https://doi.org/10.15407/dopovidi2021.01.017
УДК 519.8

Т.Т. Лебєдєва, Н.В. Семенова, Т.І. Сергієнко

Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Київ
E-mail: lebedevatt@gmail.com, nvsemenova.meta.ua

Ядро стійкості векторної задачі оптимізації за умов збурень критеріальних функцій

Представлено академіком НАН України І.В.Сергієнком

Стаття присвячена дослідженню впливу невизначеності у вхідних даних на розв'язки задачі оптимізації з багатьма критеріями. В задачах оптимізації, в тому числі векторних, малі похибки у вхідних даних можуть привести до розв'язків, які сильно відрізняються від істинних. Викладені результати проведених досліджень дозволили розширити відомий клас стійких векторних оптимізаційних задач — стійких в сенсі неперервності знизу за Хаусдорфом точково-множинного відображення, що характеризує залежність множини оптимальних розв'язків задачі від її вихідних даних. Для векторної задачі пошуку Парето-оптимальних розв'язків з неперервними частковими критеріальними функціями і множиною допустимих розв'язків довільної структури встановлено умови стійкості щодо збурень вхідних даних векторного критерію шляхом вивчення множин розв'язків, що стійко належать та стійко не належать множині Парето.

Ключові слова: *векторна задача оптимізації, векторний критерій, Парето–оптимальні розв'язки, множина Слейтера, множина Смейла, збурення вхідних даних, стійкість, ядро стійкості.*

Продовжуючи дослідження, відображені в роботах [1—12], представимо нові результати, орієнтовані на отримання необхідних і достатніх умов стійкості векторних задач пошуку Парето-оптимальних розв'язків на допустимій множині довільної структури за умов можливих збурень вхідних даних векторного критерію, який складається з неперервних критеріальних функцій.

Розглянемо задачу векторної оптимізації у такій постановці:

$$Z(F,X): \max\{F(x) \mid x \in X\},$$

де X — множина з R^n; R^n — n-вимірний дійсний простір; $F(x) = (f_1(x),\dots,f_\ell(x))$, $\ell \geqslant 2$, $f_i : R^n \to R^1$ — неперервна функція, $i \in N_\ell = \{1,\dots,\ell\}$, $X \neq \varnothing$. Під розв'язанням задачі $Z(F,X)$ розуміємо знаходження елементів множини Парето-оптимальних розв'язків

Цитування: Лебєдєва Т.Т., Семенова Н.В., Сергієнко Т.І. Ядро стійкості векторної задачі оптимізації за умов збурень критеріальних функцій. *Допов. Нац. акад. наук. Укр.* 2021. № 1. С. 17—23 https://doi.org/10.154071/dopovidi2021.01.017

$$P(F,\ X) = \{x \in X \big| \pi(x,\ F,\ X) = \varnothing\},$$

де $\pi(x, F, X) = \{y \in X \big| \ F(y) \geqslant F(x), \ \ F(y) \neq F(x)\}$.

Введемо до розгляду також множину розв'язків, оптимальних за Слейтером,

$$S\ell(F,\ X) = \{x \in X \big| \ \ \sigma(x,\ F,\ X) = \varnothing\}, \text{ де } \sigma(x,\ F,\ X) = \{y \in X \big| F(y) > F(x)\},$$

і множину розв'язків, оптимальних за Смейлом,

$$Sm(F,\ X) = \{x \in X \big| \eta(x,\ F,\ X) = \varnothing\}, \text{ де } \eta(x,\ F,\ X) = \{y \in X \big| \ y \neq x, \ \ F(y) \geqslant F(x)\}.$$

Очевидні співвідношення:

$$Sm(F,\ X) \subset P(F,\ X) \subset S\ell(F,\ X) \tag{1}$$

і $\forall x \in X \ \ \sigma(x,\ F,\ X) \subset \pi(x,\ F,\ X) \subset \eta(x,\ F,\ X)$.

Як відомо [13], множина Парето є не порожньою і зовнішньо стійкою, якщо допустима множина X векторної задачі є непорожнім компактом, тобто обмежена та замкнена, а критеріальна вектор-функція $F(x)$ задачі напівнеперервна зверху (покомпонентно) на X. Нагадаємо також відомий результат про замкненість множини оптимальних за Слейтером розв'язків задачі оптимізації неперервної вектор-функції на замкненій допустимій множині [13]. З нього випливає наступне твердження, яке стосується задачі $Z(F,\ X)$.

