

<https://doi.org/10.15407/dopovidi2020.02.015>

УДК 539.3

А.М. Багно

Институт механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины, Киев

E-mail: alexbag2016@gmail.com

О влиянии конечных начальных деформаций на волновой процесс в системе, состоящей из упругого полупространства и слоя вязкой сжимаемой жидкости

Представлено академиком НАН Украины А.Н. Гузем

Рассмотрена задача о распространении акустических волн в предварительно деформированном несжимаемом упругом полупространстве, взаимодействующем со слоем вязкой сжимаемой жидкости. Исследование проведено на основе трехмерных линеаризованных уравнений теории упругости конечных деформаций для несжимаемого упругого полупространства и трехмерных линеаризованных уравнений Навье—Стокса для слоя вязкой сжимаемой жидкости. Применены постановка задачи и подход, основанные на использовании представлений общих решений линеаризованных уравнений для упругого тела и жидкости. Получено дисперсионное уравнение, описывающее распространение гармонических волн в гидроупругой системе. Построены дисперсионные кривые поверхностных волн в широком диапазоне частот. Проанализировано влияние конечных начальных деформаций упругого полупространства и толщины слоя вязкой сжимаемой жидкости на фазовые скорости, коэффициенты затухания и дисперсию поверхностных волн в гидроупругих волноводах. Числовые результаты представлены в виде графиков и дан их анализ.

Ключевые слова: *поверхностные волны, фазовая скорость, коэффициент затухания, несжимаемое упругое полупространство, слой вязкой сжимаемой жидкости, конечные начальные деформации.*

Широкое использование поверхностных акустических волн в сейсмологии, сейсморазведке и других областях ставит задачу более полного учета свойств, присущих реальным упругим и жидким средам. К числу таких факторов принадлежат начальные напряжения в упругом теле, а также вязкость и сжимаемость жидкости [1–4].

В связи с этим для исследования закономерностей распространения поверхностных волн возникла необходимость применения математических моделей, более полно отражающих поведение реальных упругих и жидких сред. К числу таких моделей принадлежит модель, построенная на основании применения трехмерных линеаризованных уравнений [3–7] и позволяющая учесть как начальные деформации упругого тела, так вязкость и сжимаемость жидкой среды. Указанная модель применима также к высокоэластичным резиноподобным несжимаемым материалам, допускающим большие начальные деформации и

© А.М. Багно, 2020

ISSN 1025-6415. Допов. Нац. акад. наук Укр. 2020. № 2: 15–23

15

обладающим пониженной сдвиговой жесткостью, на динамическое поведение которых вязкая сжимаемая жидкость может оказывать значительное влияние. Проведение исследований в рамках такого подхода вызвано тем, что в упругих телах практически всегда имеются начальные напряжения. Они возникают, например, при действии полей различной физической природы, а также в результате различных технологических процессов и других факторов. Поэтому представляет определенный теоретический и прикладной интерес исследования влияния начальных напряжений на распространение поверхностных волн в системе несжимаемое упругое полупространство — слой вязкой сжимаемой жидкости. Отметим, что применение указанной модели к сжимаемым жестким материалам (органическое стекло, сталь) [2–4, 8–10] позволило подробно исследовать, а также получить качественную и количественную информации о влиянии малых начальных деформаций на волновой процесс.

В данном сообщении для исследования влияния больших начальных деформаций на закономерности распространения поверхностных акустических волн в гидроупругой системе, состоящей из упругого полупространства и слоя вязкой жидкости, применяются модели, учитывающие начальные напряжения в упругом теле, а также вязкость и сжимаемость жидкой среды. При исследовании используются трехмерные линеаризованные уравнения Навье—Стокса для жидкости и трехмерные линеаризованные уравнения теории упругости конечных деформаций для твердого тела. При этом предполагается, что жидкость является ньютоновской, находится в состоянии покоя и тепловые эффекты не учитываются. В качестве подхода выбраны постановки задач и метод, основанные на применении представлений общих решений линеаризованных уравнений движения вязкой сжимаемой жидкости и предварительно напряженного несжимаемого упругого тела, предложенные в работах [3–7].

Постановка задачи. Рассмотрим такие динамические процессы в гидроупругой системе, при которых возникающие дополнительные деформации, т.е. возмущения деформаций, значительно меньше начальных. Исследуем гармонические волновые процессы малой амплитуды.

