ДОПОВІДІ
НАЦІОНАЛЬНОЇ
АКАДЕМІЇ НАУК
УКРАЇНИ

https://doi.org/10.15407/dopovidi2021.04.036
УДК 539.3

О. Ю. Чирков, https://orcid.org/0000-0003-1916-0277

Інститут проблем міцності ім. Г.С. Писаренка НАН України, Київ
E-mail: chirkale82@gmail.com

Коректність рівнянь радіаційної повзучості, що враховують напруження і накопичену незворотну деформацію в моделі радіаційного розпухання опроміненого матеріалу

Представлено академіком НАН України В.В. Харченком

Наведено результати аналізу коректності визначальних рівнянь радіаційної повзучості, що дозволяють описувати неізотермічні процеси непружного деформування з урахуванням радіаційного розпухання і радіаційної повзучості матеріалу за умов нейтронного опромінення, високих тем-ператур і пошкоджуючої дози. Розглядаються сучасні моделі радіаційного розпухання і радіаційної повзучості, в яких враховується пошкоджуюча доза, температура опромінення, вплив напруже-ного стану і накопиченої незворотної деформації на процеси радіаційного розпухання і радіаційної повзучості матеріалу. На основі загальних результатів аналізу про сильномонотонні та ліпшиць-неперервні оператори визначено умови, які забезпечують коректність сформульованих рівнянь радіаційної повзучості. За результатами аналізу встановлено, що врахування накопиченої незворотної деформації в моделі стисненого розпухання сприяє послабленню обмежень на можливе розпухання матеріалу і вихідні дані, що забезпечують коректність визначальних рівнянь радіаційної повзучості.

Ключові слова: *напружений стан, девіатори напружень і деформацій, непружне деформування, радіаційне розпухання, радіаційна повзучість.*

Розглядаються визначальні рівняння радіаційної повзучості, в яких використовується модель стисненого розпухання з урахуванням напружень і накопиченої незворотної деформації Q за допомогою експоненційної залежності [1]. Отже, рівняння радіаційного розпухання визначається наступним чином:

$$\mathcal{R} = Re^{-\lambda Q}, \tag{1}$$

де R — стиснене розпухання з урахуванням впливу напруженого стану [1, 2],

$$R = R_0(1 + C_R(\omega\sigma_m + (1-\omega)\bar{\sigma})); \tag{2}$$

Цитування: Чирков О.Ю. Коректність рівнянь радіаційної повзучості, що враховують напруження і накопичену незворотну деформацію в моделі радіаційного розпухання опроміненого матеріалу. *Допов. Нац. акад. наук Укр.* 2021. № 4. С. 36—45. https://doi.org/10.15407/dopovidid2021.04.036

λ — константа матеріалу, яка визначається за експериментальними даними і дорівнює 8,75 [1]; Q – параметр, що враховує накопичену незворотну деформацію [3],

$$Q(t_n) = \sum_{1 \leqslant m \leqslant n} \Delta_m Q; \quad \Delta_m Q = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{G_s^R(t_m)} - \frac{1}{G_0}\right)\bar{\sigma}(t_m). \tag{3}$$

У рівнянні (2) використано такі позначення: R_0 — вільне розпухання без напружень; σ_m — середнє нормальне напруження; $\bar{\sigma}$ — інтенсивність напружень; C_R — константа матеріалу, у загальному випадку вона залежить від пошкоджуючої дози і температури опромінення [2]; ω — ваговий множник, який визначає ступінь впливу напружень σ_m та $\bar{\sigma}$ на розпухання R. Можливі значення вагового множника ω обмежені нерівностями: $0 < \omega \leqslant 1$. Коефіцієнт ω одержано за допомогою обробки експериментальних даних із визначення розпухання методом найменших квадратів, $\omega = \omega_0 = 0{,}85$ [2]. Окрім того, в рівнянні (3) позначено: G_s^R — січний модуль зсуву, що враховує вплив радіаційної повзучості за етап навантаження; G_0 — початковий модуль зсуву матеріалу без урахування повзучості; t — параметр, який характеризує процес навантаження. Рівняння (1) дає змогу описувати стиснене розпухання $\mathcal{R}$ матеріалу з урахуванням напруженого стану та накопиченої незворотної деформації.

