

<https://doi.org/10.15407/dopovidi2023.06.033>

УДК 517.36

А.С. Хорошун, <https://orcid.org/0009-0005-3210-6218>

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, Київ

E-mail: khoroshunanatoliy@gmail.com

Про побудову керування, що глобально стабілізує рух одноланкового маніпулятора із нелінійно пружним зчленуванням в околі залежної від часу траєкторії

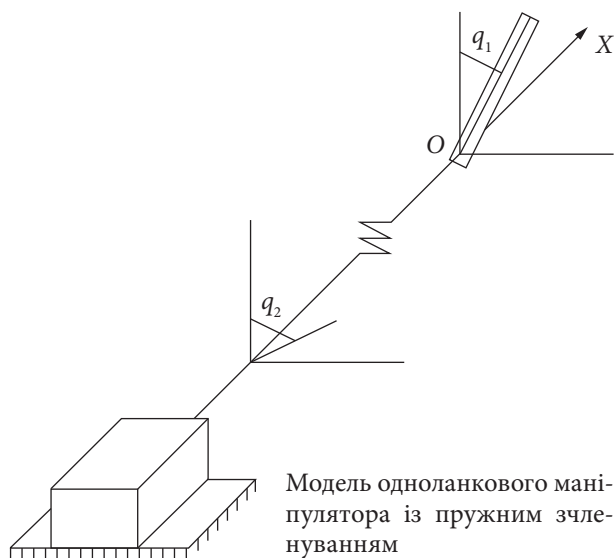
Отримано закон обертання електродвигуна, який забезпечує глобальну стабілізацію руху моделі одноланкового маніпулятора із пружним зчленуванням в околі заданої залежної від часу траєкторії. Пружність зчленування моделюється торсіонною пружиною, сила пружності якої вважається нелінійно залежною від зміщення. Цей факт унеможливує застосування звичайного підходу (розрахованого на лінійність сили пружності) і значно ускладнює задачу побудови керування. Проте, застосовуючи техніку DSC (Dynamic Surface Control), отримано бажане керування. Специфічний вибір параметрів керування і констант фільтрів дозволяє уникнути зростання порядку допоміжної системи, а також явища значного ускладнення вигляду як допоміжної системи диференціальних рівнянь, так і закону керування, тобто явища “explosion of complexity”. Зниження порядку системи диференціальних рівнянь та спрощення її вигляду дозволили в даному випадку отримати в явному вигляді відповідну функцію Ляпунова та з її допомогою довести, що запропоноване керування вирішує поставлену задачу керування.

Ключові слова: одноланковий маніпулятор, нелінійно пружне зчленування, малоприводна механічна система, функція Ляпунова, глобальна стабілізація.

Широко відомо, що однією з причин виникнення вібрацій у маніпуляторах промислових роботів є пружність зчленувань між керуючим приводом і керованою ланкою. Адекватними моделями таких механізмів є механічні моделі, де пружність трансмісії моделюється торсіонними пружинами у кожному із зчленувань, див. [1—3] тощо. Сила, що виникає внаслідок деформації пружини, зазвичай вважається лінійно залежною від зміщення. Однак слід зауважити, що більшої адекватності модель набуває при врахуванні ефекту затухання коливань, а також нелінійного характеру згадуваної сили, що стає критичним, коли розглядаються великі навантаження чи інші пограничні режими функціонування механічної моделі. Аналіз публікацій показав відсутність повноти розгляду таких задач в нелінійній

Ц и т у в а н н я: Хорошун А.С. Про побудову керування, що глобально стабілізує рух одноланкового маніпулятора із нелінійно пружним зчленуванням в околі залежної від часу траєкторії. *Допов. Нац. акад. наук Укр.* 2023. № 6. С. 33—39. <https://doi.org/10.15407/dopovidi2023.06.033>

© Видавець ВД «Академперіодика» НАН України, 2023. Стаття опублікована за умовами відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>)



постановці [4]. Саме цим пояснюється вибір нелінійної моделі в даній роботі. Виходячи зі слабкої вивченості нелінійної моделі одноланкового маніпулятора із пружним зчленуванням, побудова керування, яке забезпечує бажану динаміку моделі, аналіз її якісних властивостей та розвиток підходів для такого аналізу викликають значний інтерес і забезпечують новизну.