Твердження 1. *Нехай допустима множина X задачі $Z(F,\ X)$ є замкненою. Тоді множина $S\ell(F,\ X)$ теж замкнена.*

Зазначимо, що множини $P(F,\ X)$ та $Sm(F,\ X)$ розв'язків, оптимальних відповідно за Парето і за Смейлом, можуть бути і не замкненими навіть за умови замкненості допустимої множини X (наприклад, для частково цілочислової задачі $Z(F,\ X)$).

Для задачі $Z(F,\ X)$ як вхідні дані, що можуть зазнати збурень, будемо розглядати коефіцієнти векторного критерію F. Набір таких вхідних даних позначимо $u \in U$, де U — простір вхідних даних задачі. Поряд з уведеними вище позначеннями $F(x) = (f_1(x), ..., f_\ell(x))$ для векторної цільової функції та часткових критеріїв задачі $Z(F,\ X)$ будемо користуватися, коли це необхідно, також позначеннями $F_u(x) = (f_1^u(x), ..., f_\ell^u(x))$, які уточнюють, який саме елемент u із простору U вхідних даних для векторного критерію відповідає задачі, що розглядається.

Для будь-якого натурального числа q дійсний векторний простір R^q розглядатимемо як нормований. Норму в R^q задамо формулою

$$\|z\| = \sum_{i \in N_q} |z_i|,$$

де $z = (z_1, ..., z_q) \in R^q$. Під нормою деякої матриці $B = [b_{ij}]_{m \times k} \in R^{m \times k}$ будемо розуміти норму вектора $(b_{11}, b_{12}, ..., b_{mk})$. Зазначимо [14], що в скінченно-вимірному просторі R^q будь-які дві норми $\|\cdot\|^{(1)}$, $\|\cdot\|^{(2)}$ еквівалентні, тобто знайдуться такі числа $\alpha > 0$ та $\beta > 0$, що $\forall z \in R^q$ виконуються нерівності $\alpha\|z\|^{(1)} \leqslant \|z\|^{(2)} \leqslant \beta\|z\|^{(1)}$. Враховуючи цю еквівалентність, викладені далі результати справедливі й для інших норм, введених у скінченновимірному просторі.

Для набору вхідних даних $u \in U$ і будь-якого числа $\delta > 0$ визначимо множину збурених вхідних даних

$$O_\delta(u) = \{u(\delta) \in U \,|\, \|u(\delta) - u\| < \delta\}.$$

Задача зі збуреними вхідними даними векторного критерію матиме вигляд:

$$Z(F_{u(\delta)}, X): \max\{F_{u(\delta)}(x) \,|\, x \in X\},$$

де $u(\delta) \in O_\delta(u)$, $\quad F_{u(\delta)}(x) = (f_1^{u(\delta)}(x), ..., f_\ell^{u(\delta)}(x))$.

Визначимо два типи стійкості (T_2 і T_4) задачі $Z(F, X)$ відносно збурень вхідних даних її векторного критерію, поширивши на задачі цього класу також поняття стійкості допустимих розв'язків, введене нами в роботі [4] для повністю цілочислової задачі пошуку Парето-оптимальних розв'язків з квадратичними частковими критеріями, та поняття ядра стійкості, введене Л.М. Козерацькою в статті [5] для задачі з лінійними частковими критеріями.

Розглянемо таку сукупність підмножин допустимої множини X:

$$\mathfrak{M} = \{S\ell(F,X), P(F,X), Sm(F,X), S\ell(F,X) \setminus Sm(F,X), P(F,X) \setminus Sm(F,X)\}.$$

Нехай $M(F, X)$ — будь-який елемент із $\mathfrak{M}$. Вибравши довільне число $\delta > 0$ та набір збурених вхідних даних $u(\delta) \in O_\delta(u)$, позначимо $M(F_{u(\delta)}, X)$ підмножину допустимих розв'язків збуреної задачі $Z(F_{u(\delta)}, X)$, яка відповідає підмножині $M(F, X)$ допустимої множини X вхідної задачі $Z(F, X)$. Наприклад, якщо $M(F, X) = Sl(F, X) \setminus Sm(F, X)$, то $M(F_{u(\delta)}, X) = Sl(F_{u(\delta)}, X) \setminus Sm(F_{u(\delta)}, X)$.

