

<https://doi.org/10.15407/dopovidi2020.11.039>

УДК 517.58/.5892

**М.Ю. Артеменко<sup>1</sup>,**  
**В.М. Михальський<sup>2</sup>, І.А. Шаповал<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> НТУ України “Київський політехнічний інститут ім. І. Сікорського”

<sup>2</sup> Інститут електродинаміки НАН України, Київ

E-mail: artemenko\_m\_ju@ukr.net, mikhalsky@ied.org.ua

## **Теорія активної фільтрації багатофазних систем електроживлення, спрямована на мінімізацію потужності втрат в лінії передачі**

*Представлено членом-кореспондентом НАН України В.М. Михальським*

*У роботі отримала подальший розвиток теорія активної фільтрації багатофазних систем електроживлення, спрямована на мінімізацію потужності втрат в лінії передачі. Обґрунтовано нові співвідношення та надано нового фізичного змісту для миттєвого активного струму та миттєвої повної потужності, які враховують залежність від співвідношення опорів лінії передачі та відповідають аналогічним інтегральним величинам періодичного режиму багатофазної системи електроживлення. Показано, що миттєва та інтегральна величини мінімально можливих втрат пропорційні квадрату потужності навантаження та обернено пропорційні потужності короткого замикання. Ці значення можуть бути використані для визначення коефіцієнтів потужностей заданого навантаження та коефіцієнтів виграшу за потужністю втрат. Отримано розрахункові співвідношення для коефіцієнтів виграшу за потужністю миттєвих та інтегральних втрат при застосуванні паралельного активного фільтра зі стратегіями керування, що формують в лінії передачі вектори активного струму за запропонованими формулами. Результати комп'ютерного моделювання підтвердили адекватність усіх модифікованих співвідношень для базових понять теорії активної фільтрації багатофазних систем електроживлення та переваги запропонованих стратегій активної фільтрації.*

**Ключові слова:** паралельний активний фільтр, активний струм, потужність втрат, коефіцієнт потужності.

Теорія передачі електричної енергії змінного струму з мінімальними втратами веде свій початок від Steinmetz [1], який запровадив визначення, що згодом стали класичними, для активної, реактивної, повної потужностей та коефіцієнта потужності однофазної синусоїдної системи живлення. Однак при переході до багатофазних систем ці поняття вичерпно характеризують лише симетричний збалансований синусоїдний режим. За наявності неси-

Цитування: Артеменко М.Ю., Михальський В.М., Шаповал І.А. Теорія активної фільтрації багатофазних систем електроживлення, спрямована на мінімізацію потужності втрат в лінії передачі. *Допов. Нац. акад. наук Укр.* 2020. № 11. С. 39–50. <https://doi.org/10.15407/dopovidi2020.11.039>

метрії та/або нелінійності навантаження повна потужність має додаткові неактивні складові, що істотно знижують коефіцієнт потужності системи живлення. Теорія активної фільтрації багатофазних систем електроживлення передбачає розроблення аналітичних та практичних засобів виділення та компенсації складових струмів багатофазних систем електроживлення, що відповідають неактивним складовим потужності, позбавляючи від відповідних втрат лінію передачі.

В процесі більш ніж столітнього розвитку теорій потужності й фільтрації систем електроживлення було запропоновано велику кількість варіантів декомпозиції струмів трифазних та багатофазних систем. Їх можна розділити на дві великі групи в залежності від того, миттєві чи інтегральні величини використовуються для визначення складових потужності. Історично першою отримала розвиток теорія інтегральної потужності в роботах S. Fryze, який запропонував концепцію активного струму та формулу його визначення для трифазної системи електроживлення [2], яка містить інтегральні величини активної потужності та квадрата напруги. В подальшому питання декомпозиції складових інтегральних потужностей та підвищення якості електричної енергії систем електроживлення були розглянуті в роботах С. Budeanu, F. Buchholz, А.Е. Emanuel [3] та багатьох інших, зокрема, вітчизняних авторів [4–6]. Довірених форм, в яких кожній декомпозиції складових повної потужності однозначно відповідала декомпозиція вектора струмів навантаження, набули теорії інтегральних потужностей Fryze–Buchholz–Depenbrock Power Theory, Currents' Physical Components Power Theory автора L.Czarnecki, Conservative Power Theory авторів P.Tenti та P.Mattavelli, порівняльний аналіз яких проведено в [7].

Теорія миттєвої потужності трифазних енергосистем бере свій початок з робіт Н.Акагі та співавт. [8]. Згодом її вдосконалили у напрямку введення обертових та нерухомих тривимірних систем координат для миттєвих струмів, напруг та потужностей, огляд яких наведено в [9]. Важливим етапом розвитку теорії миттєвої потужності є запропонована F.Z. Peng та J.S. Lai у [10] формула для безпосереднього формування миттєвого активного струму трифазної чотирипровідної системи без будь-яких матричних перетворень струмів та напруг. Теорія миттєвої потужності багатофазних систем електроживлення формувалась з використанням математичного апарата тензорного аналізу. Для зменшення втрат потужності в лінії електропередачі автори [9] пропонують стратегії керування паралельним активним фільтром (ПАФ) на основі вектора опорних напруг, позбавленого компоненти нульової послідовності. Формули зазначених вище варіантів декомпозиції струмів та потужностей не містять залежностей від співвідношення опорів фазного і нейтрального проводів лінії електропередачі, що викликає сумніви щодо їх адекватності за наявності компонентів нульової послідовності векторів струмів і напруг.

Метою даної статті є узагальнення окремих компонентів теорії активної фільтрації багатофазних систем електроживлення, спрямованої на мінімізацію потужності втрат в лінії передачі, викладених в ряді авторських робіт [11–15], та надання їй системного характеру.

