doi: https://doi.org/10.15407/dopovidi2018.12.030
УДК 517.988

В.В. Семёнов

Киевский национальный университет им. Тараса Шевченко
E-mail: semenov.volodya@gmail.com

Сходимость инерционных гибридных алгоритмов расщепления

Представлено членом-корреспондентом НАН Украины С.И. Ляшко

Предложены два новых инерционных алгоритма для решения операторных включений с максимальными монотонными операторами, действующими в гильбертовом пространстве. Алгоритмы основаны на схеме инерционной экстраполяции и трех известных методах: алгоритме расщепления Tseng'a и двух гибридных алгоритмах для аппроксимации неподвижных точек нерастягивающих операторов. Доказаны теоремы о сильной сходимости порожденных алгоритмами последовательностей.

Ключевые слова: *операторное включение, максимальный монотонный оператор, гильбертово пространство, инерционный метод, алгоритм Tseng'a, гибридный алгоритм, сильная сходимость.*

Теория монотонных операторов является активно развивающимся направлением нелинейного анализа [1]. Многие задачи обработки данных, исследования операций и математической физики можно записать в виде операторных включений с монотонными операторами, для решения которых предложено и обосновано много надежных численных методов [1—9]. Хотя далеко не все вопросы разработаны с исчерпывающей полнотой.

Одним из способов ускорения базовых итерационных методов является введение в процесс инерции. В оптимизации первым методом данного типа стал метод тяжелого шарика Б.Т. Поляка. В последнее время этот прием приобрел большую популярность, что отражено в публикациях [5—9]. В [7] изложен инерционный экстраградиентный метод для решения вариационных неравенств. Две инерционные модификации алгоритма Красносельского—Манна для аппроксимации неподвижных точек нерастягивающих операторов предложены в [8]. Для операторных включений с операторами, имеющими вид суммы максимального монотонного и обратно сильно монотонного оператора, в [9] предложен вариант инерционной модификации “forward—backward” схемы расщепления. Однако для операторных включений с монотонными и только липшицевыми операторами вместо обратно сильно монотонных последний метод не работает. Наша цель — построить сильно сходящиеся для таких включений алгоритмы.

В данном сообщении для решения операторных включений с максимальным монотонным и монотонным липшицевым операторами, действующими в гильбертовом пространстве, предложены два новых инерционных алгоритма. Каждый из этих алгоритмов является регуляризацией известной схемы расщепления Tseng'a [2] с введенной инерцией. Регуляризация осуществлена соответствующим гибридным методом поиска неподвижных точек нерастягивающих операторов [10, 11]. Доказаны теоремы о сильной сходимости порожденных алгоритмами последовательностей к метрической проекции заданной точки на множество решений операторного включения.

Постановка задачи и описание алгоритмов. Пусть H — действительное гильбертово пространство со скалярным произведением $(\cdot,\cdot)$ и нормой $\|\cdot\|$. Для многозначного оператора $A:H\to 2^H$ используем следующие обозначения: $\operatorname{dom}(A)=\{x\in H: Ax\neq\varnothing\}$, $A^{-1}0=\{x\in H: 0\in Ax\}$.

Напомним, что резольвентой оператора $A:H\to 2^H$ называют оператор $J_A=$ $=(I+A)^{-1}:H\to 2^H$, где I — единичный оператор [1]. Известно, что в случае максимальной монотонности оператора A резольвента J_T является однозначным, всюду заданным и твердо нерастягивающим оператором, а множество $A^{-1}0$ — замкнутым и выпуклым (возможно пустым) [1].

Лемма 1 ([1]). *Пусть $A:H\to 2^H$ — максимальный монотонный оператор, x, $u\in H$. Тогда*

$$(u-v,x-y)\geqslant 0 \quad \forall y\in\operatorname{dom}(A),\ \forall v\in Ay \quad \Leftrightarrow \quad x\in\operatorname{dom}(A),\ u\in Ax.$$

Пусть P_C — оператор проектирования на выпуклое и замкнутое множество $C\subseteq H$, то есть P_Cx — единственный элемент C со свойством $\|P_Cx-x\|=\min_{z\in C}\|z-x\|$. Элемент P_Cx можно охарактеризовать следующим образом [1]:

$$y=P_Cx\Leftrightarrow y\in C \quad \text{и} \quad (y-x,z-y)\geqslant 0 \quad \forall z\in C;$$

$$y=P_Cx\Leftrightarrow y\in C \quad \text{и} \quad \|y-z\|^2\leqslant\|x-z\|^2-\|y-x\|^2 \quad \forall z\in C.$$

Перейдем к формулировке задачи. Пусть $A:H\to H$ — монотонный и липшицевый оператор с константой Липшица $L>0$, причем $\operatorname{dom}(A)=H$; $B:H\to 2^H$ — максимальный монотонный оператор. Отметим, что оператор $A+B:H\to 2^H$ является максимальным монотонным и $\operatorname{dom}(A+B)=\operatorname{dom}(B)$.