Основний результат. Маємо конструкцію одноланкового маніпулятора із пружним зчленуванням, де q_1 — кут відхилення маніпулятора від вертикалі, q_2 — кут відхилення від вертикалі валу електродвигуна. Рівняння руху моделі мають такий вигляд:

$$\begin{cases} J_1 \ddot{q}_1 + b_1 \dot{q}_1 + mgl \sin(q_1) + K_1 (q_1 - q_2) + K_2 (q_1 - q_2)^3 = 0, \\ J_2 \ddot{q}_2 + b_2 \dot{q}_2 - K_1 (q_1 - q_2) - K_2 (q_1 - q_2)^3 = \Delta, \end{cases} \quad (1)$$

де m — маса ланки маніпулятора; l — відстань від точки O до центра мас ланки маніпулятора; g — прискорення вільного падіння; b_1 та b_2 — коефіцієнти демпфування при обертанні ланки маніпулятора та валу електродвигуна відповідно; J_1 — момент інерції ланки маніпулятора відносно вісі OX ; J_2 — момент інерції валу електродвигуна; Δ — момент електромагнітних сил, прикладених до ротора електродвигуна зі сторони статора. Жорсткість K пружини вважаємо нелінійно залежною від зміщення: $K = K_1 (q_1 - q_2) + K_2 (q_1 - q_2)^3$, де K_1 і K_2 — коефіцієнти жорсткості. Задача керування полягає в тому, щоб забезпечити глобальну стабілізацію траєкторії маніпулятора в деякому околі заданої траєкторії, яка задається співвідношенням $q_1 = \Theta(t)$, $t \in R_+ \cup \{0\}$. Функція $\Theta(t)$ достатньо гладка і має обмежені похідні за часом до п'ятого порядку включно. Тобто для всіх $t \in R_+ \cup \{0\}$ справ-

джуються оцінки $\left| \frac{d\Theta(t)}{dt} \right| \leq \beta_1$, $\left| \frac{d^2\Theta(t)}{dt^2} \right| \leq \beta_2$, $\left| \frac{d^3\Theta(t)}{dt^3} \right| \leq \beta_3$, $\left| \frac{d^4\Theta(t)}{dt^4} \right| \leq \beta_4$, $\left| \frac{d^5\Theta(t)}{dt^5} \right| \leq \beta_5$, де $\beta_i \in R_+$, $i = 1, 5$.

Нехай $\tau = \sqrt{\frac{K_1}{J_2}} t$ — узагальнений час. Тоді, позначивши $v = \frac{\Delta}{K_1}$, $B_1 = \frac{b_1}{\sqrt{K_1 J_2}}$, $B_2 = \frac{b_2}{\sqrt{K_1 J_2}}$, $K = \frac{K_2}{K_1}$, $J = \frac{J_2}{J_1}$, $\varepsilon = \frac{mgl}{K_1}$, отримаємо безрозмірну систему диференціальних рівнянь, де диференціювання відбувається за узагальненим часом τ , яка еквівалентна системі диференціальних рівнянь (1):

$$\begin{cases} J^{-1} \ddot{q}_1 + B_1 \dot{q}_1 + \varepsilon \sin(q_1) + (q_1 - q_2) + K (q_1 - q_2)^3 = 0, \\ \ddot{q}_2 + B_2 \dot{q}_2 - (q_1 - q_2) - K (q_1 - q_2)^3 = v. \end{cases} \quad (2)$$

Відзначимо, що далі, якщо не вказано іншого, ($\dot{}$) означає диференціювання за узагальненим часом τ .

Перетворимо керування та координати за такими правилами:

$$\begin{cases} v = u + B_2 \dot{q}_2 - (q_1 - q_2) - K(q_1 - q_2)^3, \\ \eta_1 = q_1, \\ \eta_2 = \dot{q}_1, \\ \eta_3 = q_2, \\ \eta_4 = \dot{q}_2. \end{cases} \quad (3)$$

Тоді система диференціальних рівнянь (2) матиме такий вигляд:

$$\begin{cases} \dot{\eta}_1 = \eta_2, \\ \dot{\eta}_2 = -B_1 J \eta_2 - J(\eta_1 - \eta_3) - KJ(\eta_1 - \eta_3)^3 - \varepsilon J \sin(\eta_1), \\ \dot{\eta}_3 = \eta_4, \\ \dot{\eta}_4 = u. \end{cases} \quad (4)$$

Очевидно, що реалізація задачі керування еквівалентна побудові керування u , яке забезпечить глобальну стабілізацію змінної η_1 в деякому околі траєкторії $\eta_1 = \Theta \left(\sqrt{\frac{J_2}{K_1}} \tau \right)$ системи диференціальних рівнянь (4).