Далее предположим, что изотропное нелинейно-упругое твердое тело, упругий потенциал которого является произвольной дважды непрерывно-дифференцируемой функцией компонент тензора деформаций Грина, занимает объем: $-\infty < z_1 < \infty$, $-\infty < z_2 \leq 0$, $-\infty < z_3 < \infty$ и контактирует со слоем вязкой сжимаемой жидкости, заполняющей объем: $-\infty < z_1 < \infty$, $0 \leq z_2 \leq h$, $-\infty < z_3 < \infty$. Примем, что внешние силы, действующие на указанные среды, распределены равномерно вдоль оси Oz_3 . В этом случае задача является плоской и можно ограничиться изучением процесса распространения волн в плоскости Oz_1z_2 . Следовательно, указанная задача сводится к решению системы линеаризованных уравнений гидроупругости при следующих граничных условиях:

$$\tilde{Q}_1 \Big|_{z_2=0} = \tilde{P}_1 \Big|_{z_2=0}; \tilde{Q}_2 \Big|_{z_2=0} = \tilde{P}_2 \Big|_{z_2=0}; \tilde{P}_1 \Big|_{z_2=h} = 0; \tilde{P}_2 \Big|_{z_2=h} = 0; \quad (1)$$

$$v_1 \Big|_{z_2=0} = \frac{\partial u_1}{\partial t} \Big|_{z_2=0}; v_2 \Big|_{z_2=0} = \frac{\partial u_2}{\partial t} \Big|_{z_2=0}. \quad (2)$$

Воспользуемся постановками задач линеаризованной теории гидроупругости для тел с начальными напряжениями и вязкой жидкости, а также представлениями общих решений,

предложенными в работах [3–7]. В дальнейшем исследуются волновые процессы в предварительно деформированных несжимаемых упругих телах, взаимодействующих с вязкой жидкостью, начальное состояние которых является однородным. В случае однородного напряженно-деформированного состояния для плоского случая общие решения имеют вид [3–7]

$$u_1 = -\frac{\partial^2 \chi_1}{\partial z_1 \partial z_2}; \quad u_2 = \lambda_1 q_1 \lambda_2^{-1} q_2^{-1} \frac{\partial^2}{\partial z_1^2} \chi_1;$$

$$p = \lambda_1^{-1} q_1^{-1} \left\{ \lambda_1^2 [\lambda_1^2 a_{11} + s_{11}^0 - \lambda_1 \lambda_2 q_1 q_2^{-1} (a_{12} + \mu_{12})] \frac{\partial^2}{\partial z_1^2} + \right.$$

$$\left. + \lambda_2^2 (\lambda_1^2 \mu_{12} + s_{22}^0) \frac{\partial^2}{\partial z_2^2} - \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right\} \frac{\partial}{\partial z_2} \chi_1;$$

$$v_1 = \frac{\partial^2 \chi_2}{\partial z_1 \partial t} + \frac{\partial^2 \chi_3}{\partial z_2 \partial t}; \quad v_2 = \frac{\partial^2 \chi_2}{\partial z_2 \partial t} - \frac{\partial^2 \chi_3}{\partial z_1 \partial t},$$

где введенные функции χ_i являются решениями следующих уравнений:

$$\left[\frac{\partial^4}{\partial z_1^4} + \frac{\lambda_2^4 q_2^2 (\lambda_1^2 \mu_{12} + s_{22}^0)}{\lambda_1^4 q_1^2 (\lambda_2^2 \mu_{12} + s_{11}^0)} \frac{\partial^4}{\partial z_2^4} - \frac{\rho}{\lambda_1^2 (\lambda_2^2 \mu_{12} + s_{11}^0)} \frac{\partial^4}{\partial z_1^2 \partial t^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{q_1 q_2^{-1} (\lambda_2^2 a_{22} + s_{22}^0) + q_1^{-1} q_2 (\lambda_1^2 a_{11} + s_{11}^0) - 2\lambda_1 \lambda_2 (a_{12} + \mu_{12})}{\lambda_1^2 \lambda_2^{-2} (\lambda_2^2 \mu_{12} + s_{11}^0) q_1 q_2^{-1}} \frac{\partial^4}{\partial z_1^2 \partial z_2^2} - \right.$$

$$\left. - \frac{\lambda_2^2 q_2^2 \rho}{\lambda_1^4 q_1^2 (\lambda_2^2 \mu_{12} + s_{11}^0)} \frac{\partial^4}{\partial z_2^2 \partial t^2} \right] \chi_1 = 0; \quad q_i = \lambda_i^{-1}; \quad \lambda_1 \lambda_2 = 1;$$

$$\left[\left(1 + \frac{4v^*}{3a_0^2} \frac{\partial}{\partial t} \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial z_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial z_2^2} \right) - \frac{1}{a_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] \chi_2 = 0; \quad \left[\frac{\partial}{\partial t} - v^* \left(\frac{\partial^2}{\partial z_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial z_2^2} \right) \right] \chi_3 = 0.$$