Рассмотрим операторное включение

$$0\in(A+B)x. \tag{1}$$

Предположим, что множество решений (1) не пусто, то есть $S=(A+B)^{-1}0\neq\varnothing$.

Для получения аппроксимаций решений операторного включения (1) предлагаем следующие алгоритмы.

Алгоритм 1. Выбираем элементы x_0, $x_1\in H$. Задаем последовательности чисел $\lambda_n\in[a,b]$, $\theta_n\in[0,\theta]$, где a, $b\in(0,\frac{1}{L})$, $\theta\in(0,1)$. Полагаем $n=1$.

Шаг 1. Вычислить $y_n=x_n+\theta_n(x_n-x_{n-1})$.

Шаг 2. Вычислить

$$u_n=y_n-\lambda_nAy_n,$$

$$v_n=J_{\lambda_nB}u_n,$$

$$w_n=y_n-u_n+v_n-\lambda_nAv_n.$$

Шаг 3. Вычислить $x_{n+1} = P_{C_n \cap Q_n} x_1$, где

$$C_n = \{z \in H : \|w_n - z\| \leqslant \|y_n - z\|\}, \quad Q_n = \{z \in H : (x_n - z, x_1 - x_n) \geqslant 0\}.$$

Положить $n := n+1$ и перейти на шаг 1.

Алгоритм 2. Выбираем элементы x_0, $x_1 \in H$. Задаем последовательности чисел $\lambda_n \in [a, b]$, $\theta_n \in [0, \theta]$, где a, $b \in (0, \frac{1}{L})$, $\theta \in (0,1)$. Полагаем $n = 1$, $C_1 = H$.

Шаг 1. Вычислить $y_n = x_n + \theta_n (x_n - x_{n-1})$.

Шаг 2. Вычислить

$$u_n = y_n - \lambda_n A y_n,$$

$$v_n = J_{\lambda_n B} u_n,$$

$$w_n = y_n - u_n + v_n - \lambda_n A v_n.$$

Шаг 3. Вычислить $x_{n+1} = P_{C_{n+1}} x_1$, где

$$C_{n+1} = C_n \cap \{z \in H : \|w_n - z\|^2 \leqslant \|x_n - z\|^2 + 2\theta_n^2 \|x_n - x_{n-1}\|^2 + 2\theta_n (x_n - z, x_n - x_{n-1})\}.$$

Положить $n := n+1$ и перейти на шаг 1.

Замечание 1. Алгоритм 1 реализует идею инерционной экстраполяции и регуляризации метода расщепления Tseng'а [2] с помощью гибридного метода [10], а алгоритм 2 — с помощью метода [11].

Замечание 2. Условие $\lambda_n \in [a, b] \subseteq (0, 1/L)$ является не совсем конструктивным (в случае неизвестной константы Липшица) и имеет скорее теоретическое значение. На практике величину λ_n можно получить дроблением какой-нибудь начальной величины $\sigma > 0$ за конечное число шагов. Например,

$$\lambda_n = \sigma \tau^{j(n)}, \; j(n) = \min\left\{ j \geqslant 0 : \frac{\left\| A J_{\sigma \tau^j B} (I - \sigma \tau^j A) y_n - A y_n \right\|}{\left\| J_{\sigma \tau^j B} (I - \sigma \tau^j A) y_n - y_n \right\|} \leqslant \frac{\tau^j \theta}{\sigma} \right\},$$

где $\sigma > 0$, $\theta \in (0,1)$, $\tau \in (0,1)$ — заданные параметры [2, 12, 13]. Используя рассуждения [12, 13] можно гарантировать корректность этого правила выбора λ_n и без предположения о глобальной липшицевости оператора A. Заметим, что в этой схеме дробления необходимо вычислять значения композиций $(I + \sigma \tau^j B)^{-1} (I - \sigma \tau^j A)$, что может сказаться на общей эффективности метода.