Вважаємо, що напружено-деформований стан у точці тіла визначається симетричними тензорами напружень $\sigma = (\sigma_{ij})$ і малих деформацій $\varepsilon = (\varepsilon_{ij})$, $1 \leqslant i, j \leqslant 3$, які можна записати у вигляді двох складових: $\sigma = \sigma_S + \sigma_D$; $\varepsilon = \varepsilon_S + \varepsilon_D$, де σ_S, ε_S — кульові тензори, σ_D, ε_D — девіатори тензорів напружень і деформацій відповідно.

Завдяки інтегруванню рівнянь пластичної течії та радіаційної повзучості за етап навантаження визначальні рівняння мають наступний вигляд [3]:

$$\sigma = k_0^R(\varepsilon_S - \xi_S) + 2G_s^R(\varepsilon_D - \xi_D), \tag{4}$$

де ξ — тензор початкових деформацій,

$$\xi(t_n) = \varepsilon_S^T(t_n) + \varepsilon_S^R(t_n) + \varepsilon_D^p(t_{n-1}) + \varepsilon_D^c(t_{n-1}), \tag{5}$$

$\varepsilon_S^T(t_n)$ — термічна деформація; $\varepsilon_S^R(t_n)$ — структурна деформація, яка враховує вплив інтенсивності напружень $\bar{\sigma}$ на розпухання R; $\varepsilon_D^p(t_{n-1})$, $\varepsilon_D^c(t_{n-1})$ — пластична деформація і деформація радіаційної повзучості наприкінці попереднього етапу навантаження.

У рівнянні (4) використовується модуль всебічного об'ємного розширення k_0^R з урахуванням поправки на розпухання [3]:

$$k_0^R = \frac{k_0}{1 + \frac{1}{3} k_0 R_0 C_R \omega e^{-\lambda Q}}, \tag{6}$$

де k_0 — початковий модуль всебічного об'ємного розширення, який у загальному випадку залежить від температури опромінення T.

Структурна деформація ε_S^R визначається співвідношенням [3]:

$$\varepsilon_S^R(t_n) = \frac{1}{3} R_0 (1 + C_R (1-\omega)\bar{\sigma}) e^{-\lambda Q} \boldsymbol{s}_1, \tag{7}$$

де $\boldsymbol{s}_1$ — одиничний кульовий тензор, його модуль дорівнює $\sqrt{3}$.

Рівняння (4) доповнюються функціональною залежністю деформування матеріалу з урахуванням попередньої накопиченої незворотної деформації $Q(t_{n-1})$, приросту деформації радіаційної повзучості $\overline{\Delta\varepsilon}^c$ за етап навантаження [3], пошкоджуючої дози Z і температури опромінення:

$$\bar{\sigma} = \Psi(\bar{\varepsilon}^a, Q, \overline{\Delta\varepsilon}^c, Z, T). \tag{8}$$

Тоді згідно з (4), (8) вираз для визначення модуля зсуву G_s^R набуває вигляду:

$$G_s^R = \frac{1}{3\bar{\varepsilon}^a}\Psi(\bar{\varepsilon}^a, Q, \overline{\Delta\varepsilon}^c, Z, T), \tag{9}$$

де $\bar{\varepsilon}^a$ — інтенсивність девіатора активних деформацій ε_D^a, які виникають у точці тіла додатково до початкових незворотних деформацій $\varepsilon_D^n(t_{n-1})$ наприкінці n-го етапу навантаження,

$$\varepsilon_D^a(t_n) = \varepsilon_D(t_n) - \varepsilon_D^n(t_{n-1}); \quad \varepsilon_D^n(t_{n-1}) = \varepsilon_D^p(t_{n-1}) + \varepsilon_D^c(t_{n-1}). \tag{10}$$

Математичні моделі деформування з урахуванням стисненого розпухання і радіаційної повзучості металу від пошкоджуючої дози в умовах, що спричиняють напруження, сформульовано в [1, 2]. Формулювання визначальних рівнянь (4), конкретизація функціональної залежності (8) та більш детальні позначення наведено в [3, 4]. Дослідження умов коректності рівнянь (4) без урахування радіаційної повзучості розглядались в [4], аналіз з урахуванням повзучості, але без урахування накопиченої незворотної деформації, наведено в [5].