**Миттєвий активний струм багатофазної системи живлення, миттєва повна потужність та коефіцієнт виграшу за потужністю миттєвих втрат.** Електромагнітні процеси  $n$ -фазної системи електроживлення з нульовим проводом (рис. 1) повністю визначаються  $n$ -координатними векторами фазних напруг  $\mathbf{u}(t) = \|u_1(t) \ u_2(t) \ \dots \ u_n(t)\|^\wedge$  та лінійних струмів  $\mathbf{i}(t) = \|i_1(t) \ i_2(t) \ \dots \ i_n(t)\|^\wedge$ , де  $^\wedge$  – знак транспонування.

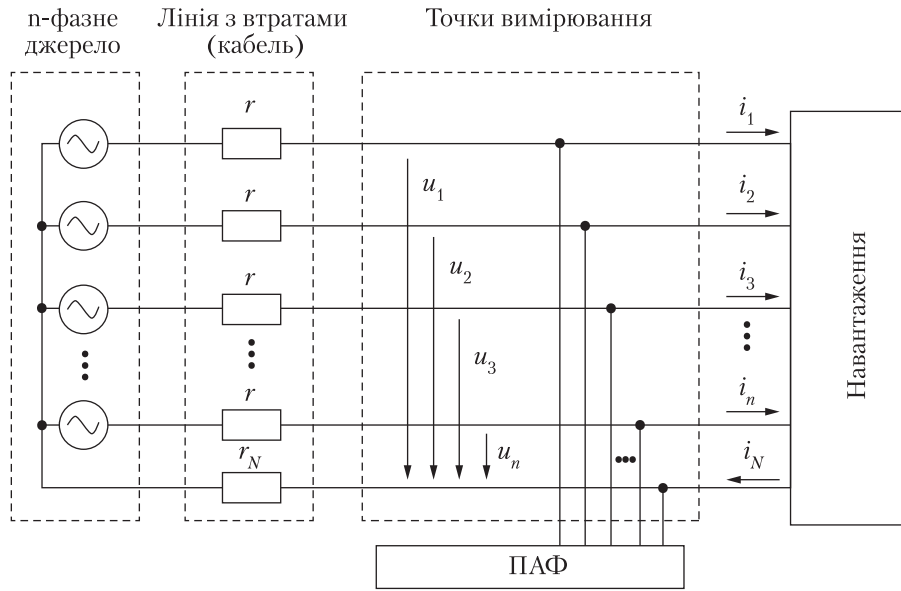


Рис. 1. Багатофазна системи електроживлення з резистивною моделлю лінії передачі

Відповідно до [3] миттєвий активний струм  $\mathbf{i}_a(t)$  – частина вектора струмів навантаження, що забезпечує те ж саме значення миттєвої потужності навантаження, що визначається виразом

$$p(t) = u_1(t)i_1(t) + u_2(t)i_2(t) + \dots + u_n(t)i_n(t) = \mathbf{u}^\wedge(t)\mathbf{i}(t), \quad (1)$$

та викликає мінімальну миттєву потужність втрат в лінії передачі. З умови визначення миттєвого активного струму маємо

$$\mathbf{u}^\wedge(t)\mathbf{i}_a(t) = p(t). \quad (2)$$

Миттєва потужність втрат визначається виразом

$$\Delta p(t) = i_1^2(t)r + i_2^2(t)r + \dots + i_n^2(t)r + i_N^2(t)r_N,$$

де струм нейтралі може бути представлений у вигляді

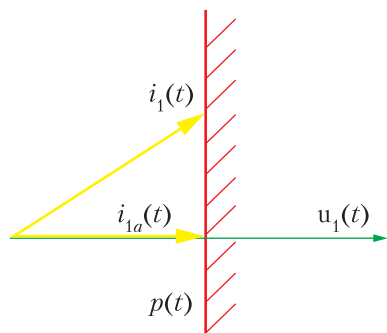
$$i_N(t) = i_1(t) + i_2(t) + \dots + i_n(t) = \mathbf{i}^\wedge(t)\mathbf{j} = \mathbf{j}^\wedge\mathbf{i}(t); \quad \mathbf{j}^\wedge = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}.$$

З урахуванням цього перетворимо вираз для миттєвої потужності втрат до матрично-векторної форми:

$$\Delta p(t) = \mathbf{i}^\wedge(t)\mathbf{i}(t)r + \mathbf{i}^\wedge(t)\mathbf{j}\mathbf{j}^\wedge\mathbf{i}(t)r_N = \mathbf{i}^\wedge(t)\mathbf{R}\mathbf{i}(t), \quad (3)$$

де  $\mathbf{R} = r\mathbf{I} + r_N\mathbf{j}\mathbf{j}^\wedge = \mathbf{R}^\wedge$  – матриця опорів втрат лінії передачі, симетрична відносно головної діагоналі;  $\mathbf{I}$  – одинична матриця розмірності  $n \times n$ .

Сформулюємо оптимізаційну задачу визначення миттєвого активного струму: для заданих величин  $\mathbf{R}, \mathbf{u}(t), p(t)$  визначити часову вектор-функцію  $\mathbf{i}_a(t)$ , що мінімізує миттєву потужність втрат ( $\mathbf{i}_a^\wedge(t)\mathbf{R}\mathbf{i}_a(t) \rightarrow \min$ ) за умови обмеження-рівності  $\mathbf{u}^\wedge(t)\mathbf{i}_a(t) = p(t)$ .



