https://doi.org/10.15407/dopovidi2019.12.041
УДК 539.3, 537.8

Л.П. Хорошун, член-корреспондент НАН Украины

Институт механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины, Киев
E-mail: lkhoroshun@ukr.net

Уравнения трехконтинуумной механики проводников

Изложено построение уравнений трехконтинуумной механики процессов, происходящих в проводниках. В основу положена схема металлического проводника в виде совокупности взаимодействующих нейтральных атомов, каждый из которых состоит из положительно заряженного ядра, связанной с ним части электронов и свободной части электронов, имеющих отрицательный заряд. Макроскопическая модель проводника представляется в виде трех взаимопроникающих взаимодействующих континуумов—положительно заряженной совокупности ядер, отрицательно заряженной совокупности связанных с ядрами электронов и отрицательно заряженной совокупности свободных электронов (электронного газа). Вводятся плотности носителей соответствующих зарядов, а также соответствующие парциальные перемещения и парциальные напряжения. Сформулированы уравнения баланса плотностей носителей соответствующих зарядов, уравнения сохранения импульса и уравнения состояния, связывающие динамические и кинематические параметры.

Ключевые слова: *трехконтинуумная механика, взаимопроникающие континуумы, взаимодействующие континуумы, связанные заряды, свободные заряды, электронный газ.*

В современной физической науке, имеющей многочисленные применения в технике и быту, теоретической основой учения об электрических и магнитных явлениях являются уравнения Максвелла. Однако существует мнение [1], что уравнения Максвелла явно угаданы, а не строго выведены из экспериментальных данных. Основанием для этого стало то, что первый вариант уравнений, построенных на основе законов Кулона, Ампера, Био-Савара, Фарадея, не описывал электромагнитные волны. Поэтому в следующем варианте уравнений Максвелл искусственно дополнил ток проводимости током смещения, обозначив его происхождение поляризацией молекул под воздействием электрического поля. Однако строгого обоснования его существования и физического смысла не было дано. Хотя это позволило описать электромагнитные волны, однако вызвало отрицательное отношение некоторых физиков к уравнениям и току смещения. Появились попытки обосновать ток смещения необходимостью симметрии [2] уравнений Максвелла или пояснением [3], что ток смещения не является током в обычном смысле слова, т.е. перемещением зарядов.

Общепринятым стало определение тока смещения как производной по времени вектора электрической индукции [4]. Однако нет оснований считать корректным это определение, так как вектор электрической индукции составляет ту часть электрического поля [3], которая создается свободными зарядами независимо от наличия в нем диэлектриков или проводников. В то же время известно, что электромагнитные поля в диэлектриках могут возникать не только под воздействием электрического поля свободных зарядов, но также при механических и термических воздействиях в отсутствие свободных зарядов, когда вектор электрической индукции равен нулю.

Обосновать существование и физический смысл слагаемого, искусственно введенного Максвеллом под названием “ток смещения”, позволяет новый принцип построения теории электроупругости [5], в основу которого положены уравнения двухконтинуумной механики диэлектриков и пьезоэлектриков как смеси положительных и отрицательных зарядов, попарно связанных в нейтральные молекулы или ячейки. Построенные уравнения электроупругости, в отличие от акустического приближения [6], учитывают динамику электромагнитных процессов. В частном случае из них следуют уравнения Максвелла для диэлектриков. При этом слагаемое, именуемое “током смещения”, является результатом интегрирования инерционной составляющей уравнения для вектора поляризации и порождаемого им электрического поля.

Представления двухконтинуумной механики применяли в работе [7] для описания связанных процессов движения электронного газа и деформирования кристаллической решетки проводника. Однако такая двухконтинуумная модель не дает возможности описать поляризацию проводника, которая порождает электрическое поле связанных зарядов.