Означення 1. Допустимий розв'язок $x \in M(F,X) \in \mathfrak{M}$, назвемо ***стійко належним множині*** $M(F,X)$, якщо $\forall \varepsilon > 0$ $\exists \delta > 0$, таке, що $\forall u(\delta) \in O_\delta(u)$ виконується умова

$$O_\varepsilon(x) \cap M(F_{u(\delta)}, X) \neq \varnothing, \tag{2}$$

де $O_\varepsilon(x) = \{x' \in R^n \,|\, \|x - x'\| < \varepsilon\}$ $\forall x \in R^n$, або, що рівносильно (2), виконується умова

$$x \in O_\varepsilon(M(F_{u(\delta)}, X)),$$

де $O_\varepsilon(M(F_{u(\delta)}, X)) = \left\{ x \in R^n \,\middle|\, \inf_{y \in M(F_{u(\delta)}, X)} \|x - y\| < \varepsilon \right\}$. У протилежному випадку вважаємо, що x ***нестійко належить множині*** $M(F, X)$.

Зауваження 1. Очевидно, що точка x, яка стійко належить деякій множині $M(F, X) \in \mathfrak{M}$, зберігає цю властивість і стосовно будь-якої множини $M'(F, X) \in \mathfrak{M}$, що задовольняє включення $M(F, X) \subset M'(F, X) \subset X$. Якщо ж деяка точка z нестійко належить множині $M(F, X) \in \mathfrak{M}$, то вона нестійко належить і будь-якій множині $M''(F, X) \in \mathfrak{M}$ за умови, що $z \in M''(F, X) \subset M(F, X)$.

Означення 2. ***Ядром стійкості*** $\mathrm{Ker}(P(F, X))$ задачі $Z(F, X)$ назвемо множину всіх розв'язків, що стійко належать множині Парето:

$$\mathrm{Ker}(P(F, X)) = \{x \in P(F, X) \,|\, \forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \ \forall u(\delta) \in O_\delta(u) \, (P(F_{u(\delta)}, X) \cap O_\varepsilon(x) \neq \varnothing)\}.$$

Означення 3. Задачу $Z(F,\ X)$ назвемо T_2 ***-стійкою***, якщо серед її оптимальних розв'язків існує хоча б один, який стійко належить множині Парето, тобто

$$\operatorname{Ker}(P(F,\ X)) \neq \varnothing. \qquad (3)$$

Означення 4. Задачу $Z(F,X)$ назвемо T_4 ***-стійкою,*** якщо всі її оптимальні розв'язки стійко належать множині Парето, тобто

$$\operatorname{Ker}(P(F,\ X)) = P(F,\ X). \qquad (4)$$

Зазначимо, що T_4-стійкість задачі $Z(F,\ X)$ означає, що точково-множинне відображення $P: U \to 2^X$, $u \to P(u) = P(F_u, X)$ є напівнеперервним знизу за Хаусдорфом у точці $u \in U$. Очевидно, з T_4 —стійкості задачі випливає її T_2-стійкість.

У роботі [11] отримано такі достатні умови T_4-стійкості задачі $Z(F,\ X)$.

Теорема 1. *Нехай множина* X *обмежена й замкнена. Достатньою умовою* T_4 *-стійкості задачі* $Z(F,X)$ *є виконання рівності*

$$\operatorname{cl}(P(F,\ X)) = \operatorname{cl}(Sm(F,\ X)).$$

Далі визначимо необхідні і достатні умови T_2- та T_4-стійкості задачі $Z(F,\ X)$ за таких додаткових умов, накладених на її цільову вектор-функцію $F(x) = (f_1(x),...,f_\ell(x))$:

$$f_i(x) = g_i(x) + \langle c_i, x\rangle,\ i \in N_\ell, \qquad (5)$$

де $f_i : R^n \to R^1$, $g_i : R^n \to R^1$, $c_i = (c_{i1},...,c_{in}) \in R^n$. Зокрема, мова може йти про квадратичні та лінійні функції, що складають векторний критерій. Вхідні дані $u \in U$ для векторного критерію (4) представимо у вигляді пари $u = (u^g,\ C)$, де u^g — набір усіх вхідних даних, необхідних для подання функцій $g_i(x)$, $i \in N_\ell$, $C = [c_{ij}] \in R^{\ell\times n}$.