**Рис. 2.** Геометричний зміст розв'язку часткової оптимізаційної задачі

Розглянемо розв'язання часткової оптимізаційної задачі для випадку  $r_N = 0$ ;  $\mathbf{R} = r\mathbf{I}$ , тобто коли мінімізується квадрат норми, або довжина вектора лінійних струмів, який ми для цього випадку позначимо  $\mathbf{i}_1(t)$ . На рис. 2 унаочнено геометричний зміст розв'язку цієї задачі. Оскільки ліва частина заданого обмеження-рівності (2) щодо миттєвої потужності є скалярним добутком векторів  $\mathbf{u}(t)$  та  $\mathbf{i}_1(t)$ , то йому задовольняють усі вектори струмів, що закінчуються в площині, перпендикулярній до відрізка  $p(t)$ , відкладеному вздовж вектора  $\mathbf{u}(t)$ . Мінімальну довжину має вектор  $\mathbf{i}_{1a}(t)$ , перпендикулярний до зазначеної площини, тобто паралельний вектору  $\mathbf{u}(t)$ . В умові паралельності

$$\mathbf{i}_{1a}(t) = g_1(t)\mathbf{u}(t) \quad (4)$$

знаходимо коефіцієнт пропорційності  $g_1(t) = p(t) / [\mathbf{u}^\wedge(t)\mathbf{u}(t)]$  з рівності (2). Підстановка величини цього коефіцієнта в (4) дає значення активного струму в декомпозиції [10], що мінімізує миттєве середньоквадратичне значення струму:

$$\mathbf{i}_{1a}(t) = \frac{p(t)}{\mathbf{u}^\wedge(t)\mathbf{u}(t)}\mathbf{u}(t). \quad (5)$$

Для мінімізації саме миттєвої потужності втрат (3) представимо її квадратом норми вектора  $\bar{\mathbf{i}}(t) = \mathbf{R}^{1/2}\mathbf{i}(t)$ :

$$\Delta p(t) = \bar{\mathbf{i}}^\wedge(t)\bar{\mathbf{i}}(t) = [\mathbf{R}^{1/2}\mathbf{i}(t)]^\wedge \mathbf{R}^{1/2}\mathbf{i}(t) = \mathbf{i}^\wedge(t) (\mathbf{R}^{1/2})^\wedge \mathbf{R}^{1/2}\mathbf{i}(t) = \mathbf{i}^\wedge(t)\mathbf{R}\mathbf{i}(t). \quad (6)$$

Миттєва активна потужність може бути представлена скалярним добутком векторів  $\bar{\mathbf{i}}(t)$  та  $\bar{\mathbf{u}}(t) = \mathbf{R}^{-1/2}\mathbf{u}(t)$ :

$$p(t) = \bar{\mathbf{i}}^T \bar{\mathbf{u}} = [\mathbf{R}^{1/2}\mathbf{i}(t)]^\wedge \mathbf{R}^{-1/2}\mathbf{u}(t) = \mathbf{i}^\wedge(t) (\mathbf{R}^{1/2})^\wedge \mathbf{R}^{-1/2}\mathbf{u}(t) = \mathbf{i}^\wedge(t)\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}^\wedge(t)\mathbf{i}(t). \quad (7)$$

Аналогічно розв'язку часткової оптимізаційної задачі в загальному випадку мінімізація миттєвої потужності втрат (6) відбуватиметься за умови пропорційності введених векторів:

$$\mathbf{R}^{1/2}\mathbf{i}_a(t) = k(t)\mathbf{R}^{-1/2}\mathbf{u}(t), \quad (8)$$

що з урахуванням значення коефіцієнта пропорційності  $k(t)$ , знайденого з (2), дає вираз для миттєвого активного струму багатофазної системи живлення [14]

$$\mathbf{i}_a(t) = \frac{p(t)}{\mathbf{u}^\wedge(t)\mathbf{R}^{-1}\mathbf{u}(t)}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{u}(t). \quad (9)$$

На відміну від виразу (5), миттєвий активний струм (9) мінімізує саме миттєву потужність втрат, а не норму вектора лінійних струмів. Ці вирази стають тотожними при нульовому опорі нейтралі ( $r_N = 0$ ) або нульовій сумі миттєвих значень координат вектора фазних напруг ( $\mathbf{j}^\wedge\mathbf{u}(t) = 0$ ).

Застосуємо нерівність Коші–Шварца для векторів  $\bar{\mathbf{i}}(t)$  та  $\bar{\mathbf{u}}(t)$ , скалярний добуток яких є миттєвою активною потужністю, а квадрат норми модифікованого вектора струмів дорівнює миттєвій потужності втрат:

$$p^2(t) = [\bar{\mathbf{i}}^\wedge(t) \bar{\mathbf{u}}(t)]^2 \leq [\bar{\mathbf{i}}^\wedge(t) \bar{\mathbf{i}}(t)] [\bar{\mathbf{u}}^\wedge(t) \bar{\mathbf{u}}(t)] = \Delta p(t) [\mathbf{u}^\wedge(t) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}(t)]. \quad (10)$$

Відповідно до отриманої нерівності миттєва активна потужність не може перевищувати квадратний корінь з правої частини, це її максимальне значення, яке і приймається за миттєву повну потужність [3].

Знайдемо фізичний зміст скалярної величини  $\mathbf{u}^\wedge(t) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}(t)$ , що фігурує у визначенні миттєвої повної потужності та миттєвого активного струму (9). Для цього підставимо у цей вираз вектор фазних напруг, виражений через вектор фазних ЕРС  $\mathbf{e}(t)$  та лінійних струмів (див. рис. 1) за формулою  $\mathbf{u}(t) = \mathbf{e}(t) - \mathbf{Ri}(t)$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^\wedge(t) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}(t) &= [\mathbf{e}^\wedge(t) - \mathbf{i}^\wedge(t) \mathbf{R}]^\wedge \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{e}(t) - \mathbf{Ri}(t)] = \\ &= \mathbf{e}^\wedge(t) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{e}(t) - \mathbf{i}^\wedge(t) \mathbf{e}(t) - \mathbf{e}^\wedge(t) \mathbf{i}(t) + \mathbf{i}^\wedge(t) \mathbf{Ri}(t) = \\ &= \mathbf{e}^\wedge(t) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{e}(t) - 2[p(t) + \Delta p(t)] + \Delta p(t) = p_0(t) - 2p(t) - \Delta p(t), \end{aligned}$$