В настоящей работе излагается построение уравнений, описывающих механику происходящих в проводнике процессов на основе трехконтинуумной механики электропроводного тела. Исходной является схема металлического проводника в виде совокупности взаимодействующих нейтральных атомов, каждый из которых состоит из положительного заряженного ядра, связанной с ним части и свободной части электронов, имеющих отрицательный заряд. Для элементарного макрообъема проводника, содержащего большое количество атомов, вводятся плотности носителей зарядов ядер, связанных и свободных электронов, а также соответствующие перемещения и парциальные напряжения. Формулируются уравнения баланса плотностей носителей зарядов, уравнения сохранения импульса положительных, отрицательных связанных и отрицательных свободных зарядов, а также уравнения состояния, связывающие динамические и кинематические параметры. На этой основе строится система связанных динамических уравнений относительно макроперемещений проводника, разности макроперемещений связанных зарядов и скорости макроперемещений электронного газа.

Исходные уравнения. Рассмотрим твердое тело, представляющее собой совокупность взаимодействующих атомов, каждый из которых состоит из положительно заряженного ядра и определенного числа окружающих его отрицательно заряженных электронов. Предполагаем, что в равновесном состоянии атома при отсутствии внешних воздействий центры положительного и отрицательного зарядов совпадают. Отвлекаясь от квантовомеханического описания состояния атома и электропроводности тела, будем исходить из простейшей схемы, считая, что ядро имеет положительный заряд q_1, а окружающие ядро электроны состоят из связанной с ним части с зарядом $-q_2$ и свободной части с зарядом $-q_3$, удовлетворяющих равенству $q_1 = q_2 + q_3$. Наличие свободных электронов, способных перемещаться по всему объему тела, определяет электропроводность твердого тела. Молекулярные токи, приводящие к намагничиванию, не учитываются. Взаимное смещение центров зарядов ядра и связанной с ним части электронов определяет поляризацию. В частном случае при $q_3 = 0$ твердое тело является диэлектриком.

Для элементарного объема твердого тела, содержащего достаточно большое число атомов, т.е. для элементарного макрообъема, можно ввести плотности носителей зарядов n_1, n_2, n_3, представляющих собой число соответствующих зарядов $q_1, -q_2, -q_3$ в единице объема. Если заряды не возникают и не исчезают, а только перемещаются, то плотности носителей зарядов удовлетворяют уравнениям баланса

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} + (n_1 \dot{u}_i^1)_{,i} = 0; \quad \frac{\partial n_2}{\partial t} + (n_2 \dot{u}_i^2)_{,i} = 0; \quad \frac{\partial n_3}{\partial t} + (n_3 \dot{u}_i^3)_{,i} = 0, \tag{1}$$

где $\dot{u}_i^1, \dot{u}_i^2, \dot{u}_i^3$ — векторы скоростей соответственно положительных, отрицательных связанных и отрицательных свободных зарядов, относящиеся к элементарному макрообъему, точки сверху обозначают соответствующие субстанциональные производные по времени

$$\dot{u}_i^1 = \frac{\partial u_i^1}{\partial t} + u_{i,n}^1 \dot{u}_n^1; \quad \dot{u}_i^2 = \frac{\partial u_i^2}{\partial t} + u_{i,n}^2 \dot{u}_n^2; \quad \dot{u}_i^3 = \frac{\partial u_i^3}{\partial t} + u_{i,n}^3 \dot{u}_n^3. \tag{2}$$

Если принять, что в начальный момент времени в каждой точке твердого тела имеет место равновесное и нейтральное состояние, то начальные плотности носителей зарядов совпадают и равны числу атомов N в единице макрообъема, т.е. $n_{10} = n_{20} = n_{30} = N$.

Умножим уравнения (1) соответственно на массы положительного, отрицательного связанного и отрицательного свободного зарядов m_1, m_2, m_3. Принимая во внимание, что $\rho_1 = n_1 m_1$, $\rho_2 = n_2 m_2$, $\rho_3 = n_3 m_3$ представляют собой плотности массы соответствующих зарядов, приходим к уравнениям сохранения массы

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + (\rho_1 \dot{u}_i^1)_{,i} = 0; \quad \frac{\partial \rho_2}{\partial t} + (\rho_2 \dot{u}_i^2)_{,i} = 0; \quad \frac{\partial \rho_3}{\partial t} + (\rho_3 \dot{u}_i^3)_{,i} = 0. \tag{3}$$