Твердження 2. *Будь-який допустимий розв'язок* $y \in S\ell(F,X) \setminus Sm(F,X)$ *задачі* $Z(F,X)$ *з частковими критеріями* $f_i(x)$, $i \in N_\ell$, *поданими формулами* (5), *і замкненою допустимою множиною* X *нестійко належить множині* $S\ell(F,\ X)$, *причому* $\forall\delta > 0\ \exists u(\delta) \in O_\delta(u)$: $y \in X \setminus S\ell(F_{u(\delta)},\ X)$.

Доведення. Розглянемо будь-який розв'язок $y \in S\ell(F,\ X) \setminus Sm(F,\ X)$ задачі $Z(F_u,\ X)$, для якого, очевидно, множина $\eta(y,F,X) = \{z \in X \setminus \{y\} \mid F(z) \geqslant F(y)\}$ не порожня. Виберемо довільно точку $z \in \eta(y,F,X)$. Для будь-якого числа $\delta > 0$ визначимо такий набір збурених вхідних даних $u(\delta) = (u^g, C(\delta)) \in O_\delta(u)$, у якому перший компонент залишився незмінним у порівнянні з початковим набором вхідних даних $u = (u^g,\ C)$, а елементи матриці $C(\delta)$ визначимо за допомогою формули

$$c_{ij}(\delta) = c_{ij} + \alpha\operatorname{sgn}(z_j - y_j),\quad i \in N_\ell,\quad j \in N_n,$$

де $0 < \alpha < \dfrac{\delta}{n\ell}$. Справедлива така оцінка різниці значень збуреного зазначеним способом i-го ($i \in N_\ell$) часткового критерію в точках y і z:

$$f_i^{u(\delta)}(z) - f_i^{u(\delta)}(y) = f_i^u(z) - f_i^u(y) + \alpha\sum_{j\in N_n}(z_j - y_j)\operatorname{sgn}(z_j - y_j) \geqslant \alpha\|z - y\| > 0.$$

Виходячи з цієї оцінки, доходимо висновку, що $z \in \sigma(y,\ F_{u(\delta)},\ X) \neq \varnothing$ і тому $y \notin S\ell(F_{u(\delta)},\ X)$. Беручи до уваги замкненість множини $S\ell(F_{u(\delta)},\ X)$ (відповідно до твердження 1) і розглядаючи y як точку відкритої множини $R^n \setminus S\ell(F_{u(\delta)},\ X)$, робимо висновок, що $\exists \varepsilon > 0$ таке, що $O_\varepsilon(y) \in R^n \setminus S\ell(F_{u(\delta)}, X)$. Отже, $O_\varepsilon(y) \bigcap S\ell(F_{u(\delta)}, X) = \varnothing$, і згідно з означенням 1 точка y нестійко належить множині $S\ell(F, X)$, а з урахуванням зауваження 1 і її підмножині $S\ell(F, X) \setminus Sm(F, X)$. Доведення завершено.

Спираючись на доведене твердження 2, а також враховуючи зауваження 1, приходимо до наступних висновків.

Наслідок 1. Будь-яка точка $y \in P(F, X) \setminus Sm(F, X)$ множини оптимальних за Парето, але не оптимальних за Смейлом, розв'язків задачі $Z(F, X)$ з частковими критеріями вигляду (5) і замкненою допустимою множиною X нестійко належить множині $P(F, X)$.

Наслідок 2. Для задачі $Z(F, X)$ з частковими критеріями вигляду (5) і замкненою допустимою множиною X справедливе включення

$$\mathrm{Ker}\,(P(F, X)) \subset Sm(F, X).$$

Спираючись на наслідок 2 і залучаючи формули (1), (3) та (4), отримуємо такі висновки.

Теорема 2. *Необхідною умовою T_2-стійкості (T_4-стійкості) задачі $Z(F,X)$ із частковими критеріями $f_i(x)$, $i \in N_\ell$, поданими формулами* (5), *і замкненою допустимою множиною X є виконання рівності*

$$Sm(F, X) \neq \varnothing \tag{6}$$

(відповідно

$$P(F, X) = Sm(F, X)\ ). \tag{7}$$

З урахуванням теореми 1 одержуємо наступні необхідні й достатні умови T_2- і T_4-стійкості задачі $Z(F, X)$.

