

doi: <https://doi.org/10.15407/dopovidi2017.09.033>

УДК 532.516

І.В. Вовк¹, Я.П. Троценко²

¹ Інститут гідромеханіки НАН України, Київ

² Київський національний університет ім. Тараса Шевченка

E-mail: yaroslav.p.trotsenko@gmail.com

Особливості потоку рідини в циліндричному каналі зі стенозами

Представлено академіком НАН України В.Т. Грінченком

Досліджено течію в'язкої нестисливої рідини у циліндричному каналі з двома послідовно розташованими звуженнями (стенозами) на основі чисельного розв'язання нестационарних рівнянь Нав'є—Стокса. Показано, що в системі виникають вихрові структури, які спричиняють стійкі періодичні автоколивання профілю швидкості на виході з отвору другого стенозу.

Ключові слова: канал зі стенозами, вихрові структури, автоколивання.

Течія рідини (газу) в нерегулярних каналах широко зустрічається як в природі, так і в технічних приладах: судини кровоносної системи людини, бронхіальні дерева, труби для транспортування технічних середовищ, вентиляційні системи тощо. Нерідко виникають випадки, коли потік, зустрічаючи на своєму шляху перешкоди (нерегулярності), починає генерувати акустичні коливання, тобто частина його енергії перетворюється у звукову [1, 2]. На сьогодні в передових у технологічному плані країнах проводяться інтенсивні дослідження таких процесів, а отримані результати мають велике практичне значення в різноманітних областях науки і техніки. Добре відомими є роботи, наприклад [3, 4], направлені на вивчення процесів збудження звуку при протіканні крові в судинах та при русі повітря в бронхіальній системі людини.

Проблема генерування тональних звуків потоком в нерегулярних каналах є складною при вивченні її як в експериментальному так і теоретичному плані. У зв'язку з цим, на даний момент ще не достатньо кількісних даних про зв'язки рівнів і характеру шумів, що виникають у каналах такого типу, із геометричними та фізичними характеристиками відповідних каналів.

Метою даної роботи є дослідження особливостей течії потоку в циліндричному каналі з двома різкими звуженнями (стенозами), а саме: моделювання даного процесу та чисельний розрахунок, аналіз розвитку потоку в часі, виявлення фізичних причин, що здатні призводити до появи автоколивальних рухів середовища і, як наслідок, до появи тональних звуків.

© І.В. Вовк, Я.П. Троценко, 2017

ISSN 1025-6415. Допов. Нац. акад. наук Укр. 2017. № 9

33

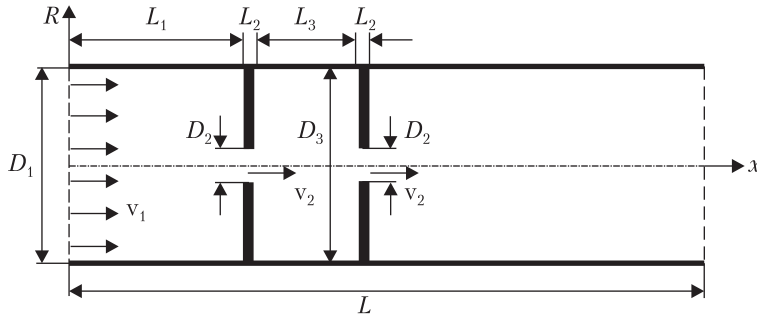


Рис. 1. Геометрія розрахункової області.

Постановка задачі. Розглядається течія рідини у напівнескінченному циліндричному каналі з двома послідовно розташованими стенозами (рис. 1). Вважається, що поверхня каналу та стінки стенозів нерухомі

й абсолютно жорсткі. Потік рідини з густиною ρ потрапляє в розрахункову область з рівномірною швидкістю v_1 через ліву межу $x = 0, 0 \leq R \leq R_1$ та покидає її через праву $x = L, 0 \leq R \leq R_1$.