Введем парциальные напряжения $\sigma_{ij}^1, \sigma_{ij}^2, \sigma_{ij}^3$ как составляющие равнодействующих сил, действующих на соответствующие заряды макроплощадки, отнесенные к размеру макроплощадки. При этом пренебрегаем касательными составляющими парциальных напряжений σ_{ij}^3, которые связаны с вязкостью электронного газа, образованного отрицательными свободными зарядами, т.е. принимаем $\sigma_{ij}^3 = -p_3 \delta_{ij}$, где p_3 — парциальное давление электронного газа, δ_{ij} — единичный тензор. Тогда уравнения сохранения импульса положительных, отрицательных связанных и отрицательных свободных зарядов, отнесенные к элементарному макрообъему твердого тела, можно представить в виде

$$\begin{aligned} &\rho_1 \ddot{u}_i^1 = \sigma_{ij,j}^1 + R_i^{12} + R_i^{13} + F_i^1, \\ &\rho_2 \ddot{u}_i^2 = \sigma_{ij,j}^2 - R_i^{12} + R_i^{23} + F_i^2, \\ &\rho_3 \ddot{u}_i^3 = -p_{3,i} - R_i^{13} - R_i^{23} + F_i^3. \end{aligned} \tag{4}$$

Здесь $R_i^{12}, R_i^{13}, R_i^{23}$ — результирующие силы кинематического взаимодействия между соответствующими зарядами, отнесенные к элементарному макрообъему; F_i^1, F_i^2, F_i^3 — объемные силы, действующие на соответствующие заряды элементарного макрообъема; $\ddot{u}_i^1, \ddot{u}_i^2$, $\ddot{u}_i^3$ — субстанциональные производные от соответствующих скоростей

$$\ddot{u}_i^1 = \frac{\partial \dot{u}_i^1}{\partial t} + \dot{u}_{i,n}^1 \dot{u}_n^1; \quad \ddot{u}_i^2 = \frac{\partial \dot{u}_i^2}{\partial t} + \dot{u}_{i,n}^2 \dot{u}_n^2; \quad \ddot{u}_i^3 = \frac{\partial \dot{u}_i^3}{\partial t} + \dot{u}_{i,n}^3 \dot{u}_n^3. \tag{5}$$

Для замыкания уравнений (3), (4) необходимо дополнительно сформулировать уравнения состояния, связывающие динамические и кинематические параметры. Положительно заряженные ядра и связанные с ними отрицательно заряженные электроны образуют каркас твердого тела, поэтому описание их совместного механического поведения будем строить по аналогии с линейной теорией двухкомпонентных упругих смесей [8]. Совместное механическое поведение электронного газа с положительными и отрицательными связанными зарядами будем описывать на основе аналогии с теорией смеси твердой и жидкой фаз [9]. Тогда уравнения состояния для двухкомпонентного линейно-упругого анизотропного тела с движущимся в нем электронным газом можно представить в виде

$$\sigma_{ij}^1 = \lambda_{ijmn}^{11}\varepsilon_{mn}^1 + \lambda_{ijmn}^{12}\varepsilon_{mn}^2 + h_{mij}^1(u_m^1 - u_m^2);$$

$$\sigma_{ij}^2 = \lambda_{ijmn}^{21}\varepsilon_{mn}^1 + \lambda_{ijmn}^{22}\varepsilon_{mn}^2 + h_{mij}^2(u_m^1 - u_m^2); \qquad p_3 = p_3(\rho_3);$$

$$R_i^{12} = -\kappa_{ij}(u_j^1 - u_j^2) - h_{imn}^1\varepsilon_{mn}^1 - h_{imn}^2\varepsilon_{mn}^2;$$

$$R_i^{13} = -r_{ij}^1(\dot{u}_j^1 - \dot{u}_j^3); \quad R_i^{23} = -r_{ij}^2(\dot{u}_j^2 - \dot{u}_j^3);$$

$$(\lambda_{ijmn}^{\nu k} = \lambda_{mnij}^{\nu k} = \lambda_{jimn}^{\nu k} = \lambda_{ijnm}^{\nu k}, \quad h_{imn}^k = h_{inm}^k, \quad \kappa_{ij} = \kappa_{ji}, \quad r_{ij}^k = r_{ji}^k) \quad (\nu, k = 1, 2), \tag{6}$$