Замечание 3. Определенные в алгоритмах 1 и 2 множества $C_n \cap Q_n$ и C_{n+1} являются выпуклыми и замкнутыми. Далее показана их непустота и корректность определения элементов x_n.

Замечание 4. Вычисление $P_{C_n \cap Q_n} x_1$ в алгоритме 1 можно выполнить явно [1].

Справедливо важное неравенство, связывающее расстояния от порожденных алгоритмами точек до множества S.

Лемма 2 ([2]). *Для последовательностей (y_n), (v_n) и (w_n), порожденных алгоритмом 1 или алгоритмом 2, имеет место неравенство*

$$\|w_n - z\|^2 \leqslant \|y_n - z\|^2 - (1 - \lambda_n^2 L^2) \|y_n - v_n\|^2, \quad z \in S.$$

Перейдем к доказательству сильной сходимости алгоритмов.

Сходимость алгоритма 1. Сначала установим важное свойство локализации множества решений операторного включения (1) с помощью множеств $C_n \cap Q_n$.

Лемма 3. *Для всех* $n \in \mathbb{N}$ *имеет место вложение* $S \subseteq C_n \cap Q_n$.

Имеет место

Лемма 4. *Последовательности* (x_n), (y_n), (v_n) *и* (w_n) *ограничены и*

$$\lim_{n\to\infty}\|x_{n+1}-x_n\| = \lim_{n\to\infty}\|y_n-x_n\| = \lim_{n\to\infty}\|w_n-x_{n+1}\| = \lim_{n\to\infty}\|v_n-y_n\| = 0 .$$

Лемма 5. *Слабые предельные точки последовательностей* (x_n), (y_n), (v_n) *и* (w_n) *принадлежат множеству* S.

Сформулируем первый основной результат работы.

Теорема 1. *Пусть* $A: H \to H$ *— монотонный и липшицевый оператор с константой Липшица* $L > 0$, *причем* $\operatorname{dom}(A) = H$; $B: H \to 2^H$ *— максимальный монотонный оператор и* $S = (A+B)^{-1}0 \neq \varnothing$. *Тогда порожденная алгоритмом 1 последовательность* (x_n) *сильно сходится к элементу* $P_{(A+B)^{-1}0}x_1$.

Сходимость алгоритма 2. Имеет место следующая теорема.

Теорема 2. *Пусть* $A: H \to H$ *— монотонный и липшицевый оператор с константой Липшица* $L > 0$, *причем* $\operatorname{dom}(A) = H$; $B: H \to 2^H$ *— максимальный монотонный оператор и* $S = (A+B)^{-1}0 \neq \varnothing$. *Тогда порожденные алгоритмом 2 последовательности* (x_n), (y_n), (v_n) *и* (w_n) *сильно сходятся к элементу* $P_{(A+B)^{-1}0}x_1$.

Доказательство. Для $z \in S$ и порожденных алгоритмом 2 последовательностей имеет место неравенство

$$\|w_n - z\|^2 \leqslant \|y_n - z\|^2 - (1-\lambda_n^2 L^2)\|y_n - v_n\|^2 . \tag{2}$$

Покажем, что алгоритм 2 порождает монотонную цепочку вложений

$$H = C_1 \supseteq C_2 \supseteq \ldots \supseteq C_n \supseteq \ldots \supseteq S = (A+B)^{-1}0 .$$

Предположим, что $S = (A+B)^{-1}0 \subseteq C_n$. Для $z \in S$ из неравенства (2) следует

$$\|w_n - z\|^2 \leqslant \|y_n - z\|^2 = \|x_n + \theta_n(x_n - x_{n-1}) - z\|^2 \leqslant \|x_n - z\|^2 + 2\theta_n(x_n - x_{n-1}, y_n - z) =$$

$$= \|x_n - z\|^2 + 2\theta_n(x_n - x_{n-1}, y_n - x_n) + 2\theta_n(x_n - x_{n-1}, x_n - z) =$$

$$= \|x_n - z\|^2 + 2\theta_n^2\|x_n - x_{n-1}\|^2 + 2\theta_n(x_n - x_{n-1}, x_n - z) .$$

Откуда, $S \subseteq C_{n+1} \subseteq C_n$.