де  $p_0(t) = \mathbf{e}^\wedge(t) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{e}(t) = \mathbf{e}^\wedge(t) \mathbf{i}_0(t)$  – миттєва потужність короткого замикання  $n$ -фазного джерела;  $\mathbf{i}_0(t) = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{e}(t)$  – струм короткого замикання  $n$ -фазного джерела, оскільки цей вектор задовольняє умову  $\mathbf{e}(t) - \mathbf{Ri}_0(t) = \mathbf{0}$ . У правильно функціонуючій багатозазній мережі  $p_0(t) \gg p(t) \gg \Delta p(t)$ , тому можна вважати, що досліджуваний вираз є миттєвою потужністю короткого замикання  $n$ -фазного джерела:

$$\mathbf{u}^\wedge(t) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}(t) \approx \mathbf{e}^\wedge(t) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{e}(t) = p_0(t). \quad (11)$$

Таким чином, повна миттєва потужність є середнім геометричним миттєвих потужностей втрат та короткого замикання [14]:

$$s(t) = p_{\max}(t) = \sqrt{[\mathbf{i}^\wedge(t) \mathbf{Ri}(t)] [\mathbf{u}^\wedge(t) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}(t)]} = \sqrt{\Delta p(t) p_0(t)}. \quad (12)$$

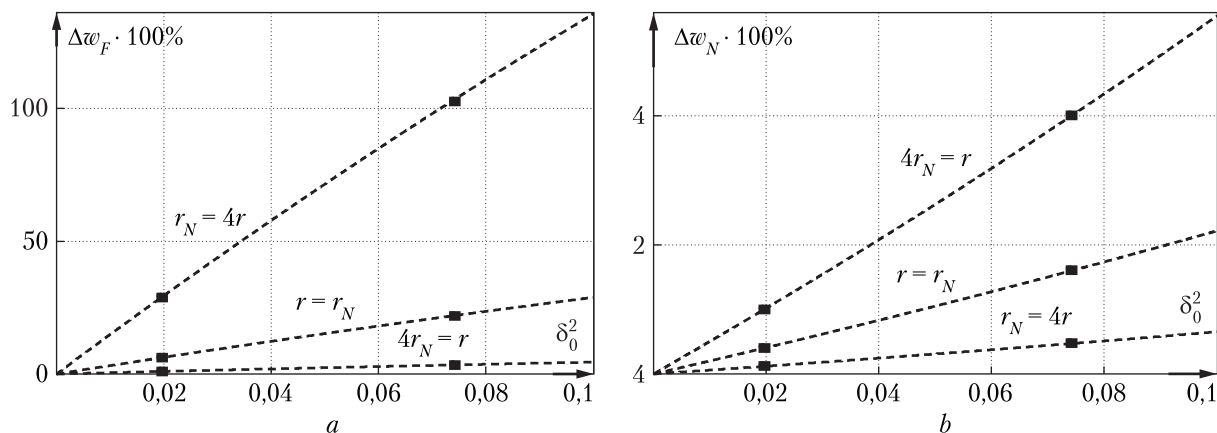
Крім того, з нерівності (10) випливає, що миттєва потужність втрат в лінії передачі від довільного струму  $\mathbf{i}(t)$  не менше мінімально можливого значення  $\Delta p_{\min}(t)$ , що визначається виразом:

$$\Delta p_{\min}(t) = p^2(t) / [\mathbf{u}^\wedge(t) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}(t)] \leq \mathbf{i}^T(t) \mathbf{Ri}(t) = \Delta p(t). \quad (13)$$

Знайдемо миттєву потужність втрат від активного струму (9):

$$\Delta p_a(t) = \mathbf{i}_a^T(t) \mathbf{Ri}_a(t) = \left[ \frac{p(t)}{\mathbf{u}^\wedge(t) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}(t)} \right]^2 [\mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}(t)]^\wedge \mathbf{R} [\mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}(t)] = \frac{p^2(t)}{\mathbf{u}^\wedge(t) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}(t)} = \Delta p_{\min}(t). \quad (14)$$

Таким чином, саме активний струм за формулою (9) забезпечує мінімально можливу потужність миттєвих втрат в лінії передачі. Неактивний миттєвий струм, що підлягає ком-



**Рис. 3.** Приріст виграшу за миттєвою потужністю втрат запропонованої стратегії: *a* – порівняно зі стратегією [10], *b* – порівняно зі стратегією [9]; штрихові лінії – теоретичні залежності, ■ – експериментальні дані.

пенсації при застосуванні активної фільтрації, визначається виразом  $\mathbf{i}_{na}(t) = \mathbf{i}(t) - \mathbf{i}_a(t)$ . Він має нульову миттєву активну потужність. Це зумовлює можливість побудови системи паралельної активної фільтрації в реальному масштабі часу без накопичувачів електричної енергії з мінімально можливими втратами в лінії передачі. Для її реалізації ПАФ встановлюється безпосередньо на клеммах навантаження (див. рис. 1) та постачає в навантаження неактивний струм (9), позбавляючи від нього багатозазне джерело.

Енергоефективність процесу передачі енергії струмом  $\mathbf{i}(t)$  в довільний момент часу характеризує миттєвий коефіцієнт потужності [14]

$$\lambda(t) = p(t) / s(t) = p(t) / \sqrt{p_0(t)\Delta p(t)}, \quad (15)$$

що набуває максимального значення, рівного одиниці, лише для миттєвого активного струму (9). Дійсно, при  $\Delta p(t) = \Delta p_a(t) = p^2(t) / p_0(t)$  з (15) випливає, що  $\lambda(t) = 1$ . Коефіцієнт виграшу за потужністю миттєвих втрат з урахуванням нових визначень має такий вигляд:

$$w(t) = \frac{\Delta p(t)}{\Delta p_{\min}(t)} = \frac{\mathbf{i}^{\wedge}(t)\mathbf{R}\mathbf{i}(t)}{\mathbf{i}_a^{\wedge}(t)\mathbf{R}\mathbf{i}_a(t)} = \frac{[\mathbf{u}^{\wedge}(t)\mathbf{R}^{-1}\mathbf{u}(t)][\mathbf{i}^{\wedge}(t)\mathbf{R}\mathbf{i}(t)]}{p^2(t)} = \frac{s^2(t)}{p^2(t)} = \frac{1}{\lambda^2(t)}. \quad (16)$$