где

$$\varepsilon_{mn}^k = u_{(m,n)}^k \equiv \frac{1}{2}(u_{m,n}^k + u_{m,n}^k) \quad (k = 1, 2), \tag{7}$$

$\lambda_{ijmn}^{\nu k}, h_{imn}^k, \kappa_{ij}, r_{ij}^k$ — материальные тензоры, определяемые физико-механическими свойствами и структурой твердого проводящего тела, причем симметрия их относительно индексов связана с существованием упругого потенциала для двухкомпонентного анизотропного твердого тела и симметрией тензоров $\sigma_{ij}^k, \varepsilon_{ij}^k$, а также с принципом Онзагера в термодинамике необратимых процессов [10]. Взаимное влияние упругих деформаций двухкомпонентного твердого тела и сжимаемости электронного газа, а также температура не учитываются.

Подставляя (6), (7) в (4), приходим к уравнениям

$$\rho_1\ddot{u}_i^1 = \lambda_{ijmn}^{11}u_{m,nj}^1 + \lambda_{ijmn}^{12}u_{m,nj}^2 + (h_{min}^1 - h_{imn}^1)u_{m,n}^1 -$$

$$-(h_{min}^1 + h_{imn}^2)u_{m,n}^2 - \kappa_{ij}(u_j^1 - u_j^2) - r_{ij}^1(\dot{u}_j^1 - \dot{u}_j^3) + F_i^1,$$

$$\rho_2\ddot{u}_i^2 = \lambda_{ijmn}^{21}u_{m,nj}^1 + \lambda_{ijmn}^{22}u_{m,nj}^2 + (h_{imn}^1 + h_{min}^2)u_{m,n}^1 -$$

$$-(h_{min}^2 - h_{imn}^2)u_{m,n}^2 + \kappa_{ij}(u_j^1 - u_j^2) - r_{ij}^2(\dot{u}_j^2 - \dot{u}_j^3) + F_i^2,$$

$$\rho_3\ddot{u}_i^3 = -p_{3,i} + r_{ij}^1(\dot{u}_j^1 - \dot{u}_j^3) + r_{ij}^2(\dot{u}_j^2 - \dot{u}_j^3) + F_i^3, \qquad (8)$$

Если считать, что объемные силы заданы и учесть уравнение состояния электронного газа $p_3 = p_3(\rho_3)$, то уравнения (3), (8) образуют замкнутую систему относительно параметров $\rho_1, \rho_2, \rho_3, u_i^1, u_i^2, u_i^3, p_3$, описывающих механическое поведение трехконтинуумной системы — положительные заряды, связанные отрицательные заряды и свободные отрицательные заряды.

Преобразование уравнений. Введем замену

$$u_i^1 = u_i + u_i', \quad u_i^2 = u_i - u_i', \quad \sigma_{ij} = \sigma_{ij}^1 + \sigma_{ij}^2, \quad \sigma_{ij}' = \sigma_{ij}^1 - \sigma_{ij}^2; \qquad (9)$$

Тогда субстанциональные производные (2), (5) преобразуются таким образом:

$$\dot{u}_i^1 = \dot{u}_i + \dot{u}_i', \quad \dot{u}_i^2 = \dot{u}_i - \dot{u}_i', \quad \ddot{u}_i^1 = \ddot{u}_i + \ddot{u}_i', \quad \ddot{u}_i^2 = \ddot{u}_i - \ddot{u}_i', \qquad (10)$$

$$\dot{u}_i = \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_{i,n}\dot{u}_n + u_{i,n}'\dot{u}_n'; \qquad u_i' = \frac{\partial u_i'}{\partial t} + u_{i,n}\dot{u}_n' + u_{i,n}'\dot{u}_n;$$

$$\ddot{u}_i = \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial t} + \dot{u}_{i,n}\dot{u}_n + \dot{u}_{i,n}'\dot{u}_n'; \qquad \ddot{u}_i' = \frac{\partial \dot{u}_i'}{\partial t} + \dot{u}_{i,n}\dot{u}_n' + \dot{u}_{i,n}'\dot{u}_n.$$

При этом уравнения сохранения массы (3), сохранения импульса (4) и состояния (6) приводятся соответственно к виду