Покажем существование конечного предела $\lim\limits_{n\to\infty}\|x_n - x_1\|$. Поскольку $x_n = P_{C_n}x_1$, $S \subseteq C_n$, то для всех $z \in S$ имеет место неравенство $\|x_n - z\|^2 \leqslant \|x_1 - z\|^2 - \|x_n - x_1\|^2$. Отсюда $\|x_n - x_1\| \leqslant \|x_1 - z\|$. Последовательность $(\|x_n - x_1\|)$ ограничена сверху. Поскольку $C_{n+1} \subseteq C_n$, то $\|x_{n+1} - x_1\| \geqslant \|x_n - x_1\|$. Следовательно, последовательность $(\|x_n - x_1\|)$ ограничена сверху и неубывающая, поэтому существует конечный предел $\lim\limits_{n\to\infty}\|x_n - x_1\|$.

Покажем фундаментальность последовательности (x_n). Для произвольного $m \in \mathbb{N}$ с учетом того, что $C_{n+m} \subseteq C_n$, имеем

$$\|x_{n+m} - x_n\|^2 = \left\|x_{n+m} - P_{C_n} x_1\right\|^2 \leqslant \|x_1 - x_{n+m}\|^2 - \|x_n - x_1\|^2 .$$

Отсюда следует фундаментальность последовательности (x_n). Таким образом, $x_n \to q \in H$ при $n \to \infty$.

Ясно, что $\lim\limits_{n\to\infty} \|x_{n+1} - x_n\| = 0$. Поскольку $\|y_n - x_n\| = \theta_n \|x_n - x_{n-1}\| \leqslant \theta \|x_n - x_{n-1}\|$, то $\lim\limits_{n\to\infty} \|y_n - x_n\| = 0$. Кроме того, имеем $\lim\limits_{n\to\infty} \|y_n - x_{n+1}\| = 0$. Поскольку $x_{n+1} \in C_{n+1} \subseteq C_n$, то

$$\begin{aligned}
&\|y_n - w_n\| \leqslant \|y_n - x_{n+1}\| + \|x_{n+1} - w_n\| \leqslant \\
&\leqslant \|y_n - x_{n+1}\| + \sqrt{\|x_n - x_{n+1}\|^2 + 2\theta_n^2 \|x_n - x_{n-1}\|^2 + 2\theta_n (x_n - x_{n+1}, x_n - x_{n-1})} \leqslant \\
&\leqslant \|y_n - x_{n+1}\| + \sqrt{\|x_n - x_{n+1}\|^2 + 2\theta_n^2 \|x_n - x_{n-1}\|^2 + 2\theta_n \|x_n - x_{n+1}\| \|x_n - x_{n-1}\|} \to 0 .
\end{aligned}$$

Используя неравенство (9), получим

$$\|y_n - v_n\|^2 \leqslant \frac{\|y_n - z\|^2 - \|w_n - z\|^2}{1 - \lambda_n^2 L^2} \leqslant \frac{(\|y_n - z\| + \|w_n - z\|)}{1 - \lambda_n^2 L^2} \|y_n - w_n\| \to 0 ,$$

где $z \in S$. Следовательно, имеем $y_n \to q$, $w_n \to q$ и $v_n \to q$ при $n \to \infty$.

Покажем, что $q \in S$. Имеем $(A+B)v_n \ni r_n = \dfrac{y_n - v_n}{\lambda_n} + Av_n - Ay_n \to 0$. Вследствие монотонности $A+B$ справедливо неравенство

$$(r_n - p, v_n - y) \geqslant 0 \quad \forall y \in \operatorname{dom}(A+B), \ \forall p \in (A+B)y .$$

После предельного перехода получим

$$(0 - p, q - y) \geqslant 0 \quad \forall y \in \operatorname{dom}(A+B), \ \forall p \in (A+B)y .$$

Поскольку оператор $A+B$ является максимальным монотонным, то согласно лемме 1 имеем $0 \in (A+B)q$, т. е. $q \in S$.

Поскольку $x_n = P_{C_n} x_1$ и $S \subseteq C_n$, то

$$(x_n - x_1, z - x_n) \geqslant 0 \ \ \forall z \in S . \tag{3}$$

Совершив в неравенстве (3) предельный переход, получим $(q - x_1, z - q) \geq 0 \ \ \forall z \in S$, то есть $q = P_{(A+B)^{-1}0} x_1$.