Досліджуємо умови коректності рівнянь радіаційної повзучості з використанням властивостей оператора $\mathcal{P}$, який визначається наступним чином:

$$\mathcal{P}(\varepsilon, \xi) = k_0^R(\varepsilon_S - \xi_S) + 2G_s^R(\varepsilon_D - \xi_D). \tag{11}$$

Тоді рівняння (4) можна записати у вигляді

$$\sigma = \mathcal{P}(\varepsilon, \xi). \tag{12}$$

Оскільки тензор початкових деформацій ξ визначається виразом (5), подамо його у вигляді двох складових:

$$\xi = \epsilon(\varepsilon) + \zeta, \tag{13}$$

де $\epsilon(\varepsilon)$ — частина деформації розпухання, яка враховує вплив інтенсивеості напружень; ς — термічні та початкові незворотні деформації, які накопичені на початок етапу навантаження:

$$\epsilon(\varepsilon) = \varepsilon_S^R(\sigma(\varepsilon)); \quad \zeta = \varepsilon_S^T + \varepsilon_D^p + \varepsilon_D^c. \tag{14}$$

Отже, з урахуванням співвідношень (11)—(14) оператор $\mathcal{P}$ визначається так:

$$\mathcal{P}(\varepsilon, \zeta) = k_0^R(\varepsilon_S - \epsilon_S(\varepsilon_D) - \zeta_S) + 2G_s^R(\varepsilon_D - \zeta_D). \tag{15}$$

Далі будемо розглядати довільні тензори напружень і деформацій, як елементи евклідового простору $\mathbb{E}$, в якому скалярний добуток визначається згорткою відповідних тензорів $(\cdot,\cdot)$. Нормою, асоційованою з цим скалярним добутком, є модуль тензора $\|\cdot\|$. Елементи евклідового простору $\mathbb{E}$, що складаються з довільних тензорів напружень і деформацій, допускають розкладання на кульову та девіаторну складові тензора і мають такі властивості:

$$\mu = \mu_S + \mu_D; \quad (\mu_S, \eta_D) = (\mu_D, \eta_S) = 0;$$

$$\|\mu_S\|^2 = (\mu_S, \mu); \quad \|\mu_D\|^2 = (\mu_D, \mu); \tag{16}$$

$$\|\mu\|^2 = \|\mu_S\|^2 + \|\mu_D\|^2, \quad \forall \mu, \eta \in \mathbb{E}.$$

Сформулюємо основний результат, що стосується властивостей оператора $\mathcal{P}$. Відповідно до загальної теорії нелінійних операторів [6] розв'язок рівняння (12) існує і єдиний, якщо оператор $\mathcal{P}$ має властивості сильної монотонності і ліпшиць-неперервності, а саме для довільних тензорів деформацій $\varepsilon, \varkappa \in \mathbb{E}$ існують два додатних числа m, M такі, що

$$(\mathcal{P}(\varepsilon) - \mathcal{P}(\varkappa), \varepsilon - \varkappa) \geqslant m\|\varepsilon - \varkappa\|^2; \tag{17}$$

$$\|\mathcal{P}(\varepsilon) - \mathcal{P}(\varkappa)\| \leqslant M\|\varepsilon - \varkappa\|. \tag{18}$$

Для дослідження властивостей оператора $\mathcal{P}$ сформулюємо деякі припущення щодо функції $\varepsilon \to \Psi(\varepsilon)$, яка описує криву деформування опроміненого матеріалу. Вважаємо, що на всьому інтервалі зміни деформацій ε функція $\Psi(\varepsilon)$ неперервна і має похідну $\Psi'(\varepsilon)$, причому виконуються наступні умови, прийнятні для більшості реальних конструкційних матеріалів:

$$0 < G_\tau^R \leqslant G_s^R \leqslant G_0^R < G_0 \leqslant \frac{1}{2} k_0, \tag{19}$$

де $G_\tau^R = 1/(3\Psi')$ — дотичний модуль зсуву, що характеризує зміцнення опроміненого матеріалу.