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + (\rho\dot{u}_i + \rho'\dot{u}_i')_{,i} = 0, \quad \frac{\partial \rho'}{\partial t} + (\rho'\dot{u}_i + \rho\dot{u}_i')_{,i} = 0, \quad \frac{\partial \rho_3}{\partial t} + (\rho_3\dot{u}_i^3)_{,i} = 0. \qquad (11)$$

$$\rho\ddot{u}_i + \rho'\ddot{u}_i' = \sigma_{ij,j} + R_i^{13} + R_i^{23} + F_i,$$

$$\rho'\ddot{u}_i + \rho\ddot{u}_i' = \sigma_{ij,j}' + 2R_i^{12} + R_i^{13} - R_i^{23} + F_i',$$

$$\rho\ddot{u}_i^3 = -p_{3,i} - (R_i^{13} + R_i^{23}) + F_i^3, \qquad (12)$$

$$\sigma_{ij} = \overset{*}{\lambda}_{ijmn}\varepsilon_{mn} + \bar{\lambda}_{ijmn}\varepsilon_{mn}' + \overset{*}{h}_{mij}u_m';$$

$$\sigma_{ij}' = \bar{\lambda}_{ijmn}\varepsilon_{mn} + \lambda_{ijmn}\varepsilon_{mn}' + h_{mij}'u_m'; \qquad p_3 = p_3(\rho_3),$$

$$2R_i^{12} = -4\kappa_{ij}u_j' - \overset{*}{h}_{imn}\varepsilon_{mn} - h_{imn}'\varepsilon_{mn}';$$

$$R_i^{13} + R_i^{23} = r_{ij}(\dot{u}_j^3 - \dot{u}_j) - r_{ij}'\dot{u}_j'; \quad R_i^{13} - R_i^{23} = r_{ij}'(\dot{u}_j^3 - \dot{u}_j) - r_{ij}\dot{u}_j', \qquad (13)$$

где введены обозначения

$$\varepsilon_{ij}=\frac{1}{2}(u_{i,j}+u_{j,i});\quad \varepsilon'_{ij}=\frac{1}{2}(u'_{i,j}+u'_{j,i});\qquad F_i=F_i^1+F_i^2,\quad F_i'=F_i^1-F_i^2;$$

$$\lambda^*_{ijmn}=\lambda^{11}_{ijmn}+\lambda^{21}_{ijmn}+\lambda^{12}_{ijmn}+\lambda^{22}_{ijmn};\quad \bar\lambda_{jmn}=\lambda^{11}_{ijmn}+\lambda^{21}_{ijmn}-\lambda^{12}_{ijmn}-\lambda^{22}_{ijmn};$$

$$\lambda_{ijmn}=\lambda^{11}_{ijmn}+\lambda^{22}_{ijmn}-\lambda^{12}_{ijmn}-\lambda^{21}_{ijmn};\quad h^*_{imn}=2(h^1_{imn}+h^2_{imn});\quad h'_{imn}=2(h^1_{imn}-h^2_{imn});$$

$$\rho=\rho_1+\rho_2,\quad \rho'=\rho_1-\rho_2,\quad r_{ij}=r^1_{ij}+r^2_{ij};\quad r'_{ij}=r^1_{ij}-r^2_{ij}. \tag{14}$$

Подставляя (13) в (12), приходим к уравнениям

$$\rho\ddot u_i+\rho'\ddot u'_i=\lambda^*_{ijmn}u_{m,nj}+\bar\lambda_{ijmn}u'_{m,nj}+h^*_{mij}u'_{m,j}+r_{ij}(\dot u^3_j-\dot u_j)-r'_{ij}\dot u'_j+F_i;$$

$$\rho'\ddot u_i+\rho\ddot u'_i=\bar\lambda_{mnij}u_{m,nj}+\lambda_{ijmn}u'_{m,nj}-h^*_{imj}u_{m,j}+h_{mij}u'_{m,j}-4\kappa_{ij}u'_j+r'_{ij}(\dot u^3_j-\dot u_j)-r_{ij}\dot u'_j+F'_i;$$

$$\rho_3\ddot u^3_i=-p_{3,i}-r_{ij}(\dot u^3_j-\dot u_j)+r'_{ij}\dot u'_j+F_3\qquad (h_{mij}=h'_{mij}-h'_{imj}), \tag{15}$$

которые совместно с (11) и уравнением состояния электронного газа $p_3=p_3(\rho_3)$ образуют замкнутую систему относительно параметров $\rho,\rho',\rho_3,u_i,u'_i,\dot u^3_i,p_3$.