Задача розв'язується з використанням моделі в'язкої нестисливої рідини із застосуванням наступних гіпотез: потужність акустичних коливань, що породжуються потоком, значно менша за потужність самого потоку і породжений звук не впливає на його характер. Це припущення справедливе для даної задачі, оскільки розміри джерел звуку, що породжується потоком, тобто розміри стенозів та міжстенозної порожнини, малі в порівнянні з довжиною звукової хвилі.

Основним параметром задачі є число Рейнольдса, яке можна визначити як $Re = v_2 D_2 / \nu$, де v_2 — швидкість потоку в отворах стенозів, осереднена по вертикальному перетину, а ν — кінематична в'язкість середовища. Тоді масштабом довжини буде діаметр отвору стенозу D_2 , масштабом швидкості — швидкість v_2 , масштабом часу — величина D_2 / v_2 , а масштабом тиску — подвоєний швидкісний напір ρv_2^2 .

В межах прийнятої моделі процес описується системою нестационарних рівнянь Нав'є—Стокса, які в тензорній формі мають вигляд:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{U}\mathbf{U} = \frac{1}{Re} \nabla \cdot \nabla \mathbf{U} - \nabla p, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0, \quad (2)$$

де p — скалярне поле тиску; \mathbf{U} — векторне поле швидкості; $\mathbf{U}\mathbf{U}$ — тензор другого рангу.

Крайові умови для швидкості: рівномірний потік на вході в розрахункову область $v_1 = 0,25$ м/с, що відповідає значенню числа Рейнольдса $Re = 2700$, умова прилипання на твердих поверхнях, рівність нулю нормального градієнта на виході з розрахункової області. Для тиску задавалась рівність нулю нормального градієнту на всій межі розрахункової області окрім виходу з неї, де обирався постійний тиск. Початкові умови формулювались нульовими.

Значення геометричних параметрів обиралися такими як і в експериментальній роботі [4]: $D_2 = 2$ мм, $D_1 / D_2 = D_3 / D_2 = 9$, $L / D_2 = 75$, $L_1 / D_2 = 10$, $L_2 / D_2 = 0,5$, $L_3 / D_2 = 2,9$. Кінематична в'язкість відповідала в'язкості повітря при температурі 20°C : $\nu = 1,5 \cdot 10^{-5}$ м²/с.

Чисельний алгоритм розв'язання задачі. Рівняння руху (1), (2) розв'язувались чисельно методом скінченних об'ємів. Припускається, що рух рідини в міжстенозній порожнині близький до осесиметричного, про це свідчать експериментальні дослідження [2,5]. При