Нерівності (19) наведено для ізотермічних умов та заданих доз опромінення. Ці нерівності допускають просту геометричну інтерпретацію, а саме: для всіх можливих значень ε дотичний модуль зсуву G_τ^R строго додатний і не перевищує січний G_s^R, який, своєю чергою, не перевищує модуль G_0^R.

Теорема. *Якщо вихідні дані задовольняють умові (19), а функція* $\Psi(\varepsilon)$*, яка описує криву деформування опроміненого матеріалу, неперервна і має обмежену похідну* $\Psi'(\varepsilon)$*, то оператор* $\mathcal{P}$ *має властивості сильної монотонності та ліпшиць-неперервності, тобто існують два додатних числа* m, M *такі, що виконуються нерівності (17), (18).*

Доведення. Розглянемо два можливих стани елемента тіла, що відповідають тензорам деформацій $\varepsilon, \varkappa \in \mathbb{E}$ за умови однакових вихідних даних. Тоді за теоремою про середнє значення [6] маємо

$$\mathcal{P}(\varepsilon) - \mathcal{P}(\varkappa) = \int_0^1 \mathcal{P}'(\rho\varepsilon + (1-\rho)\varkappa)(\varepsilon - \varkappa)\, d\rho, \tag{20}$$

де $\mathcal{P}'(\boldsymbol{e})$ — похідна Фреше оператора $\mathcal{P}$ в точці $\boldsymbol{e}$.

Відповідно до визначення нелінійного оператора $\mathcal{P}$ та правил диференціювання складних відображень [6] для будь-якого $\mu \in \mathbb{E}$ знаходимо

$$\begin{aligned}&\mathcal{P}'(\boldsymbol{e})\mu = k_0^R \mu_S + 2G_s^R \mu_D + 2\frac{\partial G_s^R}{\partial \bar{\varepsilon}} d\bar{\varepsilon}(\boldsymbol{e};\mu)\boldsymbol{e}_D - \\ &-k_0^R \frac{\partial \varepsilon_m^R}{\partial \bar{\varepsilon}} d\bar{\varepsilon}(\boldsymbol{e};\mu)\boldsymbol{s}_1 + \frac{\partial k_0^R}{\partial \bar{\varepsilon}} d\bar{\varepsilon}(\boldsymbol{e};\mu)(\boldsymbol{e}_S - \varepsilon_S^R(\boldsymbol{e}_D)).\end{aligned} \tag{21}$$

Інтенсивність девіатора деформацій $\bar{\varepsilon}(\boldsymbol{e})$ визначається на підставі формули

$$\bar{\varepsilon}(\boldsymbol{e}) = \sqrt{\frac{2}{3}(\boldsymbol{e}_D, \boldsymbol{e}_D)}, \tag{22}$$

тому диференціал $d\bar{\varepsilon}(\boldsymbol{e};\mu)$ у точці $\boldsymbol{e}$ на прирості μ подається у вигляді

$$d\bar{\varepsilon}(\boldsymbol{e};\mu) = \sqrt{\frac{2}{3}}\frac{(\boldsymbol{e}_D, \mu_D)}{\|\boldsymbol{e}_D\|}. \tag{23}$$

Множник $\partial G_s^R / \partial \bar{\varepsilon}$ у третьому доданку (21) визначається згідно з (9), (22) наступним чином:

$$\frac{\partial G_s^R}{\partial \bar{\varepsilon}} = \frac{1}{\bar{\varepsilon}}(G_\tau^R - G_s^R). \tag{24}$$

Для визначення двох останніх доданків у формулі (21) врахуємо співвідношення, які одержано внаслідок диференціювання:

$$\begin{aligned}&\frac{\partial \varepsilon_m^R}{\partial \bar{\varepsilon}} = G_\tau^R R_0 C_R (1-\omega) e^{-\lambda Q} - \lambda \varepsilon_m^R \frac{\partial Q}{\partial \bar{\varepsilon}}; \\ &\frac{\partial k_0^R}{\partial \bar{\varepsilon}} = \frac{1}{3}(k_0^R)^2 \lambda R_0 C_R \omega e^{-\lambda Q} \frac{\partial Q}{\partial \bar{\varepsilon}}.\end{aligned} \tag{25}$$