Теорема 3. *Нехай множина X обмежена та замкнена. Необхідною і достатньою умовою T_2- і T_4-стійкості задачі $Z(F, X)$ із частковими критеріями $f_i(x)$, $i \in N_\ell$, представленими формулами (5), є виконання рівності (6) і (7) відповідно.*

Таким чином, викладені результати проведених досліджень дозволяють розширити відомий клас векторних оптимізаційних задач, стійких відносно збурень вхідних даних векторного критерію.

ЦИТОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Козерацкая Л.Н., Лебедева Т.Т., Сергиенко Т.И. Задача частично целочисленной векторной оптимизации: вопросы устойчивости. *Кибернетика*. 1991. №1. С. 58—61.
2. Козерацкая Л.Н. Задачи векторной оптимизации: устойчивость в пространстве решений и в пространстве альтернатив. *Кибернетика и систем. анализ*. 1994. №6. С. 122—133.
3. Сергиенко И.В., Козерацкая Л.Н., Лебедева Т.Т. Исследование устойчивости и параметрический анализ дискретных оптимизационных задач. Киев: Наук. думка, 1995. 170 с.
4. Лебедева Т.Т., Семенова Н.В., Сергиенко Т.И. Устойчивость векторных задач целочисленной оптимизации: взаимосвязь с устойчивостью множеств оптимальных и неоптимальных решений. *Кибернетика и систем. анализ*. 2005. №4. С. 90—100.

5. Козерацкая Л.Н. Множество строго эффективных точек задачи частично целочисленной векторной оптимизации как характеристика ее устойчивости. *Кибернетика и систем. анализ*. 1997. №6. С. 181—184.
6. Лебедева Т.Т., Сергиенко Т.И. Устойчивость по векторному критерию и ограничениям векторной целочисленной задачи квадратичного программирования. *Кибернетика и систем. анализ*. 2006. № 5. С. 63—72.
7. Лебедева Т.Т., Сергиенко Т.И. Разные типы устойчивости векторной задачи целочисленной оптимизации: общий подход. *Кибернетика и систем. анализ*. 2008. №3. С. 142—148.
8. Лебедева Т.Т., Семенова Н.В., Сергиенко Т.И. Качественные характеристики устойчивости векторных задач дискретной оптимизации с различными принципами оптимальности. *Кибернетика и систем. анализ*. 2014. №2. С. 75—82.
9. Sergienko T.I. Conditions of Pareto optimization problems solvability. Stable and unstable solvability. *In: Optimization Methods and Applications. Springer Optimization and its Applications*. Butenko S., Pardalos P., Shylo V. (Eds.). Cham: Springer, 2017. **130**. P. 457—464.
10. Емеличев В.А., Котов В.М., Кузьмин К.Г., Лебедева Т.Т., Семенова Н.В., Сергиенко Т.И. Устойчивость и эффективные алгоритмы решения задач дискретной оптимизации с многими критериями и неполной информацией. *Проблемы управления и информатики*. 2014. № 1. С. 53—67.
11. Лебедева Т.Т., Семенова Н.В., Сергиенко Т.И. Многокритериальная задача оптимизации: устойчивость к возмущениям входных данных векторного критерия. *Кибернетика и систем. анализ*. 2020. № 6. С. 107—114.
12. Лебєдєва Т.Т., Семенова Н.В., Сергієнко Т.І. Стійкість за векторним критерієм задачі частково цілочислової оптимізації з квадратичними критеріальними функціями. *Допов. Нац. акад. наук Укр*. 2020. № 10. С. 15—21. https://doi.org/10.15407/dopovidi2020.10.015.
13. Подиновский В.В., Ногин В.Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. Москва: Наука, 1982. 256 с.
14. Ляшко І.І., Ємельянов В.Ф., Боярчук О.К. Математичний аналіз. Ч. 1. Київ: Вища школа. 1992. 495 с.