Енергоефективність запропонованої стратегії активної фільтрації з формуванням миттєвого активного струму (9) в лінії передачі порівнювалася в [14] з найпоширенішими відомими стратегіями мінімізації миттєвої квадратичної норми споживаного струму, що використовують миттєвий активний струм (5), та стратегією формування нульового значення миттєвого нейтрального струму [9]. Приріст коефіцієнта виграшу за потужністю миттєвих втрат для стратегії з формуванням миттєвого активного струму (9) порівняно зі струмом (5) складає

$$\Delta w_1(t) = w_1(t) - 1 = \sigma^2(1 - \sigma)^{-1} \delta_0^2(t) [1 - \delta_0^2(t)], \quad (17)$$

де  $\delta_0^2(t) = \mathbf{u}_0^\wedge(t) \mathbf{u}_0(t) / \mathbf{u}^\wedge(t) \mathbf{u}(t)$  – миттєвий фактор напруги нульової послідовності. Аналогічно, приріст коефіцієнта виграшу за потужністю миттєвих втрат порівняно зі стратегією [9]

$$\Delta w_0(t) = w_0(t) - 1 = \frac{(1 - \sigma) \delta_0^2(t)}{1 - \delta_0^2(t)}. \quad (18)$$

Графіки відповідних приростів коефіцієнта виграшу, виражених у відсотках, залежно від миттєвого фактора напруги нульової послідовності напруги та параметрів лінії електропередачі, представлено на рис. 3. Експериментальні точки базуються на даних комп'ютерного моделювання чотирифазної енергосистеми в середовищі PLECS з нелінійним навантаженням у вигляді схеми чотирифазного діодного випрямляча [14].

При великих опорах нейтралі запропонована стратегія дає двократний виграш за потужністю миттєвих втрат порівняно зі стратегією [10]. Таким чином, запропонована стратегія активної фільтрації, що формує активний струм (9) в лінії передачі, за наявності миттєвого фактора напруги нульової послідовності переважає за потужністю миттєвих втрат стратегії, що ґрунтуються на ортогональних варіантах декомпозиції струмів навантаження з використанням  $pq$ -теорії миттєвої потужності та її модифікації, векторного скалярного добутку в рамках крос-векторної теорії,  $pqr$ -теорії миттєвої потужності, пропорційно-векторної теорії з позбавленням складової нульової послідовності вектора фазних напруг.

#### Інтегральні показники енергоефективності багатofазних систем електроживлення.

Інтегральні показники багатofазних систем електроживлення отримують шляхом осереднення миттєвих показників, як правило, на періоді напруг  $T$  багатofазної мережі. Активна потужність навантаження визначається за виразом

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{u}^\wedge(t) \mathbf{i}(t) dt = \mathbf{u} \circ \mathbf{i} = \frac{1}{T} \int_0^T \bar{\mathbf{u}}^\wedge(t) \bar{\mathbf{i}}(t) dt = \bar{\mathbf{u}} \circ \bar{\mathbf{i}}, \quad (19)$$

де символом  $\circ$  позначено інтегральний скалярний добуток відповідних періодичних часових векторів. Потужність втрат є квадратом інтегральної норми модифікованого вектора струмів

$$\Delta P = \frac{1}{T} \int_0^T \Delta p(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{i}^\wedge(t) \mathbf{R} \mathbf{i}(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T \bar{\mathbf{i}}^\wedge(t) \bar{\mathbf{i}}(t) dt = \bar{\mathbf{i}} \circ \bar{\mathbf{i}}. \quad (20)$$

Для векторів  $\bar{\mathbf{u}}(t) = \mathbf{R}^{-1/2} \mathbf{u}(t)$  та  $\bar{\mathbf{i}}(t) = \mathbf{R}^{1/2} \mathbf{i}(t)$ , що задовольняють обмеження  $(\mathbf{R}^{-1/2} \mathbf{u}) \circ (\mathbf{R}^{1/2} \mathbf{i}) = P$ , запишемо нерівність Коші–Шварца:

$$[(\mathbf{R}^{-1/2} \mathbf{u}) \circ (\mathbf{R}^{1/2} \mathbf{i})]^2 \leq [(\mathbf{R}^{-1/2} \mathbf{u}) \circ (\mathbf{R}^{-1/2} \mathbf{u})] \times [(\mathbf{R}^{1/2} \mathbf{i}) \circ (\mathbf{R}^{1/2} \mathbf{i})].$$

Звідси випливає нерівність для потужностей

$$P \leq \sqrt{[(\mathbf{R}^{-1/2} \mathbf{u}) \circ (\mathbf{R}^{-1/2} \mathbf{u})] \times [(\mathbf{R}^{1/2} \mathbf{i}) \circ (\mathbf{R}^{1/2} \mathbf{i})]} \quad (21)$$

та формула повної потужності багатofазної системи живлення [12, 13], як максимальної активної потужності у правій частині нерівності (21):

$$S = P_{\max} = \sqrt{[(\mathbf{R}^{-1/2}\mathbf{u}) \circ (\mathbf{R}^{-1/2}\mathbf{u})] \times [(\mathbf{R}^{1/2}\mathbf{i}) \circ (\mathbf{R}^{1/2}\mathbf{i})]} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{u}^\wedge(t) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}(t) dt \times \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{i}^\wedge(t) \mathbf{R} \mathbf{i}(t) dt}. \quad (22)$$

Формула повної потужності (22) містить множник у вигляді саме потужності втрат, а не середньоквадратичного значення струмів, та справедлива для довільного співвідношення між активними опорами проводів лінії передачі. За відсутності складових нульової послідовності у векторів фазних напруг та лінійних струмів, або при нульовому опорі нейтралі формула (22) переходить у формулу повної потужності F.Buchholz. В роботі [12] показано, що при певних співвідношеннях формула (22) еквівалентна стандартизованій формулі повної потужності в IEEE Standard 1459-2010 та усуває притаманну останній невизначеність.