Для изотропного твердого проводника материальные тензоры, входящие в (15), представляются формулами

$$\lambda^*_{ijmn}=\lambda^*\delta_{ij}\delta_{mn}+2\mu^*I_{ijmn},\quad \bar\lambda_{ijmn}=\bar\lambda\delta_{ij}\delta_{mn}+2\bar\mu I_{ijmn};$$

$$\lambda_{ijmn}=\lambda\delta_{ij}\delta_{mn}+2\mu I_{ijmn};\quad \kappa_{ij}=\kappa\delta_{ij},\quad r^1_{ij}=r_1\delta_{ij};\quad r^2_{ij}=r_2\delta_{ij};$$

$$r_{ij}=r\delta_{ij};\quad r'_{ij}=r'\delta_{ij},\quad r=r_1+r_2,\quad r'=r_1-r_2;\quad h^*_{imn}=h_{imn}=0. \tag{16}$$

где $\lambda^*,\mu^*,\bar\lambda,\bar\mu,\ \lambda,\mu,\kappa,r_1,r_2$ — постоянные материала; δ_{ij},I_{ijmn} — единичные тензоры. Тогда уравнения (15) принимают вид

$$\rho\ddot u_i+\rho'\ddot u'_i=\mu^*u_{i,rr}+(\lambda^*+\mu^*)u_{r,ri}+\bar\mu u'_{i,rr}+(\bar\lambda+\bar\mu)u'_{r,ri}+r(\dot u^3_i-\dot u_i)-r'\dot u'_i+F_i;$$

$$\rho'\ddot u_i+\rho\ddot u'_i=\bar\mu u_{i,rr}+(\bar\lambda+\bar\mu)u_{r,ri}+\mu u'_{i,rr}+(\lambda+\mu)u'_{r,ri}-4\kappa u'_i+r'(\dot u^3_i-\dot u_i)-r\dot u'_i+F'_i;$$

$$\rho_3\ddot u^3_i=-p_{3,i}-r(\dot u^3_i-\dot u_i)+r'\dot u'_i+F_3. \tag{17}$$

Системы уравнений (11), (15), (17) с учетом уравнения состояния $p_3=p_3(\rho_3)$ описывают динамические поля макроперемещений u_i каркаса, образованного положительными и связанными отрицательными зарядами, взаимных смещений $2u'_i$ положительных и связанных отрицательных зарядов и скоростей перемещений $\dot u^3_i$ свободных отрицательных зарядов. Нетрудно проверить, что уравнения (3), (8), (11), (15), (17) инвариантны относительно преобразований Галилея.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Шапиро И.С. К истории открытия уравнений Максвелла. *Успехи физ. наук*. 1972. **108**, № 2. С. 319—333.
2. Borc A.M. Maxwell, displacement current and symmetry. *Amer. J. of Phys.* 1963. № 11. P. 854—859.
3. Пановский В., Филипс М. Классическая электродинамика. Москва: Физматгиз, 1963. 432 с.
4. Тамм И.Е. Основы теории электричества. Москва: Наука, 1976. 616 с.
5. Khoroshun L.P. General dynamic equations of electromagnetomechanics for dielectrics and piezoelectrics. *Int. Appl. Mech.* 2006. **42**, № 4. P. 407—420.
6. Гринченко В.Т. Улитко А.Ф., Шульга Н.А. Механика связанных полей в элементах конструкций. Электроупругость. 5. Киев: Наук. думка, 1989. 280 с.
7. Demiray H.A. Continuum theory of elastic solid state plazma. *J. Techn. Phys.* 1978. **19**, № 2. P. 267—279.
8. Хорошун Л.П., Солтанов Н.С. Термоупругость двухкомпонентных смесей. Киев: Наук. думка, 1984. 112 с.
9. Рахматуллин Х.А. Основы газодинамики взаимопроникающих движений сжимаемых сред. *Прикл. мат. и мех.* 1956. **20**, № 2. С. 184—195.
10. Де Гроот С.Р. Термодинамика необратимых процессов. Москва: Гостехиздат, 1956. 280 с.