Множник $\partial Q / \partial \bar{\varepsilon}$ у рівняннях (25) обчислюється згідно з (3), звідки випливає

$$\frac{\partial Q}{\partial \bar{\varepsilon}} = 1 - \frac{G_\tau^R}{G_0}. \tag{26}$$

На підставі (1), (2), (21), (23)—(26) знаходимо

$$\begin{aligned}&(\mathcal{P}'(\boldsymbol{e})\mu, \eta) = k_0^R(\mu_S, \eta_S) + 2G_s^R(\mu_D, \eta_D) + \\ &+2(G_\tau^R - G_s^R)\frac{(\boldsymbol{e}_D, \mu_D)(\boldsymbol{e}_D, \eta_D)}{\|\boldsymbol{e}_D\|^2} - \sqrt{\frac{2}{3}} k_0^R f(x) \frac{(\boldsymbol{e}_D, \mu_D)(\boldsymbol{s}_1, \eta_S)}{\|\boldsymbol{e}_D\|},\end{aligned} \tag{27}$$

де $f(x)$ — монотонно зростаюча функція аргументу x в інтервалі [0,1]:

 ISSN 1025-6415. Dopov. Nac. akad. nauk Ukr. 2021. № 4

$$f(x)=\left(xG_0R_0C_R(1-\omega)-\frac{1}{3}(1-x)\lambda R\right)e^{-\lambda Q}. \tag{28}$$

Отже, з рівності (27) маємо

$$\begin{gathered}(\mathcal{P}'(\boldsymbol{e})\mu,\mu)=k_0^R\|\mu_S\|^2+2G_s^R\|\mu_D\|^2+\\ +2(G_\tau^R-G_s^R)\frac{(\boldsymbol{e}_D,\mu_D)^2}{\|\boldsymbol{e}_D\|^2}-\sqrt{\frac{2}{3}}k_0^Rf(x)\frac{(\boldsymbol{e}_D,\mu_D)(\boldsymbol{s}_1,\mu_S)}{\|\boldsymbol{e}_D\|},\end{gathered} \tag{29}$$

і тому з використанням нерівності Коші—Буняковського—Шварца [6] та умов (19) для будь-якого $\mu\in\mathbb{E}$ знаходимо

$$(\mathcal{P}'(\boldsymbol{e})\mu,\mu)\geqslant a_{11}k_0^R\|\mu_S\|^2-2a_{12}\|\mu_S\|\|\mu_D\|+a_{22}\|\mu_D\|^2. \tag{30}$$

Права частина нерівності (30) є квадратичною формою стосовно норм елементів μ_S,μ_D, її коефіцієнти визначаються наступним чином:

$$a_{11}=k_0^R>0;\quad a_{12}=\frac{1}{\sqrt{2}}k_0^R\left|f(x)\right|;\quad a_{22}=2G_\tau^R>0. \tag{31}$$

На підставі співвідношень (28), (30), (31) одержимо необхідну і достатню умову сильної монотонності оператора $\mathcal{P}$, а саме:

$$4>k_0^RG_\tau^R\left(R_0C_R(1-\omega)e^{-\lambda Q}-\frac{1}{3}\left(\frac{1}{G_\tau^R}-\frac{1}{G_0}\right)\lambda\mathcal{R}\right)^2. \tag{32}$$

Отже, умова (32) забезпечує виконання нерівності (17) зі сталою $m>0$, яка обмежена знизу виразом:

$$m\geqslant\frac{1}{2}\left(a_{11}+a_{22}-\sqrt{(a_{11}-a_{22})^2+4a_{12}^2}\right). \tag{33}$$

Для доведення нерівності (18) використаємо теорему про оцінку скінченних приростів [6]. Тоді маємо

$$\|\mathcal{P}(\varepsilon)-\mathcal{P}(\varkappa)\|\leqslant\sup_{0\leqslant\rho\leqslant1}\|\mathcal{P}'(\rho\varepsilon+(1-\rho)\varkappa)\|\|\varepsilon-\varkappa\|. \tag{34}$$