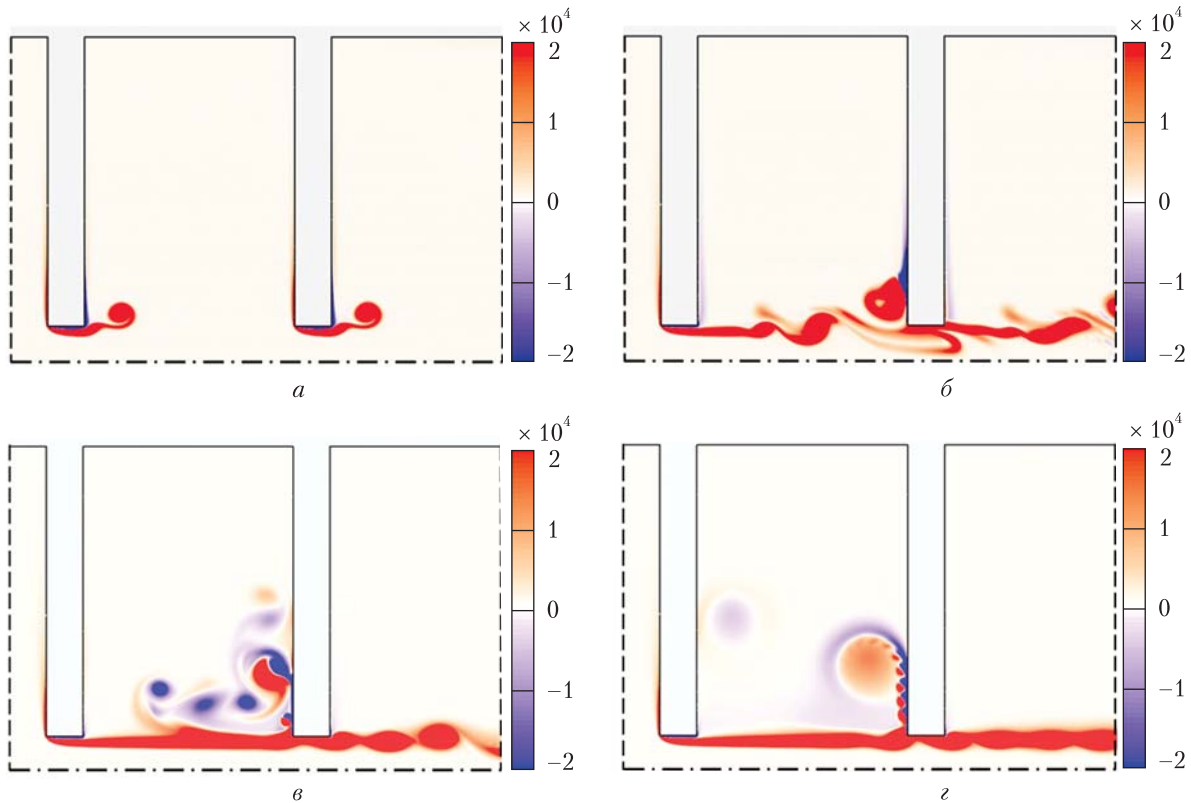


Рис. 2. Поле завихреності для чотирьох моментів часу: $a - 1,7 \cdot 10^{-4} \text{ с}$, $б - 5,5 \cdot 10^{-4} \text{ с}$, $в - 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ с}$, $г - 10^{-3} \text{ с}$

цьому повільні несиметричні коливання струменя рідини за другим стенозом суттєво не впливають на характеристики потоку в області між стенозами [6]. Тому в якості розрахункової області використовується половина поздовжнього перерізу труби.

Для дискретизації області використовували ортогональну кусково-структуровану сітку зі згущенням вузлів в отворах стенозів та при наближенні до їх стінок. Чисельне розв'язання задачі проводили з використанням бібліотек тулбоксу з відкритим кодом OpenFOAM. Для розрахунку об'ємних інтегралів по контрольному об'єму застосовували загальну процедуру Гауса. Для інтерполяції конвективних членів використовували TVD форму центральньо-різницевої схеми для векторного поля з обмежувачем типу Sweby [7]. Нормальні градієнти швидкості на поверхні елементів обчислювали із значень швидкості в центроїдах сусідніх комірок за схемою другого порядку. В якості схеми дискретизації похідної за часом використовували неявну триточкову несиметричну схему другого порядку з різницями назад.

Зв'язаний розрахунок поля швидкості і тиску проводили за допомогою процедури PISO [8]. Для розв'язання отриманої системи лінійних алгебраїчних рівнянь використовували ітераційні солвери, що побудовані методом спряжених/біспряжених градієнтів для симетричних та асиметричних матриць. В якості передумовлювача були вибрані спрощені схеми неповної факторизації Холецького та неповної LU-факторизації для симетричних і асиметричних матриць відповідно [9].

Розрахунки були виконані за підтримки обчислювального комплексу СКІТ Інституту кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України [10]. Для розпаралелювання обчислень використовувалась технологія MPI та метод декомпозиції області розв'язання [8]. Більш детально алгоритм чисельного розв'язання та обґрунтування вибору відповідних методів розглянуто у роботі [11].

Аналіз результатів обчислень. В роботах [8, 11] було показано, що в подібних динамічних системах, починаючи з деяких критичних значень числа Рейнольдса, після закінчення перехідних процесів в області між стенозами утворюється ряд вихрових структур, і внаслідок цього виникають гідродинамічні автоколивання. Водночас при відносно малих значеннях числа Рейнольдса течія в них є стаціонарною, а зсувні шари в міжстенозній області — стійкими.