Перший множник підкореневого виразу (22) є осереднена на періоді  $T$  потужність короткого замикання багатофазного джерела

$$\frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{u}^\wedge(t) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T p_0(t) dt = P_0, \quad (23)$$

з урахуванням чого повна потужність багатофазної системи може бути представлена як середнє геометричне значення потужностей втрат та короткого замикання [12, 13]:

$$S = \sqrt{\Delta P P_0}. \quad (24)$$

Знак рівності в формулі (21), тобто одиничне значення інтегрального коефіцієнта потужності  $\Lambda = P/S = 1$  має місце за умови пропорційності векторів  $\mathbf{R}^{1/2} \mathbf{i}(t) = K \mathbf{R}^{-1/2} \mathbf{u}(t)$ . Отже, активний струм багатофазної системи живлення, що забезпечує задану активну потужність навантаження  $P$  при мінімальних інтегральних втратах в лінії передачі, слід шукати в формі

$$\mathbf{i}_A(t) = K \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}(t). \quad (25)$$

Величина коефіцієнта пропорційності  $K$  визначається з умови  $\frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{u}^\wedge(t) \mathbf{i}_A(t) dt = P$  у вигляді

$$K = \frac{P}{\frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{u}^\wedge(t) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}(t) dt}.$$

Підстановка цього значення у формулу (25) дає кінцевий вираз для активного струму багатофазної системи живлення [13]:

$$\mathbf{i}_A(t) = \frac{P}{\frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{u}^\wedge(t) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}(t) dt} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}(t) = \frac{P}{P_0} \mathbf{i}_0(t). \quad (26)$$



Отже, активний струм багатofазної системи живлення є частиною вектора струму короткого замикання джерела, яка дорівнює відношенню потужності навантаження до потужності резистивного короткого замикання.

Режиму багатofазної системи живлення з мінімально можливими втратами [13]  $\Delta P_{MIN} = \Delta P_A = P^2 / P_0$ , спричиненими активним струмом (26), відповідає максимально можливе значення інтегрального коефіцієнта потужності  $\Lambda = P / \sqrt{\Delta P P_0}$ , що дорівнює одиниці. Запропонована в [11] енергоефективна стратегія активної фільтрації трифазної чотирипровідної системи живлення полягає у формуванні активного струму (26) в лінії передачі. При цьому досягається вигрaш за потужністю інтегральних втрат [13]

$$W = \frac{\Delta P}{\Delta P_{MIN}} = \frac{\Delta P}{P^2 / P_0} = \frac{S^2}{P^2} = \frac{1}{\Lambda^2}. \quad (27)$$

Знайдемо значення цього вигрaшу відносно відомих стратегій активної фільтрації, що базуються на теоріях інтегральної потужності, які використовують активний струм у формі Фрізе:

$$\mathbf{i}_F(t) = \frac{P}{\frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{u}^\wedge(t) \mathbf{u}(t) dt} \mathbf{u}(t) = \frac{\mathbf{u} \circ \mathbf{i}}{\mathbf{u} \circ \mathbf{u}} \mathbf{u}(t). \quad (28)$$

Порівняння активних струмів за виразами (5) та (28), (9) та (26) показує, що кожна пара з них має однакові опорні вектори, в чисельниках та знаменниках скалярних коефіцієнтів пропорційності фігурують однакові за фізичним змістом величини, але представлені різними формами скалярних добутків векторів струму та напруги: в (5) та (9) це миттєві значення, в (26) та (28) — інтегральні. Та ж сама закономірність простежується в формулах (12) та (24) для миттєвої та інтегральної повних потужностей, а також у виразах для коефіцієнтів потужності  $\lambda(t)$  та  $\Lambda$ , мінімальних потужностях втрат  $\Delta p_{MIN}(t)$  та  $\Delta P_{MIN}$ , коефіцієнтах вигрaшу за потужністю втрат  $w(t)$  та  $W$ . Внаслідок цього приріст коефіцієнта вигрaшу за інтегральними втратами, викликаними активними струмами (26) та (28), описується аналітичною залежністю, аналогічною (17), при заміні миттєвого фактора напруги нульової послідовності  $\delta_0^2(t)$  на інтегральний  $\Delta_0^2 = \mathbf{u}_0 \circ \mathbf{u}_0 / \mathbf{u} \circ \mathbf{u}$ . Так само приріст коефіцієнта вигрaшу за інтегральними втратами активного струму (26) у порівнянні зі стратегією [9], що формує струм лінії передачі

$$\mathbf{i}_S(t) = \frac{\mathbf{u} \circ \mathbf{i}}{(\mathbf{u} - \mathbf{u}_0) \circ (\mathbf{u} - \mathbf{u}_0)} [\mathbf{u}(t) - \mathbf{u}_0(t)], \quad (29)$$

позбавленим складової нульової послідовності вектора фазних напруг, описується формулою (18) при аналогічній заміні миттєвого значення фактора напруги нульової послідовності на інтегральне.

Таким чином, стратегія активної фільтрації з формуванням в лінії передачі вектора активного струму (26) за наявності інтегрального фактора напруги нульової послідовності переважає за потужністю інтегральних втрат стратегії формуванням вектора лінійних струмів, що ґрунтуються на теоріях інтегральних потужностей з використанням струмів (28) та (29).

Варіанти реалізації стратегій активної фільтрації, що формують активні струми за формулами (9) та (26) в системах електроживлення з різною кількістю фаз, наведено в роботах [11, 15].