Выше приняты следующие обозначения: \tilde{Q}_i и \tilde{P}_i – составляющие напряжений, соответственно, в упругом теле и жидкости; u_i – компоненты вектора смещений упругого тела \mathbf{u} ; v_i – составляющие вектора возмущений скорости жидкости \mathbf{v} относительно состояния покоя; λ_i – удлинения упругого тела в направлениях координатных осей; a_{ij} , μ_{ij} – величины, определяемые из уравнений состояния и зависящие от вида упругого потенциала [3, 4, 8, 9]; s_{ii}^0 – начальные напряжения; ρ – плотность материала упругого полупространства; ρ_0 и a_0 – плотность и скорость звука в жидкости в состоянии покоя; v^* и μ^* – кинематический и динамический коэффициенты вязкости жидкости.

Для анализа распространения возмущений, гармонически изменяющихся во времени, решения системы уравнений определяем в классе бегущих волн

$$\chi_j = X_j(z_2) \exp[i(kz_1 - \omega t)] \quad (j = \overline{1, 3}),$$

где k ($k = \beta + i\gamma$) — волновое число; γ — коэффициент затухания волны; ω — круговая частота; i — мнимая единица ($i = \sqrt{-1}$).

Заметим, что выбранный в данной работе класс гармонических волн, являясь наиболее простым и удобным в теоретических исследованиях, не ограничивает общности полученных результатов, поскольку линейная волна произвольной формы, как известно, может быть представлена набором гармонических составляющих. Далее применяя метод Фурье, приходим к трем задачам о собственных значениях для уравнений движения упругого тела и жидкости. Решая их, определяем собственные значения и соответствующие собственные функции. После подстановки полученных общих решений в граничные условия (1), (2) получаем однородную систему линейных алгебраических уравнений относительно произвольных постоянных. Исходя из условия существования нетривиального решения этой системы, получаем дисперсионное уравнение

$$\det \| e_{lm}(c, \gamma, \lambda_i, \rho, \mu, a_{ij}, \mu_{ij}, s_{ii}^0, \rho_0, a_0, \mu^*, \omega h/c_s) \| = 0 \quad (l, m = \overline{1, 6}), \quad (3)$$

где c — фазовая скорость волн в гидроупругой системе; h — толщина жидкого слоя; c_s — скорость волны сдвига в материале упругого тела ($c_s^2 = \mu/\rho$); μ — модуль сдвига материала упругого тела.

Отметим, что полученное при таком подходе дисперсионное уравнение (3) не зависит от формы упругого потенциала. Оно является наиболее общим и из него можно получить соотношения для ряда частных случаев, которые рассмотрены в работах [1, 2–4, 8–10]. В частности, если a_0 устремить к бесконечности, то (3) перейдет в уравнение для определения параметров волн в случае взаимодействия упругого полупространства со слоем несжимаемой вязкой жидкости. При $\rho_0 = 0$ равенство (3) перейдет в уравнение для определения скоростей волн Рэлея [2–4, 9]. В случае если $\rho_0 \neq 0$ и $h \rightarrow \infty$ получим соотношение, определяющее фазовую скорость волны Стоунли [2–4, 10].

Указанные частные случаи учитывают наличие начальных деформаций в упругом полупространстве. Кроме того, модели, основанные на различных вариантах теории малых начальных деформаций, на уравнениях приближенных прикладных двумерных теорий как для предварительно напряженных, так и для тел без начальных деформаций, на линейных соотношениях классической теории упругости, являются частными случаями, рассматриваемого в работе, и следуют из него при введении дополнительных упрощающих предположений. Задачи, которые были рассмотрены в рамках модели, учитывающей начальные напряжения, приведены в [2–4, 7–10]. Если принять $s_{ii}^0 = 0$ ($\lambda_i = 1$) и $\mu^* = 0$, то получим равенства для основательно исследованных в рамках классической теории гидроупругости волн Рэлея и Стоунли—Шольге [1].