Работа выполнена при финансовой поддержке МОН Украины (проект “Розробка алгоритмів моделювання та оптимізації динамічних систем для оборони, медицини та екології”, 0116U004777).

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Bauschke H.H., Combettes P.L. Convex Analysis and Monotone Operator Theory in Hilbert Spaces. Berlin etc.: Springer, 2011. 408 p.
2. Tseng P. A modified forward-backward splitting method for maximal monotone mappings. *SIAM J. Control and Optimization*. 2000. **38**. P. 431—446. doi: https://doi.org/10.1137/S0363012998338806
3. Semenov V.V. Hybrid Splitting Methods for the System of Operator Inclusions with Monotone Operators. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2014. **50**. P. 741—749. doi: https://doi.org/10.1007/s10559-014-9664-y
4. Semenov V.V. A Strongly Convergent Splitting Method for Systems of Operator Inclusions with Monotone Operators. *J. Automation and Information Sciences*. 2014. **46**, № 5. P. 45—56. doi: https://doi.org/10.1615/JAutomatInfScien.v46.i5.40
5. Alvarez F., Attouch H. An inertial proximal method for monotone operators via discretization of a nonlinear oscillator with damping. *Set-Valued Anal*. 2001. **9**. P. 3—11. doi: https://doi.org/10.1023/A:1011253113155
6. Attouch H., Chbani Z., Riahi H. Combining fast inertial dynamics for convex optimization with Tikhonov regularization. *J. Math. Anal. Appl*. 2018. **457**. P. 1065—1094. doi: https://doi.org/10.1016/j.jmaa.2016.12.017
7. Dong Q.L., Lu Y.Y., Yang J. The extragradient algorithm with inertial effects for solving the variational inequality. *Optimization*. 2016. **65**. P. 2217—2226. doi: https://doi.org/10.1080/02331934.2016.1239266
8. Dong Q.L., Yuan H.B., Cho Y.J., Rassias Th.M. Modified inertial Mann algorithm and inertial CQ-algorithm for nonexpansive mappings. *Optim. Lett*. 2018. **12**, № 1. P. 87—102. doi: https://doi.org/10.1007/s11590-016-1102-9
9. Lorenz D., Pock T. An inertial forward-backward algorithm for monotone inclusions. *J. Math. Imaging and Vision*. 2015. **51**. P. 311—325. doi: https://doi.org/10.1007/s10851-014-0523-2
10. Nakajo K., Takahashi W. Strong convergence theorems for nonexpansive mappings and nonexpansive semigroups. *J. Math. Anal. Appl*. 2003. **279**. P. 372—379. doi: https://doi.org/10.1016/S0022-247X(02)00458-4
11. Takahashi W., Takeuchi Y., Kubota R. Strong convergence theorems by hybrid methods for families of nonexpansive mappings in Hilbert spaces. *J. Math. Anal. Appl*. 2008. **341**. P. 276—286. doi: https://doi.org/10.1016/j.jmaa.2007.09.062
12. Verlan D.A., Semenov V.V., Chabak L.M. A Strongly Convergent Modified Extragradient Method for Variational Inequalities with Non-Lipschitz Operators. *J. Automation and Information Sciences*. 2015. **47**, № 7. P. 31—46. doi: https://doi.org/10.1615/JAutomatInfScien.v47.i7.40
13. Denisov S.V., Semenov V.V., Chabak L.M. Convergence of the Modified Extragradient Method for Variational Inequalities with Non-Lipschitz Operators. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2015. **51**. P. 757—765. doi: https://doi.org/10.1007/s10559-015-9768-z

Поступило в редакцию 06.08.2018

REFERENCES

1. Bauschke, H. H. & Combettes, P. L. (2011). Convex Analysis and Monotone Operator Theory in Hilbert Spaces. Berlin etc.: Springer.
2. Tseng, P. (2000). A modified forward-backward splitting method for maximal monotone mappings. SIAM J. Control and Optimization, 38, pp. 431-446. doi: https://doi.org/10.1137/S0363012998338806
3. Semenov, V. V. (2014). Hybrid Splitting Methods for the System of Operator Inclusions with Monotone Operators. Cybernetics and Systems Analysis, 50, pp. 741-749. doi: https://doi.org/10.1007/s10559-014-9664-y
4. Semenov, V. V. (2014). A Strongly Convergent Splitting Method for Systems of Operator Inclusions with Monotone Operators. J. Automation and Information Sciences, 46, No. 5, pp. 45-56. doi: https://doi.org/10.1615/JAutomatInfScien.v46.i5.40
5. Alvarez, F. & Attouch, H. (2001). An inertial proximal method for monotone operators via discretization of a nonlinear oscillator with damping. Set-Valued Anal., 9, pp. 3-11. doi: https://doi.org/10.1023/A:1011253113155
6. Attouch, H., Chbani, Z. & Riahi, H. (2018). Combining fast inertial dynamics for convex optimization with Tikhonov regularization. J. Math. Anal. Appl., 457, pp. 1065-1094. doi: https://doi.org/10.1016/j.jmaa.2016.12.017