Застосовуючи так званий Dynamic Surface Control (див. [5—7]), отримаємо, що шукане керування має вигляд $u = -\frac{\eta_4}{\tau_2} - \frac{\eta_3}{\tau_1 \tau_2} + \frac{\tilde{\eta}_3}{\tau_1 \tau_2}$, де $\tilde{\eta}_3$ — бажана траєкторія, до якої прямує змінна η_3 при керуванні u ; $\tau_1 > 0$ і $\tau_2 > 0$. Далі для стислості викладу, якщо не вказано іншого, будемо використовувати позначення $\Theta_1 = \Theta_1(\tau)$, $\Theta = \Theta \left(\sqrt{\frac{J_2}{K_1}} \tau \right)$. Нехай $\tilde{\eta}_3 = \Theta_1$, де Θ_1 — розв'язок рівняння

$$K(\Theta - \Theta_1)^3 + (\Theta - \Theta_1) + \varepsilon \sin(\Theta) + B_1 \dot{\Theta} + \frac{1}{J} \ddot{\Theta} = 0. \quad (5)$$

Оскільки величина $Q(\tau) = \left(\frac{1}{3K} \right)^3 + \left[\frac{1}{2K} \left(\varepsilon \sin(\Theta) + B_1 \dot{\Theta} + \frac{1}{J} \ddot{\Theta} \right) \right]^2$ додатня, то рівняння (5) має один дійсний корінь, який може бути визначений за формулою Кардано:

$$\Theta_1 = \Theta + \sqrt[3]{\frac{1}{2K} \left(\varepsilon \sin(\Theta) + B_1 \dot{\Theta} + \frac{1}{J} \ddot{\Theta} \right) - \sqrt{Q(\tau)}} + \sqrt[3]{\frac{1}{2K} \left(\varepsilon \sin(\Theta) + B_1 \dot{\Theta} + \frac{1}{J} \ddot{\Theta} \right) + \sqrt{Q(\tau)}}.$$

Тоді побудоване керування $u = -\frac{\eta_4}{\tau_2} - \frac{\eta_3}{\tau_1\tau_2} + \frac{\Theta_1}{\tau_1\tau_2}$, а система диференціальних рівнянь (4) має вигляд

$$\begin{cases} \dot{\eta}_1 = \eta_2, \\ \dot{\eta}_2 = -B_1J\eta_2 - J(\eta_1 - \eta_3) - KJ(\eta_1 - \eta_3)^3 - \varepsilon J \sin(\eta_1), \\ \dot{\eta}_3 = \eta_4, \\ \dot{\eta}_4 = -\frac{\eta_4}{\tau_2} - \frac{\eta_3}{\tau_1\tau_2} + \frac{\Theta_1}{\tau_1\tau_2}. \end{cases} \quad (6)$$

Зауважимо, що при іншому виборі значення $\tilde{\eta}_3$ отримаємо інший вигляд керування.

$$\text{Введемо позначення: } F = \begin{pmatrix} f_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f_{22} & f_{23} & 0 & 0 \\ 0 & f_{32} & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & f_{44} & f_{45} \\ 0 & 0 & -1 & f_{54} & f_{55} \end{pmatrix}, f_{11} = \frac{KJ}{2}, f_{22} = \frac{B_1^2J^2}{2} + J, f_{23} = f_{32} = \frac{B_1J}{2},$$

$$f_{44} = \frac{\tau_2^2}{\tau_1}N - M(\tau_1 - \tau_2), f_{45} = f_{54} = -\tau_2 \left(\frac{\tau_2}{\tau_1}N + M \right), f_{55} = \tau_2 \left(1 + \frac{\tau_2}{\tau_1} \right)N + \tau_2M,$$