Розглянемо спочатку розвиток течії в досліджуваному каналі з початкового моменту часу до його встановлення. На рис. 2 представлено поле завихреності в половині поздовжнього перерізу каналу для чотирьох моментів часу. Як видно з рис. 2 *а*, на поверхнях обох стенозів формуються ламінарні примежові шари, які, відриваючись від передніх крамок стенозів, утворюють два кільцевих вихори. Перший вихор зноситься течією до внутрішньої поверхні другого стенозу, а потім рухається вгору вздовж неї (рис. 2, *б*). При цьому, на межі струменя та міжстенозної порожнини формується кільцевий зсувний шар, а також утворюється ряд вихорів від'ємної завихреності, що рухаються вздовж струменя та збурюють його (рис. 2, *в*). Дійшовши до поверхні першого стенозу ці вихори йдуть углиб міжстенозної порожнини, формуючи другорядний вихор (рис. 2, *г*). Водночас біля поверхні другого стенозу завершується формування структури основного кільцевого вихору, який надалі продовжує розширюватись та рухатись вглиб порожнини. Також у зсувному шарі починають формуватись періодичні збурення, які формують при наближенні до другого стенозу кільцеві вихори, що зносяться в отвір другого стенозу.

Таким чином, у міжстенозній порожнині утворюється циркуляційний рух середовища, який переносить частину кінетичної енергії струменя з області його входу в отвір другого стенозу назад у зсувний шар. Цей процес можна інтерпретувати як гідродинамічний канал зворотного зв'язку, що створює умови для виникнення автоколивань в даній системі.

На рис. 3 наведені дані, що зображують зміну поля завихреності та осцилюючих частин профілів поздовжньої швидкості потоку $v_x^{(o)}$ у перетинах отвору другого стенозу S_1^{II} ($x = L_1 + L_2 + L_3$, $0 \leq R \leq R_2$) та S_2^{II} ($x = L_1 + 2L_2 + L_3$, $0 \leq R \leq R_2$) протягом одного періоду T процесу автоколивань у системі. Як видно, при наближенні до другого стенозу, струмінь приймає хвилястий характер, а в зсувному шарі утворюється послідовність вихорів. Набігаючи на отвір другого стенозу вони спричиняють симетричні відносно осі струменя коливання вертикального профілю швидкості. Ці коливання мають яскраво виражений періодичний характер та можуть бути джерелом звукових коливань.

Варто відмітити, що для течії рідини в плоскому каналі зі стенозами більш характерними є антисиметричні коливання профілю швидкості у отворі другого стенозу, оскільки відбувається почергове набігання вихорів на верхню та нижню стінки стенозів [6, 11]. В даній задачі, оскільки коливання профілю швидкості є симетричними, ефективність генерації звуку очікується вищою.

