых и углепластиковых оболочек с несовершенствами получены в приближении, соответствующем точности данных табл. 2.

Если несовершенства имеют классическую модальную форму, то при  $\overline{\xi}=0,1$  отношение  $\lambda_s/\lambda_q=0,867.$ 

На рис. 1 приведены равновесные кривые для стеклопластиковой оболочки. Кривая 1 получена при  $\overline{\xi}=0,001$ , кривая 2- при  $\overline{\xi}=0,1$ , кривая 3- при  $\overline{\xi}=0,5$ , кривая 4- при  $\overline{\xi}=0,8$ . Кривые на рис. 2 отражают характер деформирования аналогичных углепластиковых оболочек. По оси абсцисс на рис. 1 и 2 отложены значения отношения прогиба оболочки к толщине в точке L/2 при угловой координате  $\phi=0$ , по оси ординат — отношения  $\lambda/\lambda_q$ . Отметим, что при построении графиков линейная часть прогиба  $w_0$  не учитывается. На рис. 1 и 2 также приведены таблицы, которые показывают максимальные значения отношения предельной нагрузки оболочки с локальным прогибом к критической нагрузке идеальной оболочки при рассматриваемых амплитудах начального прогиба.

При внешнем давлении кривые равновесных состояний стеклопластиковых оболочек на закритическом участке траектории незначительно отличаются от кривых, полученных для оболочек из углепластика. Для почти идеальной оболочки в обоих случаях на начальном закритическом участке наблюдается рост прогибов при неизменной нагрузке. Затем увеличение прогибов происходит при снижении нагрузки.

Установлено, что асимптотический метод Бискова—Хатчинсона можно использовать для исследования нелинейного деформирования, включая определение предельных нагрузок ортотропных цилиндрических оболочек с локальными начальными прогибами малых участков поверхности. Несовершенства подобного рода описываются двойными тригонометрическими рядами Фурье. Показано, что при вычислениях следует учитывать в этих рядах ограниченное количество членов в соответствии с процедурой, обеспечивающей сходимость получаемых результатов.

#### ШИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- 1. Баженов В.А., Семенюк Н.П., Трач В.М. Нелінійне деформування, стійкість і закритична поведінка анізотропних оболонок. Київ: Каравела, 2010. 352 с.
- 2. Elishakoff I. Probabilistic resolution of the twentieth century conundrum in elastic stability. *Thin-Walled Struct*. 2012. **59**. P. 35—57.
- 3. Budiansky B. Theory of Buckling and Post-buckling Behavior of Elastic Structures. *Adv. Appl. Mech.* 1974. **14.** P. 2—65.
- 4. Byskov E. Mode Interaction in Structures-An Overview. Proc. CD-ROM of the Sixth World Congress of Computational Mechanics, Tsinghua University, China (September 2004).
- 5. Byskov E., Hutchinson J.W. Mode interaction in axially stiffened cylindrical shells. *AIAA J.* 1977. **16**, № 7. P. 941—948.
- 6. Koiter W.T. General theory of mode interaction in stiffened plate and shell structures. Report WTHD 91. Holland, Delft University of Technology, 1976.
- 7. Ванин Г.Л., Семенюк Н.П. Устойчивость оболочек из композиционных материалов с несовершенствами. Киев: Наук. думка, 1987. 200 с.
- 8. Semenyuk N.P. Nonlinear deformation of Shells with Finite Angles of Rotation and Low Elastoplastic Strains. *Int. Appl. Mech.* 2015. **51**, № 2. P. 149—158.
- 9. Semenyuk N.P., Zhukova N.B., Trach V.M. The Theory of Stability of Cylindrical Composite Shells Revisited. *Int. Appl. Mech.* 2015. **51**, № 4. P. 449–460.
- 10. Григолюк Э.И., Шалашилин В.И. Проблемы нелинейного деформирования: Метод продолжения решения по параметру в нелинейных задачах механики твердого тела. Москва: Наука, 1988. 232 с.
- 11. Давыденко Д.Ф. Об одном новом методе численного решения нелинейных уравнений. *ДАН СССР*. 1953. **88**, № 4. С. 196—206.
- 12. Семенюк Н.П., Жукова Н.Б. Влияние взаимодействия форм выпучивания на оптимальные проекты слоистых цилиндрических оболочек из композитов. *Механика композитных материалов*. 1993. **29**, № 3. С. 355—360.
- 13. Семенюк Н.П., Жукова Н.Б. О двух методах расчета на устойчивость оболочек с одно- и многомодальными несовершенствами. *Прикл. механика*. 1996. **32**, № 1. С. 25—30.