Числовые результаты. В дальнейшем дисперсионное уравнение (3) решаем численно. При этом расчеты проводим для гидроупругой системы, материалы составляющих которой являются реальными. В качестве материала для упругого полупространства выбираем высокоэластичную несжимаемую резину, упругие свойства которой описываются упругим потенциалом Трелоара. При этом механические параметры гидроупругой системы выбираем следующими: упругое полупространство — $\rho = 1200$ кг/м³, $\mu = 1,2 \cdot 10^6$ Па; слой жидкости — $\rho_0 = 1000$ кг/м³, $a_0 = 1459,5$ м/с, $\bar{\mu}^* = 0,001$, $\bar{a}_0 = a_0/c_s = 46,153442$. У этого волновода материал упругого тела (резина) является податливым и мягким. Кроме того, при решении

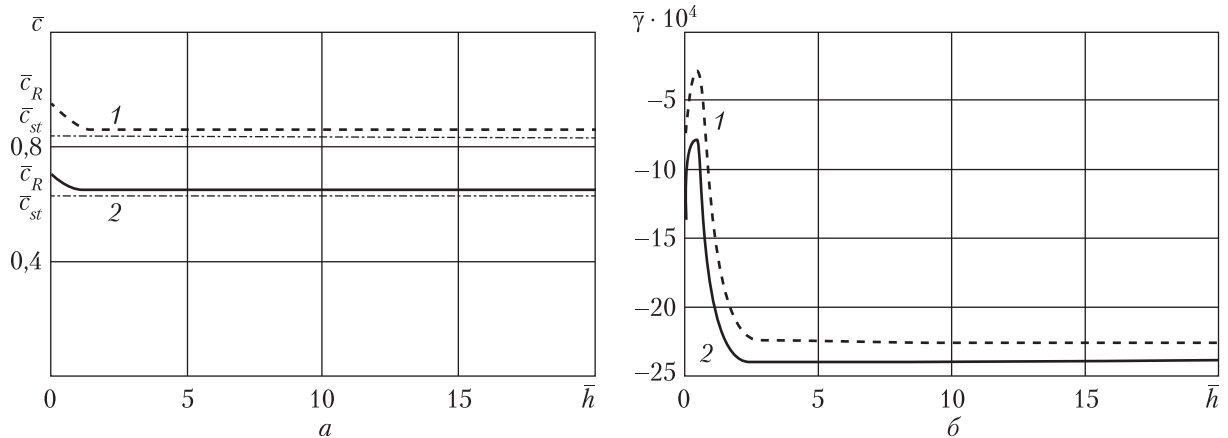


Рис. 1

предполагалось, что начальное напряженное состояние удовлетворяло соотношениям $s_{11}^0 \neq 0$, $s_{22}^0 = 0$. Как показано в работах [3, 4], при такой загрузке нет аналогии между задачами в линеаризованной и линейной постановках. Поэтому результаты для тел с начальными напряжениями не могут быть получены из решений соответствующих линейных задач.

Заметим, что уравнение (3) выведено без каких-либо дополнительных требований к виду функции упругого потенциала, поэтому оно имеет место для упругих потенциалов произвольной формы.

Далее дисперсионное уравнение (3) решаем численно. Результаты вычислений в виде графиков представлены на рис. 1–3.

Характер влияния предварительного сжатия ($\lambda_1 = 0,8$) на фазовые скорости поверхностных волн в упруго-жидкостной системе иллюстрируют графики на рис. 1, а. Здесь приведены графики дисперсионных кривых для гидроупругих волноводов, отражающих зависимость безразмерных величин фазовых скоростей поверхностных волн \bar{c} ($\bar{c} = c/c_s$) от безразмерной величины толщины слоя вязкой ($\bar{\mu}^* = 0,001$) жидкости (частоты) \bar{h} ($\bar{h} = \omega h/c_s$). При этом сплошной линией 2 обозначена дисперсионная кривая, отвечающая гидроупругой системе с упругим полупространством, подверженному начальному сжатию ($\lambda_1 = 0,8$). Штриховой линией 1 обозначена дисперсионная кривая для ненапряженного упругого полупространства ($\lambda_1 = 1$). На этом рисунке штрихпунктирными линиями обозначены асимптотики, к которым стремятся фазовые скорости \bar{c} этих волн при возрастании толщины жидкого слоя (частоты) \bar{h} ($\bar{h} \rightarrow \infty$).

На рис. 1, б приведены зависимости безразмерных величин коэффициентов затухания мод $\bar{\gamma}$ ($\bar{\gamma} = \gamma/k_s$, k_s – волновое число волны сдвига в материале упругого полупространства) от безразмерной величины толщины жидкого слоя \bar{h} при $\bar{\mu}^* = 0,001$.

Характер влияния вязкости жидкости ($\bar{\mu}^* = 0,001$) на скорости мод в гидроупругой системе иллюстрируют графики на рис. 2, а, на котором представлены зависимости относительных изменений величин фазовых скоростей волн c^* [$c^* = (c_i - c_v)/c_i$, c_i – фазовая скорость поверхностных волн в гидроупругой системе с идеальной жидкостью; c_v – фазовая скорость волн в системе с вязкой жидкостью] от безразмерной величины толщины жидкого слоя \bar{h} .