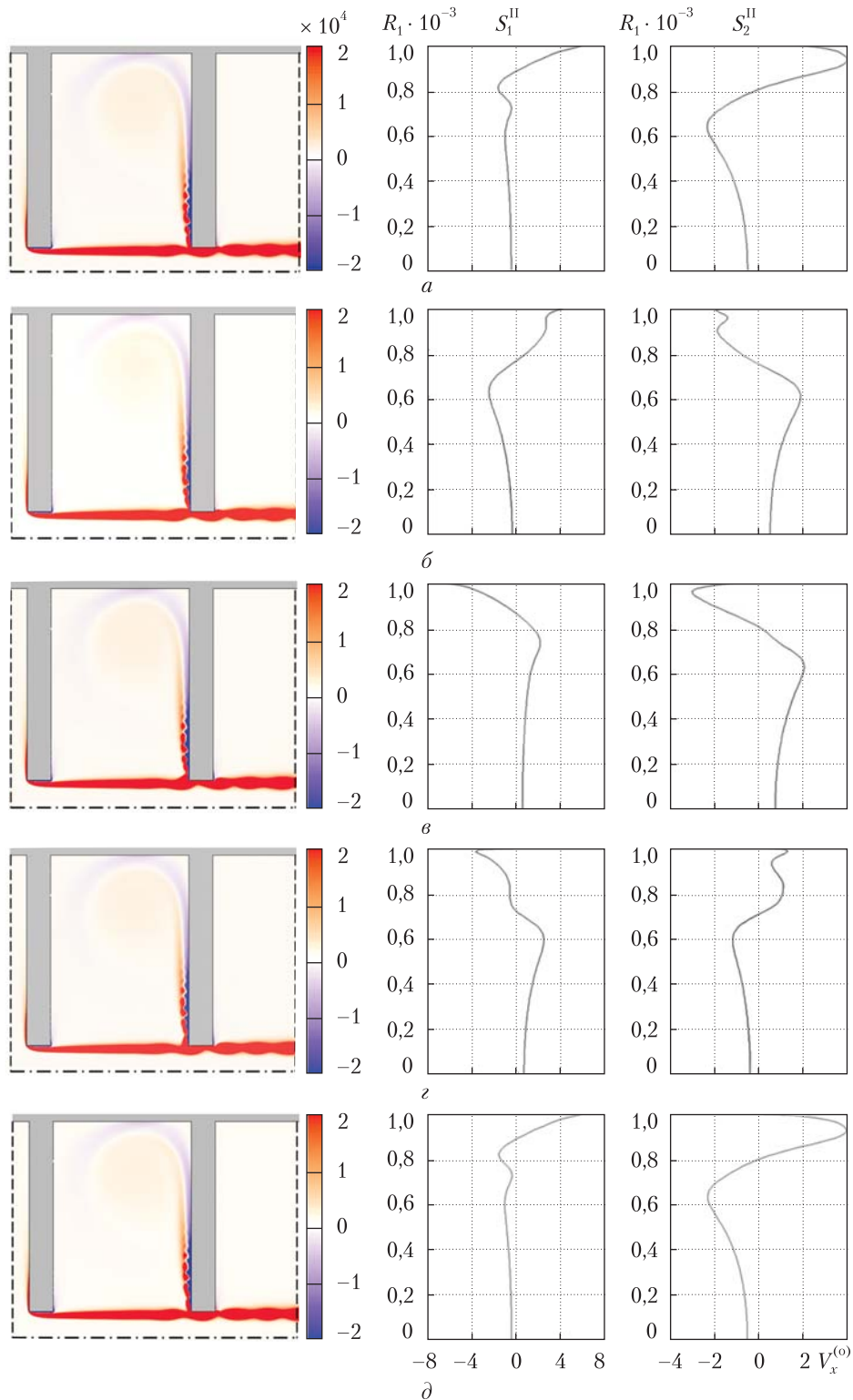


Рис. 3. Поле завихреності та осцилюючі частини повздовжньої швидкості потоку в перерізах S_1^{II} , S_2^{II} впродовж одного періоду: $a - t = 0$; $b - t = 1/4 T$; $c - t = 1/2 T$; $d - t = 3/4 T$; $e - t = T$