Поступило в редакцию 25.09.2019

REFERENCES

1. Shapiro, I. S. (1972). On the history of the discovery of Maxwell equations. Uspehi phys. nauk, 108, No. 2, pp. 319-333 (in Russian).
2. Borc, A. M. (1963). Maxwell, displacement current and symmetry. Amer. J. of Phys., No. 11, pp. 854-859.
3. Panovskii, V. & Philips, M. (1963). Classical electrodynamics. Moscow: Fizmatgiz (in Russian).
4. Tamm, I. E. (1976). Basics of electricity theory. Moscow: Nauka (in Russian).
5. Khoroshun, L. P. (2006). General dynamic equations of electromagnetomechanics for dielectrics and piezoelectrics. Int. Appl. Mech., 42, No. 4, pp. 407-420.
6. Grinchenko, V. T., Ulitko, A. F. & Shulga, N. A. (1989). Mechanics of related fields in structural elements. Electroelasticity. Kiev: Naukova Dumka (in Russian).
7. Demiray, H. A. (1978). Continuum theory of elastic solid state plazma. J. Techn.Phys., 19, No. 2, pp. 267-279.
8. Khoroshun, L. P. & Soltanov, N. S. (1984). Thermoelasticity of two-component mixtures. Kiev: Naukova Dumka (in Russian).
9. Rahmatullin, H. A. (1956). Fundamentals of gas dynamics of interpenetrating movements of compressible media. Prikl. mat. and mech., 20, No. 2, pp. 184-195.
10. De Groot, S. R. (1956). Thermadynamics of irreversible processes. Moscow: Gostehizdat (in Russian).

Received 25.09.2019

Л.П. Хорошун

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, Київ
E-mail: lkhoroshun@ukr.net

РІВНЯННЯ ТРИКОНТИНУУМНОЇ МЕХАНІКИ ПРОВІДНИКІВ

Викладено побудову рівнянь триконтинуумної механіки процесів, що відбуваються у провідниках. В основу покладено схему металічного провідника у вигляді сукупності взаємодіючих нейтральних атомів, кожен з яких складається з позитивно зарядженого ядра, зв'язаної з ним частини електронів і вільної частини електронів, що мають негативний заряд. Макроскопічна модель провідника представляється у вигляді трьох взаємопроникаючих взаємодіючих континуумів—сукупності позитивно заряджених ядер, сукупності негативно заряджених зв'язаних з ядрами електронів і сукупності негативно заряджених вільних електронів (електронного газу). Вводяться щільності носіїв відповідних зарядів, а також відповідні парціальні переміщення і парціальеі напруження. Сформульовано рівняння балансу щільностей носіїв відповідних зарядів, рівняння збереження імпульсу і рівняння стану, що зв'язують динамічні і кінематичні параметри.

Ключові слова: *триконтинуумна механіка, взаємопроникаючі континууми, взаємодіючі континууми, зв'язані заряди, вільні заряди, електронний газ.*

L.P. Khoroshun

S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the NAS of Ukraine, Kyiv
E-mail: lkhoroshun@ukr.net

EQUATIONS OF THREE-CONTINUUM
MECHANICS OF CONDUCTORS

The construction of equations of the three-continuum mechanics of the processes occurring in conductors is described. It is based on a metal conductor circuit in the form of a set of interacting neutral atoms, each of which consists of a positively charged nucleus, a part of electrons connected with it, and a free part of electrons having a negative charge. A macroscopic model of a conductor is represented in the form of three interpenetrating interacting continua — a positively charged set of nuclei, a negatively charged set of electrons connected with nuclei, and a negatively charged set of free electrons (electron gas). The carrier densities of the corresponding charges are introduced, as well as the corresponding partial displacements and partial stresses. The equations of balance of the densities of carriers of the corresponding charges, equations of conservation of momentum, and equations of state connecting dynamic and kinematic parameters are formulated.

Keywords: *three-continuum mechanics, interpenetrating continua, interacting continua, bound charges, free charges, electron gas.*