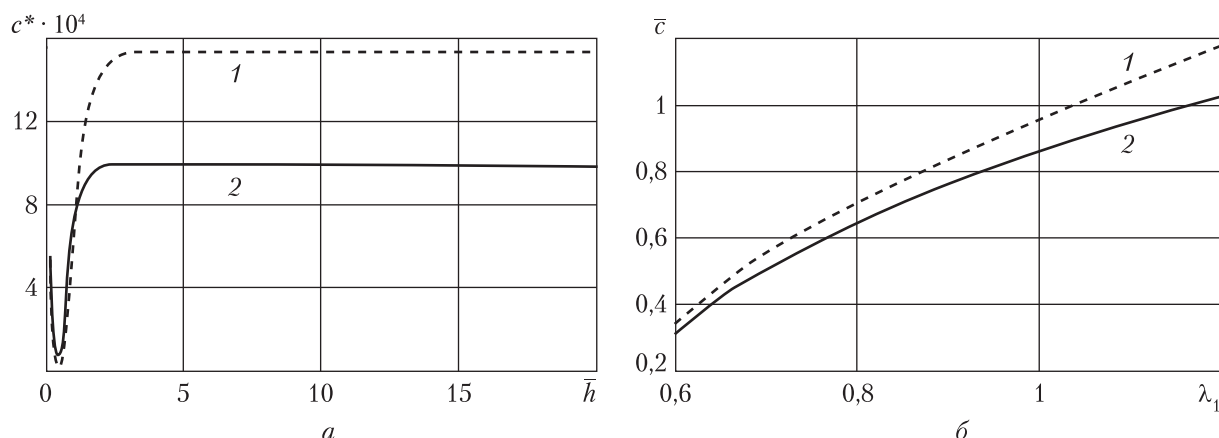


Рис. 2

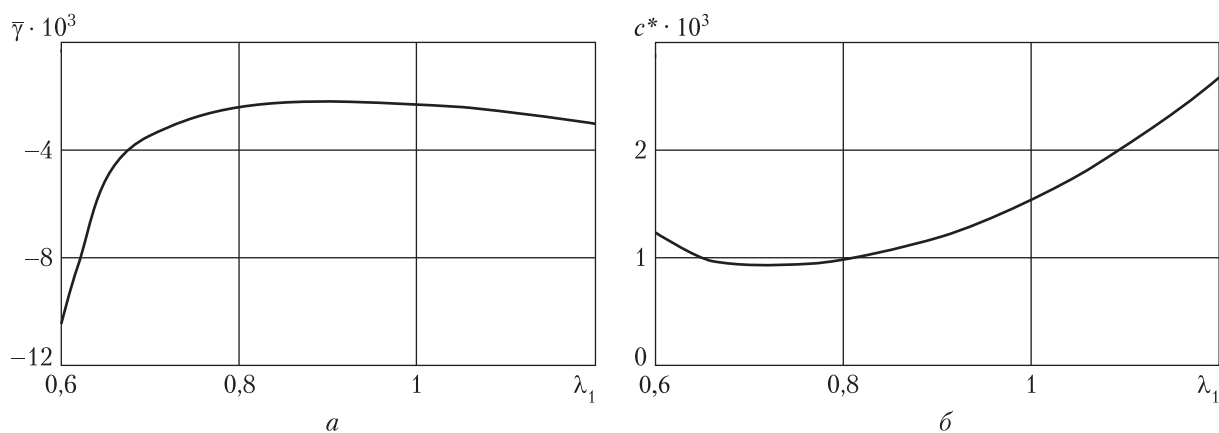


Рис. 3

На рис. 1, б и 2, а так же, как и на рис. 1, а сплошные линии 2 соответствуют гидроупругой системе с упругим полупространством, подвергнутому начальному сжатию ($\lambda_1 = 0,8$). Штриховыми линиями 1 обозначены кривые для ненапряженного упругого полупространства ($\lambda_1 = 1$).

Характер влияния предварительного деформирования упругого полупространства на скорости поверхностных волн иллюстрируют графики на рис. 2, б, на котором представлены зависимости величин фазовых скоростей \bar{c} этих мод от изменения величины λ_1 . На рисунке приведены результаты вычислений для предварительно деформированного ($0,6 \leq \lambda_1 \leq 1,2$) упругого полупространства. При этом график, изображенный сплошной линией, получен для гидроупругой системы, толщина вязкого ($\bar{\mu}^* = 0,001$) жидкого слоя \bar{h} которой равна 20, а штриховая линия отвечает упругому полупространству, не взаимодействующему с жидкостью ($\bar{\rho}_0 = 0$).