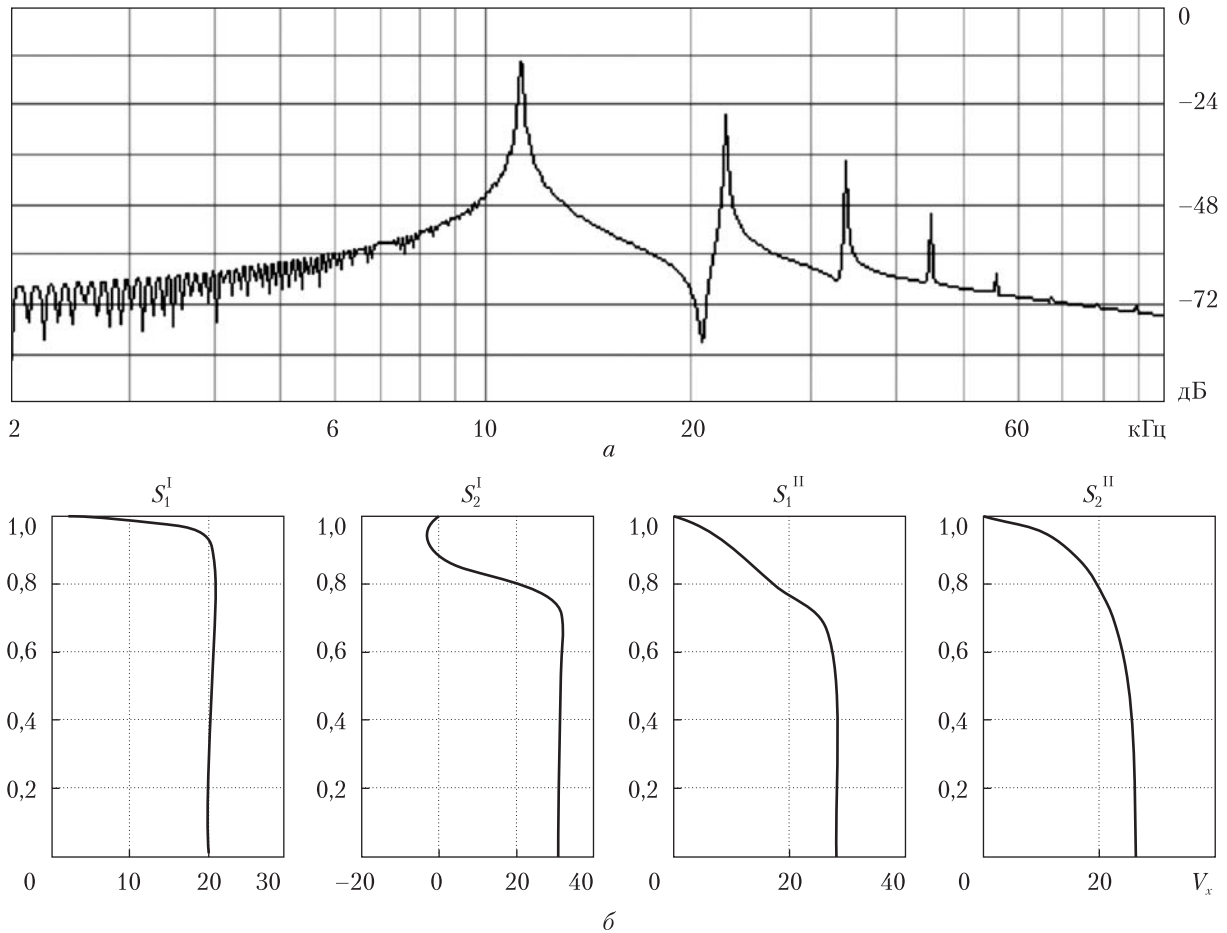


Рис. 4. Спектр коливань швидкості $v_x^{(0)}$ (а) та профілі повздовжньої швидкості v_x для чотирьох перерізів в отворах стенозів (б)

На рис. 4, а представлений амплітудно-частотний спектр коливань швидкості $v_x^{(0)}$ в точці отвору другого стенозу з координатами $x = L_1 + 2L_2 + L_3$, $R = 0,9R_2$. Видно, що в спектрі коливань також присутні гармоніки вищих порядків, проте амплітуда основної гармоніки ($\approx 11, 36$ кГц) значно переважає амплітуди інших гармонічних складових.