### Висновки

1. Обґрунтовано нові формули визначення активного струму та повної потужності багатофазної системи електроживлення з урахуванням їх залежності від співвідношення опорів лінії електропередачі. Нового фізичного змісту було надано повній потужності — це середнє геометричне значення потужності втрат та потужності короткого замикання багатофазного джерела напруги на опори лінії передачі. Це визначення повністю узгоджується із сучасними стандартами і формула F. Buchholz для повної потужності впливає з цього визначення як окремий випадок, якщо і компоненти нульової послідовності струмів і напруг системи дорівнюють нулю. Новий фізичний зміст отримав активний струм — це частина струму короткого замикання, яка дорівнює відношенню потужності навантаження та потужності короткого замикання джерела напруги. За відсутності складової нульової послідовності у вектора фазних напруг або при нульовому опорі нейтралі це визначення еквівалентно формулам активних струмів S. Fryze та F.Z. Peng і J.S. Lai.

2. Доведено, що мінімально можливі втрати в лінії передачі забезпечують стратегії паралельної активної фільтрації з формуванням активних струмів за формулою (9) в миттєвій формі та за формулою (26) в інтегральній формі. Показано, що величини цих мінімально можливих втрат пропорційні квадрату потужності навантаження та обернено пропорційні потужності короткого замикання. Ці значення можуть бути використані для визначення коефіцієнтів потужностей заданого навантаження та коефіцієнтів виграшу за потужністю втрат.

3. Показано, що за наявності складової нульової послідовності вектора напруг стратегія керування ПАФ з формуванням активного струму джерела живлення з оптимально послабленою складовою нульової послідовності при будь-яких резистивних параметрах лінії передачі перевершує за потужністю миттєвих втрат як стратегію мінімізації квадратичної норми споживаного струму, так і стратегію формування нульового струму нейтралі. Отримано та експериментально підтверджено величини коефіцієнтів виграшу за потужністю втрат для зазначених стратегій.

### ЦИТОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Steinmetz C.P. Theory and calculation of alternating current phenomena. New York: The W. J. Johnston Co., 1st edn., 1897. 464 p.
2. Fryze S. Moc czynna, bierna i pozorna ukladu 3-fazowego o odkształconych przebiegach napięć fazowych i prądów przewodowych. Wybrane zagadnienia teoretycznych podstaw elektrotechniki. PWN, Warszawa, Wrocław. 1966. P. 250–256.
3. Emanuel A.E. Power definitions and the physical mechanism of power flow. John Wiley & Sons., Ltd, IEEE Press. 2010. 274 p.
4. Шидловский А.К., Кузнецов В.Г. Повышение качества энергии в электрических сетях. Киев: Наук. думка, 1985. 268 с.
5. Шидловський А.К., Жаркін А.Ф., Новський В.О., Капличний Н.М., Козлов О.В., Малахатка Д.О. Забезпечення електромагнітної сумісності в локальних електричних мережах. *Вісн. Нац. техн. ун-ту*

- “XIII”. Серія: Нові рішення в сучасних технологіях. 2018. № 26(1). С. 174–183. doi: <https://doi.org/10.20998/2413-4295.2018.26.24>
6. Жемеров Г.Г., Тугай Д.В. Мощность потерь и реактивная мощность в трехфазных системах электроснабжения при симметричных синусоидальных напряжениях источника. *Энергосбережение. Энергетика. Энергоаудит*. 2014. № 9 (127). С. 12–23.
  7. Rodrigo de Almeida Coelho, Núbia Silva Dantas Brito, George Rossany Soares de Lira, Érica Manguera Lima. Effects of Currents Decomposition on Power Calculation in Nonsinusoidal Conditions. *Electrical Engineering*. 2020. <https://doi.org/10.1007/s00202-020-01031-5>
  8. Akagi H., Kanazawa Y. and Nabae A. Generalized theory of the instantaneous reactive power in three-phase circuits. Proceedings of IEEJ International Power Electronics Conference (IPEC-Tokyo). 1983. P. 1375–1386.
  9. Herrera R.S. Salmeron P. Instantaneous reactive power theory: A Comparative Evaluation of different formulations. *IEEE Trans. Power Delivery*. 2007. **22**, № 1. P. 595–604. <https://doi.org/10.1109/TPWRD.2006.881468>
  10. Peng F.Z. and Lai J.S. Generalized instantaneous reactive power theory of three-phase power systems. *IEEE Trans. Instrum. Meas. Feb.* 1996. **45**, № 1. P. 293–297. <https://doi.org/10.1109/19.481350>
  11. Поліщук С.Й., Артеменко М.Ю., Михальський В.М., Батрак Л.М., Шаповал І.А. Стратегія керування паралельним активним фільтром з частковим послабленням складової нульової послідовності напруг трифазної чотирипровідної мережі. *Техн. електродинаміка*. 2013. № 3. С. 12–19.
  12. Артеменко М.Ю., Михальський В.М., Поліщук С.Й. Визначення повної потужності трифазних систем електроживлення як теоретична основа для побудови енергоефективних засобів паралельної активної фільтрації. *Техн. електродинаміка*. 2017. № 2. С. 25–34. <http://doi.org/10.15407/techned2017.02.025>
  13. Artemenko M., Batrak L., Polishchuk S. New definition formulas for apparent power and active current of three-phase power system [Nowa definicja mocy pozornej i prądu czynnego w układzie trójfazowym]. *Przegląd Elektrotechniczny*. 2019. № 95(8). P. 81–85. <https://doi.org/10.15199/48.2019.08.20>
  14. Артеменко М.Ю., Кутафін Ю.В., Михальський В.М., Поліщук С.Й., Чопик В.В., Шаповал І.А. Теорія миттєвої потужності багатозафазних систем електроживлення з урахуванням резистивних параметрів лінії передачі. *Техн. електродинаміка*. 2019. № 4. С. 12–22. <https://doi.org/10.15407/techned2019.04.012>
  15. Артеменко М.Ю., Кутафін Ю.В., Михальський В.М., Поліщук С.Й., Чопик В.В., Шаповал І.А. Енергоефективні стратегії силової активної фільтрації, що базуються на оптимальних декомпозиціях струмів навантаження та відповідних потужностей втрат. *Техн. електродинаміка*. 2020. № 3. С. 3 0–35. <https://doi.org/10.15407/techned2018.05.052>