На рис. 3, а приведен график зависимости безразмерной величины коэффициента затухания поверхностной волны $\bar{\gamma}$ ($\bar{\gamma} = \gamma/k_s$, k_s — волновое число волны сдвига в материале упругого полупространства) от величины λ_1 для гидроупругой системы ($\bar{\mu}^* = 0,001$). Как и в предыдущем случае, этот график получен для гидроупругой системы, толщина вязкого ($\bar{\mu}^* = 0,001$) жидкого слоя \bar{h} которой равна 20.

График на рис. 3, б иллюстрирует зависимость относительных изменений величин фазовых скоростей волн c^* от величины λ_1 для гидроупругой системы ($\bar{\mu}^* = 0,001$).

На рис. 2, б – 3, б представлены результаты вычислений, отражающие влияние на кинематические характеристики гидроупругих волноводов, как предварительного сжатия ($0,6 \leq \lambda_1 < 1$), так и предварительного растяжения ($1 < \lambda_1 \leq 1,2$) упругого полупространства.

Анализ числовых результатов. Из графиков, представленных на рис. 1, а, следует, что в упругом полупространстве из высокоэластичной резины (податливый материал), взаимодействующем со слоем вязкой сжимаемой жидкости, распространяется лишь одна волна. Скорость этой поверхностной волны \bar{c} изменяется от скорости волны Рэлея \bar{c}_R ($\bar{c}_R = c_R/c_s = 0,955312$ для $\lambda_1 = 1$ и $\bar{c}_R = 0,709557$ для $\lambda_1 = 0,8$) при $\bar{h} \rightarrow 0$ до скорости волны Стоунли \bar{c}_{st} ($\bar{c}_{st} = c_{st}/c_s = 0,857938$ для $\lambda_1 = 1$ и $\bar{c}_{st} = 0,649541$ для $\lambda_1 = 0,8$) при $\bar{h} \rightarrow \infty$. В рассматриваемом случае механические параметры гидроупругой системы резина – вода таковы, что скорость распространения звуковой волны в жидкости \bar{a}_0 ($\bar{a}_0 = 46,153442$) больше скорости рэлеевской волны \bar{c}_R ($\bar{c}_R = 0,955312$ для $\lambda_1 = 1$ и $\bar{c}_R = 0,709557$ для $\lambda_1 = 0,8$). Согласно результатам, полученным в работе [11], в данной гидроупругой системе, состоящей из податливого упругого тела и слоя вязкой жидкости, в коротковолновой части спектра поверхностная волна, распространяясь вдоль границы раздела сред, локализуется, преимущественно, в приконтактной области упругого полупространства. Этим обусловлено влияние начальных деформаций на ее кинематические характеристики во всем частотном диапазоне. Из графиков также следует, что с увеличением толщины слоя жидкости (частоты) \bar{h} рэлеевская поверхностная волна, трансформируясь в волну Стоунли, в дальнейшем становится практически бездисперсионной.

Графики, приведенные на рис. 1, б и 2, а, показывают, что с увеличением толщины жидкого слоя \bar{h} влияние вязкой жидкости проявляется сильнее. При этом возрастают абсолютное значение коэффициента затухания $|\bar{\gamma}|$ (см. рис. 1, б) и значение относительного изменения величины фазовой скорости c^* (см. рис. 2, а). Для волноводной гидроупругой системы с вязкой жидкостью характерно уменьшение величины фазовой скорости поверхностной волны (волна типа Стоунли) c_v . Это обусловлено тем, что движения в этой волне, распространяющейся вдоль границы раздела сред, локализуются в приконтактной области упругого полупространства [11], где влияние вязкости жидкости проявляется значительнее.

Влияние конечных начальных деформаций на параметры волнового процесса в гидроупругой системе. Как известно [11], особенности воздействия предварительных деформаций на фазовые скорости волн в гидроупругих системах связаны с локализацией этих волн в разных средах. Как показано в работе [11], при $\bar{a}_0 > \bar{c}_R$ поверхностная волна в гидроупругой системе со слоем вязкой жидкости распространяется, преимущественно, в упругом полупространстве. Как уже отмечалось, этим обусловлено влияние начальных напряжений на величину фазовой скорости этой волны во всем частотном диапазоне. Как следует из графиков (см. рис. 1, а), начальное сжатие ($\lambda_1 = 0,8$) приводит к понижению величины фазовой скорости поверхностной волны на всем интервале частот. Наибольшее влияние предварительные деформации оказывают на скорости этих волн в окрестности частоты их заперения (см. рис. 1).