#### REFERENCES

- 1. Bazhenov, V.A., Semenyuk, N.P., & Trach, V.M. (2010). Nonlinear deformation, stability and postbuckling behavior of anisotropic shells. Kiev: Caravela (in Ukrainian).
- 2. Elishakoff, I. (2012). Probabilistic resolution of the twentieth century conundrum in elastic stability. Thin-Walled Struct. 59, pp. 35-57.
- 3. Budaiansky, B. (1974). Theory of Buckling and Post-buckling Behavior of Elastic Structures. Adv. Appl. Mech., 14, pp. 2-65.
- 4. Byskov, E. (2004, September). Mode Interaction in Structures-An Overview. Proceedings CD-ROM of the 6th World Congress of Computational Mechanics, Tsinghua University, China.
- Byskov, E. & Hutchinson, J. W. (1977) Mode interaction in axially stiffened cylindrical shells. AIAA J., 16, No. 7, pp. 941-948.
- 6. Koiter, W. T. (1976). General theory of mode interaction in stiffened plate and shell structures. Report WTHD 91. Holland, Deft University of Technology.
- 7. Vanin, G.A., Semenyuk, N.P. (1987). Stability of Composite Shells with Imperfections. Kyiv: Naukova Dumka (in Russian).
- 8. Semenyuk, N. P. (2015). Nonlinear deformation of Shells with Finite Angles of Rotation and Low Elastoplastic Strains. Int. Appl. Mech., 51, No. 2, pp. 149-158. doi: https://doi.org/10.1007/s10778-015-0680-z
- 9. Semenyuk, N. P., Zhukova, N. B. & Trach, V. M. (2015). The Theory of Stability of Cylindrical Composite Shells Revisited. Int. Appl. Mech., 51, No. 4, pp. 449-460. doi: https://doi.org/10.1007/s10778-015-0706-6.
- 10. Grigolyuk, E.I., & Shalashilin, V.I. (1988). The problem of nonlinear deformation: the parameter continuation method in nonlinear tasks of mechanics of solid body. Moscow: Nauka (in Russian).
- 11. Davydenko, D. F. (1953). On a new method for the numerical solution of nonlinear equations. DAN USSR, 88, No. 4, pp. 196-206 (in Russian).

- 12. Semenyuk, N. P. (1993). Journal Mechanics of Composite Materials, 29, No. 3, pp. 355-360.
- 13. Semenyuk, N. P. (1996). On two methods of calculating the stability of shells with single and multimodal imperfections. Prikladnay Mekhanika, 32, No. 1, pp. 25-30 (in Russian).

М.П. Семенюк, Н.Б. Жукова, Н.І. Іванова

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України, Київ E-mail: zhukova n@ukr.net

ПРО ВПЛИВ ЛОКАЛЬНИХ ПРОГИНІВ НА СТІЙКІСТЬ ТА ЗАКРИТИЧНУ ПОВЕДІНКУ КОМПОЗИТНИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК ПРИ ЗОВНІШНЬОМУ ТИСКУ

Наведено методику розрахунку стійкості та закритичної поведінки композитних циліндричних оболонок з локальними недосконалостями при зовнішньому тиску. При її розробці використовуються рівняння теорії оболонок Тимошенка—Міндліна, співвідношення асимптотичного методу Біскова—Хатчинсона, методу неперервного продовження для розв'язання нелінійних алгебраїчних рівнянь. Локальні прогини апроксимуються тригонометричними рядами Фур'є. При визначенні критичних навантажень та траєкторії деформування знаходиться кількість взаємодіючих мод, яка є достатньою для отримання задовільного за точністю результату.

**Ключові слова:** циліндричні оболонки, локальні недосконалості, стійкість, закритична поведінка, взаємодія мод.

N.P. Semenyuk, N.B. Zhukova, N.I. Ivanova

S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the NAS of Ukraine, Kiev E-mail: zhukova n@ukr.net

ON THE INFLUENCE OF LOCAL DEFLECTIONS ON THE STABILITY AND THE POSTBUCKLING BEHAVIOR OF COMPOSITE CYLINDRICAL SHELLS UNDER EXTERNAL PRESSURE

The method of calculation of the stability and the postbuckling behavior of composite cylindrical shells with local imperfections under external pressure is offered. At its development, the equations of the Timoshenko—Mindlin theory of shells, the relations of the asymptotic method by Byskov—Hutchinson, and the method of a continuous prolongation for the solution of non-linear algebraic equations are used. The local imperfections are approximated by trigonometric Fourier series. At the determination of critical loads and the trajectory of deformation, the number of interacting modes, which is sufficient for deriving the result of a necessary accuracy, is found.

**Keywords:** cylindrical shells, local imperfections, stability, postbuckling behavior, mode interaction.