Надійшло до редакції 15.09.2020

## REFERENCES

1. Steinmetz, C. P. (1897). Theory and calculation of alternating current phenomena. New York: The W. J. Johnston Co., 1st edn.
2. Fryze, S. (1966). Moc czynna, bierna i pozorna układu 3-fazowego o odkształconych przebiegach napięć fazowych i prądów przewodowych. Wybrane zagadnienia teoretycznych podstaw elektrotechniki. PWN, Warszawa, Wrocław. pp. 250-256.
3. Emanuel, A. E. (2010). Power definitions and the physical mechanism of power flow. John Wiley & Sons., Ltd, IEEE Press.
4. Shydlovskiy, A. K. & Kuznetsov, M. H. (1985). Improving the quality of energy in electrical networks. Kyiv: Naukova Dumka (in Russian).
5. Shydlovskiy, A. K., Zharkin, A. F., Novskiy, V. O., Kaplychniy, N. M., Kozlov, O. V. & Malakhatka, D. O. (2018). Ensuring electromagnetic compatibility in local electrical networks. Bulletin of the National Technical University “KhPI”. Series: New solutions in modern technologies. No. 26(1), pp. 174-183 (in Ukrainian). <https://doi.org/10.20998/2413-4295.2018.26.24>
6. Zhemerov, G. G. & Tugay, D. V. (2014). Power losses and reactive power in three-phase power supply systems with symmetrical sinusoidal source voltages. Energy saving. Energy. Energy audit. No. 9(127), pp. 12-23 (in Russian).

7. Rodrigo de Almeida Coelho, Núbia Silva Dantas Brito, George Rossany Soares de Lira & Érica Mangueira Lima (2020). Effects of Currents Decomposition on Power Calculation in Nonsinusoidal Conditions. *Electrical Engineering*. <https://doi.org/10.1007/s00202-020-01031-5>
8. Akagi, H., Kanazawa, Y. & Nabae, A. (1983). Generalized theory of the instantaneous reactive power in three-phase circuits. *Proceedings of IEEJ International Power Electronics Conference (IPEC-Tokyo)*. pp. 1375-1386.
9. Herrera, R. S. & Salmeron, P. (2007). Instantaneous reactive power theory: A Comparative Evaluation of different formulations. *IEEE Trans. Power Delivery*, 22. No. 1, pp. 595-604. <https://doi.org/10.1109/TPWRD.2006.881468>
10. Peng, F. Z. & Lai, J. S. (Feb. 1996). Generalized instantaneous reactive power theory of three-phase power systems. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 45. No. 1, pp. 293-297. <https://doi.org/10.1109/19.481350>
11. Polishchuk, S. Y, Artemenko, M. Yu., Mykhalskyi, V. M., Batrak, L. M. & Shapoval, I. A. (2013). Control strategy of a parallel active filter with partial attenuation of the component of the zero sequence of voltages of a three-phase four-wire network. *Technical electrodynamics*, No. 3, pp. 12-19 (in Ukrainian).
12. Artemenko, M. Yu., Mykhalskyi, V. M. & Polishchuk, S. Y. (2017). Determination of total capacity of three-phase power supply systems as a theoretical basis for the construction of energy-efficient means of shunt active filtration. *Technical electrodynamics*, No. 2, pp. 25-34. <https://doi.org/10.15407/technd2017.02.025>
13. Artemenko, M., Batrak, L. & Polishchuk, S. (2019). New definition formulas for apparent power and active current of three-phase power system [Nowa definicja mocy pozornej i prądu czynnego w układzie trójfazowym]. *Przegląd Elektrotechniczny*, No. 95(8), pp. 81-85. <https://doi.org/10.15199/48.2019.08.20>
14. Artemenko, M. Yu., Kutafin, Y. V., Mykhalsky, V. M., Polishchuk, S. Y., Chopyk, V. V. & Shapoval, I. A. (2019). Theory of instantaneous power of multiphase power supply systems taking into account the resistive parameters of the transmission line. *Technical electrodynamics*, No. 4, pp. 12-22. <https://doi.org/10.15407/technd2019.04.012>
15. Artemenko, M. Yu., Kutafin, Y. V., Mykhalskyi, V. M., Polishchuk, S. Y., Chopyk, V. V. & Shapoval, I. A. (2020) Energy efficient power active filtration strategies based on optimal load current decompositions and corresponding power losses. *Technical electrodynamics*, No. 3, pp. 30-35. <https://doi.org/10.15407/technd2018.05.052>

Received 15.09.2020

M.Yu. Artemenko<sup>1</sup>, V.M. Mykhalskyi<sup>2</sup>, I.A. Shapoval<sup>2</sup>

<sup>1</sup>NTU of Ukraine "I. Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"

<sup>2</sup>Institute of Electrodynamics of the NAS of Ukraine, Kyiv

E-mail: artemenko\_m\_ju@ukr.net, mikhalsky@ied.org.ua

#### ACTIVE FILTRATION THEORY OF MULTIPHASE POWER SUPPLY SYSTEMS AIMED AT MINIMIZING THE POWER LOSS IN THE TRANSMISSION LINE

The active filtration theory of multiphase power supply systems aimed at minimizing the power losses in the transmission line has been further developed. New relations are substantiated, and a new physical content is given for the instantaneous active current and the instantaneous apparent power, which take into account the dependence of the transmission line resistance ratio and correspond to similar integrated values of the periodic mode of a multiphase power supply system. It is shown that the instantaneous and integral values of the minimum possible losses are proportional to the square of the load power and inversely proportional to the short-circuit power. These values can be used to determine the power factors of a given load and gain coefficients for power losses. The calculated ratios for the gain coefficients for the instantaneous and integral power losses when using a shunt active filter with control strategies that form in the transmission line vectors of the active current according to the proposed formulas were obtained. The results of computer simulation confirmed the adequacy of all modified relations for the basic concepts of the active filtration theory of multiphase power supply systems and the advantages of the proposed active filtration strategies.

**Keywords:** *shunt active filter, active current, power loss, power factor.*