Згідно з виразом (27) оператор $\mathcal{P}'(\boldsymbol{e})$ за умови фіксованих значень $\boldsymbol{e}$ не є самоспряженим, і тому його норма в просторі $\mathbb{E}$ визначається рівністю

$$\|\mathcal{P}'(\boldsymbol{e})\|=\sup_{\mu\in\mathbb{E}}\frac{\|\mathcal{P}'(\boldsymbol{e})\mu\|}{\|\mu\|}. \tag{35}$$

Відповідно до (27) знаходимо

$$\|\mathcal{P}'(\boldsymbol{e})\mu\|^2 = (k_0^R)^2 \|\mu_S\|^2 + (2G_s^R)^2 \|\mu_D\|^2 + 4((G_\tau^R)^2 - (G_s^R)^2)\frac{(\boldsymbol{e}_D, \mu_D)^2}{\|\boldsymbol{e}_D\|^2} + \tag{36}$$

$$+2(k_0^R f(x))^2 \frac{(\boldsymbol{e}_D, \mu_D)^2}{\|\boldsymbol{e}_D\|^2} - 2\sqrt{\frac{2}{3}}(k_0^R)^2 f(x)\frac{(\boldsymbol{e}_D, \mu_D)(\boldsymbol{s}_1, \mu_S)}{\|\boldsymbol{e}_D\|},$$

звідси з використанням нерівності Коші—Буняковського—Шварца та умов (19) одержимо

$$\|\mathcal{P}'(\boldsymbol{e})\mu\|^2 \leqslant (k_0^R)^2 \|\mu_S\|^2 + (2G_s^R)^2 \|\mu_D\|^2 +$$
$$+2\sqrt{2}(k_0^R)^2 |f(x)| \|\mu_S\| \|\mu_D\| + 2(k_0^R f(x))^2 \|\mu_D\|^2. \tag{37}$$

Оцінимо зверху модуль функції $f(x)$ в інтервалі [0,1]. Оскільки $f(x)$ — монотонно зростаюча функція, приходимо до оцінки:

$$\max_{0\leqslant x\leqslant 1} |f(x)| \leqslant \max(G_0 R_0 C_R(1-\omega), \frac{1}{3}\lambda R)e^{-\lambda Q}. \tag{38}$$

Отже, за умови $\omega \leqslant \omega_0 = 0{,}85$, а також з урахуванням дійсних значень механічних характеристик і можливого розпухання матеріалу маємо оцінку:

$$\max_{0\leqslant x\leqslant 1} |f(x)| \leqslant G_0 R_0 C_R(1-\omega)e^{-\lambda Q}. \tag{39}$$

Окрім того, два останніх доданки в правій частині нерівності (37) оцінимо зверху за допомогою нерівності, що випливає з рівності (6):

$$k_0^R R_0 C_R e^{-\lambda Q} = \frac{3}{\omega}\left(1 - \frac{k_0^R}{k_0}\right) < \frac{3}{\omega}. \tag{40}$$

Якщо для оцінки зверху правої частини (37) використовувати нерівності (39), (40), то з урахуванням умов (19) одержимо

$$\|\mathcal{P}'(\boldsymbol{e})\mu\|^2 < k_0^2(\|\mu_S\|^2 + 2\phi(\omega)\|\mu_S\|\|\mu_D\| + (1+\phi^2(\omega))\|\mu_D\|^2), \quad \forall \mu \in \mathbb{E}, \tag{41}$$

де числовий параметр $\phi(\omega)$ визначається співвідношенням:

$$\phi(\omega) = \frac{3}{\sqrt{2}}\frac{1-\omega}{\omega} \geqslant 0. \tag{42}$$

У разі вибору $\omega = \omega_0 = 0{,}85$ знаходимо $\phi_0 = \phi(\omega_0) < 0{,}375$.