На рис. 4, б зображено профілі повної повздовжньої швидкості потоку v_x для достатньо великого моменту часу у вхідному та вихідному перетинах отворів першого стенозу S_1^I ($x = L_1$, $0 \leq R \leq R_2$), S_2^I ($x = L_1 + L_2$, $0 \leq R \leq R_2$) ($x = +L_1 + L_2$, $0 \leq R \leq R_2$) та другого стенозу S_1^{II} , S_2^{II} . Як видно, в перетині S_1^I примежовий шар не сформований, тоді як профіль швидкості в перетині S_2^{II} має форму характерну для течії в каналі без стенозів (профіль Пуазейля). Варто відмітити, що в перетині S_2^I в прилеглий до поверхні стенозу області напрямку руху рідини протилежний до напрямку течії в каналі. Крім того, форма профілю швидкості у перетинах отвору першого стенозу не змінюється з часом.

Таким чином, проведено пряме чисельне моделювання течії в'язкої нестисливої рідини в циліндричному каналі з двома послідовно розташованими стенозами. Проаналізовано особливості руху середовища на основі поля завихреності та профілів швидкості в отворах

стенозів. Встановлено, що при обраних параметрах системи течія рідини в області між стенозами є нестационарною. У зсувному шарі утворюється послідовний ряд вихорів, що спричиняють періодичні симетричні коливання профілю швидкості у отворі другого стенозу. Ці автоколивання можуть бути джерелом акустичних коливань у каналі.

ЦИТОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Вовк І. В., Гринченко В. Т. Звук, рожденный потоком (очерки об аэрогидродинамической акустике). Киев: Наукова думка, 2010. 221 с.
2. Hourigan K., Welsh M. C., Thompson M. C., Stokes A. N. Aerodynamic sources of acoustic resonance in a duct with baffles. *J. Fluids Struct.* 1990. 4, Iss. 4. P. 345–370. doi: [https://doi.org/10.1016/0889-9746\(90\)90130-W](https://doi.org/10.1016/0889-9746(90)90130-W)
3. Gavriely N. Breath sounds methodology. London, Tokyo: CRC Press, 1995. 203 p.
4. Басовский В.Г., Вовк И.В., Вовк О.И. О возможности генерирования тональных звуковых колебаний потоком воздуха в бронхах со стенозом. *Акуст. вісн.* 2003. 6, № 1. С. 3–21.
5. Wilson T.A., Beavers G.S., DeCoster M.A., Holger D.K., Regenfuss M.D. Experiments on the fluid mechanics of whistling. *J. Acoust. Soc. Am.* 1971. 50, Iss. 1B. P. 366–372. doi: <https://doi.org/10.1121/1.1912641>
6. Вовк І.В., Гринченко В.Т., Малюга В.С. Особенности движения среды в каналах со стенозами. *Прикл. гідромех.* 2009. 11, № 4. С. 17–30.
7. Sweby P.K. High resolution schemes using flux limiters for hyperbolic conservation laws. *J. Numer. Anal.* 1984. 21, Iss. 5. P. 995–1011. doi: <https://doi.org/10.1137/0721062>
8. Ferziger J.H., Peric M. Computational methods for fluid dynamics. Berlin: Springer, 2002. 424 p.
9. Barrett R., Berry M., Chan T.F., Demmel J., Donato J.M., Dongarra J., Eijkhout V., Pozo R., Romine C., Van der Vorst H. Templates for the solution of linear systems: Building blocks for iterative methods. Philadelphia: SIAM, 1994. 107 p.
10. Головинський А.Л., Маленко А.Л., Сергієнко І.В., Тульчинський В.Г. Енергоефективний суперкомп'ютер СКІТ-4. *Вісн. Нац. акад. наук Укр.* 2013. № 2. С. 50–59.
11. Малюга В.С. Численное исследование течения в канале с двумя последовательно расположенными стенозами. Алгоритм решения. *Прикл. гідромех.* 2010. 12, № 4. С. 45–62.