Из графиков, представленных на рис. 2, б, следует, что сжатие упругого полупространства ($\lambda_1 < 1$) приводит к уменьшению величин фазовых скоростей \bar{c} поверхностных волн, а растяжение ($\lambda_1 > 1$) – наоборот, к их увеличению.

Как следует из графика, приведенного на рис. 3, а, влияние начальных деформаций на коэффициент затухания зависит от величины деформаций и их вида. При сильном сжатии ($0,6 \leq \lambda_1 < 0,8$) абсолютная величина коэффициента затухания $|\bar{\gamma}|$ быстро возрастает, а на интервале $0,8 \leq \lambda_1 \leq 1,2$ она изменяется медленно. Как следует из графика, представленного на рис. 3, б, характер изменения величины c^* противоположный. При укорочении $0,6 \leq \lambda_1 < 0,8$ изменение величины c^* происходит медленно, а на интервале $0,8 \leq \lambda_1 \leq 1,2$ величина c^* быстро возрастает. При этом с возрастанием λ_1 ($0,8 \leq \lambda_1 \leq 1,2$) различие между величинами скоростей волн в гидроупругих системах с идеальной и вязкой жидкостью увеличивается.

В заключение отметим, что предложенный подход и полученные результаты, позволяют для волновых процессов установить пределы применимости модели идеальной жидкости, а также моделей, основанных на различных вариантах теории малых начальных деформаций и классической теории упругости.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Викторов И.А. Звуковые поверхностные волны в твердых телах. Москва: Наука, 1981. 288 с.
2. Guz A. N., Zhuk A. P., Bagno A. M. Dynamics of elastic bodies, solid particles, and fluid parcels in a compressible viscous fluid (review). *Int. Appl. Mech.* 2016. **52**, № 5. С. 449–507. <https://doi.org/10.1007/S10778-016-0770-6>
3. Гузь А.Н. Упругие волны в телах с начальными (остаточными) напряжениями: 2 части. Saarbrücken: LAMBERT, 2016. Ч. 2. 505 с.
4. Гузь А.Н. Динамика сжимаемой вязкой жидкости. Киев: А.С.К., 1998. 350 с.
5. Guz A.N. Dynamics of compressible viscous fluid. Cambridge: Cambridge Scientific Publishers, 2009. 428 p.
6. Гузь А.Н. Введение в динамику сжимаемой вязкой жидкости. Saarbrücken: LAMBERT, 2017. 244 с.
7. Guz A. N. Aerohydroelasticity problems for bodies with initial stresses. *Int. Appl. Mech.* 1980. **16**, № 3. С. 175–190. <https://doi.org/10.1007/BF00885084>
8. Гузь А.Н., Жук А.П., Махорт Ф.Г. Волны в слое с начальными напряжениями. Киев: Наук. думка, 1976. 104 с.
9. Babich S.Y., Guz A.N., Zhuk A.P. Elastic waves in bodies with initial stresses. *Int. Appl. Mech.* 1979. **15**, № 4. С. 277–291. <https://doi.org/10.1007/BF00884760>
10. Жук А.П. Волны Стоунли в среде с начальными напряжениями. *Прикл. механика.* 1980. **16**, № 1. С. 113–116.
11. Гузь А.Н., Багно А.М. Об акустических волнах в слое вязкой жидкости, взаимодействующем с упругим полупространством. *Допов. Нац. акад. наук Укр.* 2018. № 6. С. 40–48. <https://doi.org/10.15407/dopovidi.2018.06.040>

Поступило в редакцию 14.02.2019

REFERENCES

1. Viktorov, I. A. (1981). Sound surface waves in solids. Moscow: Nauka (in Russian).
2. Guz, A. N., Zhuk, A. P. & Bagno, A. M. (2016). Dynamics of elastic bodies, solid particles, and fluid parcels in a compressible viscous fluid (review). *Int. Appl. Mech.*, 52, No 5, pp. 449-507. <https://doi.org/10.1007/S10778-016-0770-6>
3. Guz, A. N. (2016). Elastic waves in bodies with initial (residual) stresses. 2 parts. Saarbrücken: LAMBERT (in Russian).
4. Guz, A.N. (1998). Dynamics of compressible viscous fluid. Kyiv: A.C.K. (in Russian).
5. Guz, A.N. (2009). Dynamics of compressible viscous fluid. Cambridge: Cambridge Scientific Publishers.
6. Guz, A. N. (2017). Introduction to dynamics of compressible viscous fluid. Saarbrücken: LAMBERT (in Russian).
7. Guz, A. N. (1980). Aerohydroelasticity problems for bodies with initial stresses. *Int. Appl. Mech.*, 16, No 3, pp. 175-190. <https://doi.org/10.1007/BF00885084>