Надійшло до редакції 04.11.2020

REFERENCES

1. Kozeratskaya, L.N., Lebedeva, T.T. & Sergienko, T.I. (1991). Mixed integer vector optimization: stability issues. Cybernetics and Systems Analysis. 27, No. 1, pp. 76-80.
2. Kozeratskaya, L.N. (1994).Vector optimization problems: stability in the decision space and in the space of alternatives. Cybernetics and Systems Analysis, 30, No. 6, pp. 891-899.
3. Sergienko, I.V., Kozeratskaya, L.N. & Lebedeva, T.T. (1995). Study of the stability and the parametric analysis of discrete optimization problems. Kyiv: Naukova Dumka.
4. Lebedeva, T.T., Semenova N.V. & Sergienko T.I. (2005). Stability of vector problems of integer optimization: Relationship with the stability of sets of optimal and nonoptimal solutions. Cybernetics and Systems Analysis, 41, No. 4, pp. 551-558.
5. Kozeratskaya, L.N. (1997). Set of strictly efficient points of mixed integer vector optimization problem as a measure of problem's stability. Cybernetics and Systems Analysis, 33, No. 6, pp. 901-903.
6. Lebedeva, T.T. & Sergienko, T.I. (2006). Stability of a vector integer quadratic programming problem with respect to vector criterion and constraints. Cybernetics and Systems Analysis, 42, No. 5, pp. 667-674.
7. Lebedeva, T.T. & Sergienko, T.I. (2008). Different types of stability of vector integer optimization problem: general approach. Cybernetics and Systems Analysis, 44, No. 3, pp. 429-433.
8. Lebedeva, T.T., Semenova, N.V. & Sergienko, T.I. (2014). Qualitative characteristics of the stability vector discrete optimization problems with different optimality principles. Cybernetics and Systems Analysis, 50, No. 2, pp. 228-233.
9. Sergienko, T.I. (2017). Conditions of Pareto optimization problems solvability. Stable and unstable solvability. In: Optimization Methods and Applications. Springer Optimization and Its Applications. Butenko S., Pardalos P., Shylo V. (Eds.). Cham: Springer, 130. P. 457-464.
10. Emelichev, V.A., Kotov, V.M., Kuzmin, K.G. & Lebedeva, T.T., Semenova, N.V. & Sergienko, T.I. (2014). Stability and effective algorithms for solving multiobjective discrete optimization problems with incomplete information. Automation and Information Sciences, 46, No. 2, pp. 27-41.

11. Lebedeva, T.T., Semenova, N.V. & Sergienko, T.I. (2020). Multi-objective optimization problem: stability against perturbations of input data in vector-valued criterion. Cybernetics and Systems Analisis 56, No. 6, pp. 953-958.
12. Lebedeva, T.T., Semenova, N.V. & Sergienko T.I. (2020). Stability by the vector criterion of a mixed integer oprimization problems with quadratic criteria functions. Dopov. Nac. akad. nauk Ukr., 10, pp. 15-21 (in Ukrainian). https://doi.org/10.15407/dopovidi2020.10.015.
13. Podinovsky, V.V. & Nogin, V.D. (1982). Pareto optimal solutions in multicriteria problems. Moscow: Nauka. (in Russian).
14. Lyashko, I.I., Emelyanov, V.F. & Boyarcyuk, O.K. (1992). Mathematical analysis. Part.1. Kyiv: Visha shcola. (in Ukrainian).

Received 04.11.2020

T.T. Lebedeva, N.V. Semenova, T.I. Sergienko

V.M. Glushkov Institute of Cybernetics of the NAS of Ukraine, Kyiv
E-mail: lebedevatt@gmail.com, nvsemenova.meta.ua

STABILITY KERNEL OF VECTOR OPTIMIZATION PROBLEMS
UNDER PERTURBATIONS OF CRITERION FUNCTIONS

The article is devoted to the study of the influence of uncertainty in initial data on the solutions of optimization multicriterial problems. In the optimization problems, including problems with vector criterion, small perturbations in initial data can result in solutions strongly different from the true ones. The results of the conducted researches allow us to extend the known class of vector optimization problems, stable with respect to input data perturbations in vector criterion. We are talking about stability in the sense of Hausdorff lower semicontinuity for point-set mapping that characterizes the dependence of the set of optimal solutions on the input data of the vector optimization problem. The conditions of stability against input data perturbations in vector criterion for the problem of finding Pareto optimal solutions with continuous partial criterion functions and feasible set of arbitrary structure are obtained by studying the sets of points that are stable belonging and stable not belonging to the Pareto set.

Keywords: *vector optimization problem, vector criterion, Pareto- optimal solutions, Slater set, Smale set, perturbations of initial data, stability, kernel of stability.*