7. Dong, Q. L., Lu, Y. Y. & Yang, J. (2016). The extragradient algorithm with inertial effects for solving the variational inequality. Optimization, 65, pp. 2217-2226. doi: https://doi.org/10.1080/02331934.2016.1239266
8. Dong, Q. L., Yuan, H. B., Cho, Y. J. & Rassias, Th. M. (2018). Modified inertial Mann algorithm and inertial CQ-algorithm for nonexpansive mappings. Optim. Lett., 12, No. 1, pp. 87-102. doi: https://doi.org/10.1007/s11590-016-1102-9
9. Lorenz, D. & Pock, T. (2015). An inertial forward-backward algorithm for monotone inclusions. J. Math. Imaging and Vision, 51, pp. 311-325. doi: https://doi.org/10.1007/s10851-014-0523-2
10. Nakajo, K. & Takahashi, W. (2003). Strong convergence theorems for nonexpansive mappings and nonexpansive semigroups. J. Math. Anal. Appl., 279, pp. 372-379. doi: https://doi.org/10.1016/S0022-247X(02)00458-4
11. Takahashi, W., Takeuchi, Y., & Kubota, R. (2008). Strong convergence theorems by hybrid methods for families of nonexpansive mappings in Hilbert spaces. J. Math. Anal. Appl., 341, pp. 276-286. doi: https://doi.org/10.1016/j.jmaa.2007.09.062
12. Verlan, D. A., Semenov, V. V. & Chabak, L. M. (2015). A Strongly Convergent Modified Extragradient Method for Variational Inequalities with Non-Lipschitz Operators. J. Automation and Information Sciences, 47, No. 7, pp. 31-46. doi: https://doi.org/10.1615/JAutomatInfScien.v47.i7.40
13. Denisov, S. V., Semenov, V. V. & Chabak, L. M. (2015). Convergence of the Modified Extragradient Method for Variational Inequalities with Non-Lipschitz Operators. Cybernetics and Systems Analysis, 51, pp. 757-765. doi: https://doi.org/10.1007/s10559-015-9768-z

Received 06.08.2018

В.В. Семенов

Київський національний університет ім. Тараса Шевченка
E-mail: semenov.volodya@gmail.com

ЗБІЖНІСТЬ ІНЕРЦІЙНИХ
ГІБРИДНИХ АЛГОРИТМІВ РОЗЩЕПЛЕННЯ

Запропоновано два нових інерційних алгоритми для розв’язання операторних включень з максимальними монотонними операторами, що діють в гільбертовому просторі. Алгоритми базуються на схемі інерційної екстраполяції та трьох відомих методах: алгоритмі розщеплення Tseng’а та двох гібридних алгоритмах для аппроксимації нерухомих точок нерозтягуючих операторів. Доведено теореми про сильну збіжність породжених алгоритмами послідовностей.

Ключові слова: *операторне включення, максимальний монотонний оператор, гільбертовий простір, інерційний метод, алгоритм Tseng’а, гібридний алгоритм, сильна збіжність.*

V.V. Semenov

Taras Shevchenko National University of Kiev
E-mail: semenov.volodya@gmail.com

CONVERGENCE OF INERTIAL
HYBRID SPLITTING ALGORITHMS

Two new algorithms for solving the operator inclusion problems with maximal monotone operators acting in a Hilbert space are proposed. Algorithms are based on the inertial extrapolation and three well-known methods: Tseng forward-backward splitting algorithm and two hybrid algorithms for the approximation of fixed points of nonexpansive operators. Theorems on the strong convergence of the sequences generated by the algorithms are proved.

Keywords: *operator inclusion problem, maximal monotone operator, Hilbert space, inertial method, Tseng algorithm, hybrid algorithm, strong convergence.*