8. Guz, A. N., Zhuk, A. P. & Makhort, F. G. (1976). Waves in layer with initial stresses. Kyiv: Naukova Dumka (in Russian).
9. Babich, S. Y., Guz, A. N. & Zhuk, A. P. (1979). Elastic waves in bodies with initial stresses. *Int. Appl. Mech.*, 15, No 4, pp. 277-291. doi: <https://doi.org/10.1007/BF00884760>
10. Zhuk, A. P. (1980). Stoneley wave in a medium with initial stresses. *J. Appl. Mech.*, 16, No 1, pp. 113-116 (in Russian).
11. Guz, A. N. & Bagnò, A. M. (2018). On the acoustic waves in a layer of a viscous fluid interacting with the elastic half-space. *Dopov.Nac.acad.nauk Ukr.*, No.6, pp.40-48. <https://doi.org/10.15407/dopovidi2018.06.040> (in Russian). <https://doi.org/10.15407/dopovidi2018.06.040>

Received 14.02.2019

О.М. Багно

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, Київ
E-mail: alexbag2016@gmail.com

ПРО ВПЛИВ СКІНЧЕННИХ ПОЧАТКОВИХ ДЕФОРМАЦІЙ
НА ХВИЛЬОВИЙ ПРОЦЕС В СИСТЕМІ, ЩО СКЛАДАЄТЬСЯ
З ПРУЖНОГО ПІВПРСТОРУ ТА ШАРУ В'ЯЗКОЇ СТИСЛИВОЇ РІДИНИ

Розглянуто задачу про поширення акустичних хвиль в попередньо деформованому нестисливого пружному півпросторі, що взаємодіє з шаром в'язкої стисливої рідини. Дослідження проведено на основі тривимірних лінеаризованих рівнянь теорії пружності скінченних деформацій для нестисливого пружного півпростору та тривимірних лінеаризованих рівнянь Нав'є—Стокса для шару в'язкої стисливої рідини. Застосовано постановку задачі та підхід, засновані на використанні представлень загальних розв'язків лінеаризованих рівнянь для пружного тіла і рідини. Отримано дисперсійне рівняння, що описує поширення гармонічних хвиль у гідропружній системі. Побудовано дисперсійні криві поверхневих хвиль в широкому діапазоні частот. Проаналізовано вплив скінченних початкових деформацій пружного півпростору та товщини шару в'язкої стисливої рідини на фазові швидкості, коефіцієнти загасання і дисперсію поверхневих хвиль у гідропружних хвилеводах. Числові результати наведено у вигляді графіків і дано їх аналіз.

Ключові слова: *поверхневі хвилі, фазова швидкість, коефіцієнт згасання, пружний півпростір, шар в'язкої стисливої рідини, скінченні початкові деформації.*

A.M. Bagnò

S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the NAS of Ukraine, Kyiv
E-mail: alexbag2016@gmail.com

ON THE INFLUENCE OF FINITE INITIAL DEFORMATIONS
ON THE WAVE PROCESS IN THE SYSTEM CONSISTING
OF AN ELASTIC HALF-SPACE AND A LAYER OF
A VISCOUS COMPRESSIBLE FLUID

The problem of the propagation of acoustic waves in a previously deformed incompressible elastic half-space interacting with a layer of a viscous compressible fluid is considered. The study was carried out on the basis of three-dimensional linearized equations of the theory of elasticity of finite deformations for an incompressible elastic half-space and three-dimensional linearized Navier—Stokes equations for a layer of a viscous compressible fluid. The formulation of the problem and the approach based on the use of representations of general solutions of the linearized equations for an elastic body and fluid are used. A dispersion equation describing the propagation of harmonic waves in a hydroelastic system is obtained. Dispersion curves of surface waves are constructed in a wide frequency range. The effect of the finite initial deformations of the elastic half-space and the thickness of a layer of a viscous compressible fluid on the phase velocities, attenuation coefficients, and dispersion of surface waves in hydroelastic waveguides is analyzed. The numerical results are presented in the form of graphs, and their analysis is given.

Keywords: *surface waves, phase velocity, attenuation coefficient, incompressible elastic half-space, layer of a viscous compressible fluid, finite initial deformations.*