Надійшло до редакції 23.05.2017

REFERENCES

1. Vovk, I. V. & Grinchenko, V. T. (2010). The sound born flow (essay about an aerohydrodynamical acoustics). Kyiv: Naukova Dumka (in Russian).
2. Hourigan, K., Welsh, M. C., Thompson, M. C. & Stokes, A. N. (1990). Aerodynamic sources of acoustic resonance in a duct with baffles. *J. Fluids Struct.*, Vol. 4, Iss. 4, pp. 345-370. doi: [https://doi.org/10.1016/0889-9746\(90\)90130-W](https://doi.org/10.1016/0889-9746(90)90130-W)
3. Gavriely, N. (1995). Breath sounds methodology. London, Tokyo: CRC Press.
4. Basovskiy, V. G., Vovk, I. V. & Vovk, O. I. (2003). On generation of tonal sound oscillations by airflow in stenosed airway. *Akust. Visn.*, 6, No. 1, pp. 3-21 (in Russian).
5. Wilson, T. A., Beavers, G. S., DeCoster, M. A., Holger, D. K. & Regenfuss, M. D. (1971). Experiments on the fluid mechanics of whistling. *J. Acoust. Soc. Am.*, 50, Iss. 1B, pp. 366-372. doi: <http://doi.org/10.1121/1.1912641>
6. Vovk, I. V., Grinchenko, V. T. & Malyuga, V. S. (2009). Self-sustained oscillations of the flow in a duct with stenoses. *Prykl. Hidromeh.*, 11, No. 4, pp. 17-30 (in Russian).
7. Sweby, P. K. (1984). High resolution schemes using flux limiters for hyperbolic conservation laws. *J. Numer. Anal.*, Vol. 21, Iss. 5, pp. 995-1011. doi: <http://doi.org/10.1137/0721062>
8. Ferziger, J. H. & Peric, M. (2002). Computational methods for fluid dynamics. Berlin: Springer.
9. Barrett, R., Berry, M., Chan, T. F., Demmel, J., Donato, J. M., Dongarra, J., Eijkhout, V., Pozo, R., Romine, C. & Van der Vorst, H. (1994). Templates for the solution of linear systems: Building blocks for iterative methods. Philadelphia: SIAM.

10. Golovynskiy, A. L., Malenko, A. L., Sergienko, I. V. & Tulchinsky, V. G. (2013). Power efficient supercomputer SCIT-4. *Visn. Nac. akad. nauk. Ukr.*, No. 2, pp. 50-59.
11. Malyuga, V. S. (2010). Numerical investigation of the flow in a duct with two serial stenoses. Algorithm of the solution. *Prykl. Hidromeh.*, 12, No. 4, pp. 45-62 (in Russian).

Received 23.05.2017

*І.В. Вовк*¹, *Я.П. Троценко*²

¹ Інститут гидромеханики НАН України, Київ

² Київський національний університет ім. Тараса Шевченка

E-mail: yaroslav.p.trotsenko@gmail.com

ОСОБЕННОСТИ ПОТОКА ЖИДКОСТИ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ КАНАЛЕ СО СТЕНОЗАМИ

Исследовано течение вязкой несжимаемой жидкости в цилиндрическом канале с последовательно расположенными сужениями (стенозами) на основе численного решения нестационарных уравнений Навье—Стокса. Показано, что в системе возникают вихревые структуры, которые вызывают устойчивые периодические автоколебания профиля скорости на выходе из отверстия второго стеноза.

Ключевые слова: канал со стенозами, вихревые структуры, автоколебания.

*I.V. Vovk*¹, *Ya.P. Trotsenko*²

¹ Institute of Hydromechanics of the NAS of Ukraine, Kiev

² Taras Shevchenko National University of Kiev

E-mail: yaroslav.p.trotsenko@gmail.com

PROPERTIES OF THE FLUID FLOW IN A CYLINDRICAL DUCT WITH STENOSES

The flow of a viscous incompressible fluid in a cylindrical duct with two serial contractions (stenoses) is studied by the numerical solution of unsteady Navier—Stokes equations. It is shown that an ensemble of vortex structures develops in the system that causes stable periodic self-sustained oscillations of the velocity profile at the outlet of the second stenosis orifice.

Keywords: duct with stenoses, vortex structures, self-sustained oscillations.