Оцінимо зверху праву частину нерівності (41). Для цього розглянемо симетричну матрицю

$$\begin{bmatrix} 1 & \phi(\omega) \\ \phi(\omega) & 1+\phi^2(\omega) \end{bmatrix} \tag{43}$$

Оскільки максимальне власне значення $\Delta(\omega)$ матриці (43) обчислюється за формулою

$$\Delta(\omega) = 1 + \frac{1}{2}\phi(\omega)(\phi(\omega) + \sqrt{4 + \phi^2(\omega)}), \tag{44}$$

відповідно до (41)—(44) знаходимо

$$\left\|\mathcal{P}'(\boldsymbol{e})\mu\right\|^2 < \Delta(\omega) k_0^2 \left\|\mu\right\|^2. \tag{45}$$

На підставі (34), (35), (45) одержуємо нерівність (18) зі сталою M:

$$M < \sqrt{\Delta(\omega)}\, k_0. \tag{46}$$

У разі вибору $\omega = \omega_0 = 0{,}85$ знаходимо

$$M < \sqrt{\Delta(\omega_0)}\, k_0 < 1{,}205 k_0. \tag{47}$$

Теорема доведена.

Наслідок 1. Нерівність (32) є необхідною і достатньою умовою для існування сильно-монотонного і ліпшиць-неперервного зворотного оператора $\mathcal{P}^{-1}$, за допомогою якого обчислюються деформації за напруженнями. Згідно з одержаними результатами, для фіксованих значень дози і температури опромінення нерівність (32) забезпечує взаємно-однозначну відповідність між напруженнями і деформаціями у вигляді визначальних рівнянь (4).

Наслідок 2. Для моделі, в якій враховується вплив тільки середнього нормального напруження σ_m на розпухання R, умова (31) набуває вигляду

$$36 > k_0^R G_\tau^R \left(\left(\frac{1}{G_\tau^R} - \frac{1}{G_0}\right)\lambda\mathcal{R}\right)^2. \tag{48}$$

Нерівність (48) обмежує можливі значення модуля зміцнення G_τ^R для опроміненого матеріалу. Розв'язуючи квадратне рівняння, одержуємо

$$\frac{G_\tau^R}{G_0} > \frac{\sqrt{\vartheta} - 1}{\sqrt{\vartheta} + 1}, \quad \vartheta = 1 + \frac{k_0^R(\lambda\mathcal{R})^2}{9G_0}. \tag{49}$$

Зазначимо, що для моделі, в якій не враховується вплив накопиченої незворотної деформації на розпухання, нерівність (32) має вигляд:

$$4 > k_0^R G_\tau^R (R_0 C_R (1 - \omega))^2. \tag{50}$$

Для моделі розпухання, в якій враховується вплив тільки середнього нормального напруження, умова (32) задовольняється тотожно.

Зіставлення нерівностей (32), (50) дозволяє сформулювати основний висновок за результатами аналізу умов коректності рівнянь радіаційної повзучості, що складається в наступному. Урахування накопиченої незворотної деформації Q в моделі стисненого розпухання сприяє послабленню обмежень на розпухання $\mathcal{R}$ і вихідні дані, що забезпечують виконання умов коректності визначальних рівнянь (4). Ця обставина пов'язана з тим, що оцінка виразу у правій частині нерівності (32) призводить до менших значень, порівняно із нерівністю (49), що й сприяє послабленню зазначених умов коректності.

Що стосується моделі розпухання, в якій враховується вплив середнього нормального напруження, то врахування накопиченої незворотної деформації призводить до деякого обмеження знизу для дотичного модуля зсуву матеріалу і відповідно до можливих значень доз опромінення. Проте з урахуванням дійсних значень механічних характеристик і можливого розпухання матеріалу згадані обмеження можна вважати необтяжливими для практичних розрахунків.

ЦИТОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Сорокин А.А., Марголин Б.З., Курсевич И.П. и др. Влияние нейтронного облучения на механические свойства материалов внутрикорпусных устройств реакторов типа ВВЭР. *Вопр. материаловедения*. 2011. №2 (66). С. 131—151.
2. Марголин Б.З., Мурашова А.И., Неустроев В.С. Анализ влияния вида напряженного состояния на радиационное распухание и радиационную ползучесть аустенитных сталей. *Пробл. прочности*. 2012. № 3. С. 5—24.
3. Чирков О.Ю. Радіаційна повзучість у задачах механіки непружного деформування матеріалів та елементів конструкцій. Київ: Ін-т пробл. міцності ім. Г.С.Писаренка НАН України. 2020. 160 с.
4. Чирков А.Ю. О корректности известной математической модели радиационного распухания, учитывающей влияние напряжений, в задачах механики упругопластического деформирования. *Пробл. прочности*. 2020. № 2. С. 5—22.
5. Чирков О.Ю. Аналіз коректності задач механіки непружного деформування, що враховують вплив напруженого стану на процеси радіаційного розпухання і радіаційної повзучості матеріалу. *Допов. Нац. акад. наук Укр*. 2021. № 2. С. 29—37. https://doi.org/10/15407/dopovidi2021.02.029
6. Ortega J.M., Rheinboldt W.C. Iterative Solution if Nonlinear Equations in Several Variables. New York; London: Academic Press. 1970. 592 p.

Надійшло до редакції 20.05.2021

REFERENCES

1. Sorokin, A., Margolin, B. & Kursevich, I. (2011). Effect of neutron irradiation on mechanical properties of materials of WWER reactor internals. Issues of Materials Science. 2(66), 131-151 (in Russian).
2. Margolin, B., Murashova, A. & Neustroiev, V. (2012). Analysis of the Influence of Type Stress State on Radiation Swelling and Radiation Creep of Austenitic Steels. Strength of Materials, 44, pp. 227-240. https://doi.org/10.1007/s11223-012-9376-3
3. Chirkov, O. Yu. (2020). Radiation Creep in Problems of Mechanics of Inelastic Dformation of Materials and Structural Elements. Kyiv: G. Pisarenko Institute for Problems of Strength, NAS of Ukraine (in Ukrainion).
4. Chirkov, A.Yu. (2020). On the Correctness of the Well-Known Mathematical Model of Irradiation-Induced Swelling with the Influence of Stresses in the Problems of Elastic-Plastic Deformation Mechanics, Strength of Materials, 52, pp. 183-198. https://doi.org/ 10.1007/s11223-020-00165-y
5. Chirkov, O.Yu. Analysis of the correctness of problems in the mechanics of inelastic deformation with the influence of stress state on the processes of radiation swelling and radiation creep of the material. Dopov. Nac. akad. nauk Ukr. 2021, 2:29-37 (in Ukrainian). https://doi.org/10/15407/dopovidi2021.02.029
6. Ortega J.M., Rheinboldt W.C. Iterative Solution if Nonlinear Equations in Several Variables. New York; London: Academic Press. 1970.

Received 20.05.2021

O.Yu. Chirkov, https://orcid.org/0000-0003-1916-0277

Pisarenko Institute of Problems of Strength of the NAS of Ukraine, Kyiv
E-mail: chirkale82@gmail.com

CORRECTNESS OF THE RADIATION CREEP EQUATIONS
THAT INVOLVE THE STRESS AND ACCUMULATED
IRREVERSIBLE DEFORMATION IN THE MODEL
OF RADIATION SWELLING OF AN IRRADIATED MATERIAL

The results of the correctness analysis of the determining equations of radiation creep are presented, which allow one to describe the non-isothermal processes of inelastic deformation with regard for the radiation swelling and radiation creep of a material under conditions of neutron irradiation, high temperatures, and damaging dose. Modern models of radiation swelling and radiation creep are considered, which involve the damaging dose, irradiation temperature and the influence of a stress and an accumulated irreversible deformation on the processes of radiation swelling and radiation creep of the material. Based on the general results of the analysis of the properties of nonlinear operators, the conditions that ensure the correctness of the formulated equations of radiation creep are determined. According to the results of the analysis, it is established that the consideration of the accumulated irreversible deformation in the model of compressed swelling helps one to relax the restrictions on a possible swelling of the material and the initial data that ensure the correctness of the determining equations of radiation creep.

Keywords: *stressed state, stress and strain deviators, inelastic deformation, radiation swelling, radiation creep.*