$$M = -M - \max \left\{ \frac{1}{\tau_1 - \tau_2} \frac{\frac{B_1^2J}{2} + 1}{\frac{B_1^2J}{2} + 1}, \tau_1\varepsilon J, \tau_1\varepsilon J + \frac{1}{D_3} [-g_{41}\Delta_1 + g_{42}\Delta_2 - g_{43}\Delta_3] \right\}, M > 0,$$

$$\Delta_1 = \det \begin{pmatrix} 0 & g_{13} & g_{14} \\ g_{22} & g_{23} & g_{24} \\ g_{32} & g_{33} & g_{34} \end{pmatrix}, \Delta_2 = \det \begin{pmatrix} g_{11} & g_{13} & g_{14} \\ 0 & g_{23} & g_{24} \\ g_{31} & g_{33} & g_{34} \end{pmatrix}, \Delta_3 = \det \begin{pmatrix} g_{11} & 0 & g_{14} \\ 0 & g_{22} & g_{24} \\ g_{31} & g_{32} & g_{34} \end{pmatrix}, D_3 = \frac{1}{8} \det \begin{pmatrix} g_{11} & 0 & g_{13} \\ 0 & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{pmatrix},$$

$$N = N + \max \left\{ -M \frac{\tau_1}{\tau_2} \frac{-1 + \sqrt{1 + 4 \frac{\tau_1}{\tau_2}}}{2}, -M, -M + \frac{1}{D_4} [g_{51}\tilde{\Delta}_1 - g_{52}\tilde{\Delta}_2 + g_{53}\tilde{\Delta}_3 - g_{54}\tilde{\Delta}_4] \right\}, N > 0,$$

$$\tilde{\Delta}_4 = \det \begin{pmatrix} g_{11} & 0 & g_{13} & g_{15} \\ 0 & g_{22} & g_{23} & g_{25} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} & g_{35} \\ g_{41} & g_{42} & g_{43} & g_{45} \end{pmatrix}, D_4 = \frac{1}{16} \det \begin{pmatrix} g_{11} & 0 & g_{13} & g_{14} \\ 0 & g_{22} & g_{23} & g_{24} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} & g_{34} \\ g_{41} & g_{42} & g_{43} & g_{44} \end{pmatrix},$$

$$\begin{aligned}
 g_{11} &= -\frac{B_1 K J^2}{4}, \quad g_{13} = g_{14} = g_{15} = g_{31} = g_{41} = g_{51} = 3KJ\alpha, \\
 g_{22} &= -\frac{B_1 J^2 (1-\varepsilon)}{2}, \quad g_{23} = g_{32} = \varepsilon J + 3KJ\alpha^2, \quad g_{24} = g_{42} = \frac{\tau_1 B_1 \varepsilon J^2}{2} + \varepsilon J + \frac{B_1^2 J^2}{2} + 3KJ\alpha^2, \\
 g_{25} = g_{52} &= \varepsilon J + \frac{B_1^2 J^2}{2} + 3KJ\alpha^2, \quad g_{33} = -\frac{B_1 J}{2}, \quad g_{34} = g_{43} = \frac{B_1 J}{2} + \tau_1 \varepsilon J, \quad g_{35} = g_{53} = \frac{B_1 J}{2} + \frac{1}{\tau_2}, \\
 g_{44} &= M + \tau_1 \varepsilon J, \quad g_{45} = g_{54} = \tau_1 \varepsilon J, \quad g_{55} = -N - M, \quad \alpha = \varepsilon + B_1 \sqrt{\frac{J_2}{K_1}} \beta_1 + \frac{J_1}{K_1} \beta_2. \\
 A &= \frac{\tau_1^2}{B_1 J^2 (1-\varepsilon)} \left(\frac{B_1 J^2}{2} \varepsilon \alpha_1 + \frac{B_1 J^2}{2} \varepsilon (\tau_1 - \tau_2) \alpha_2 + \frac{B_1^2 J^2}{2} \alpha_2 + \frac{B_1 J}{2} \alpha_3 \right)^2 + \\
 &+ \frac{\tau_1^2}{B_1 J} (\varepsilon J \alpha_1 + \varepsilon J (\tau_1 - \tau_2) \alpha_2 + B_1 J \alpha_2)^2 + \frac{1}{2(-M - \tau_1 \varepsilon J)} \left(\tau_2^2 N - M(\tau_1^2 - 2\tau_1 \tau_2) \right) \alpha_3 + \tau_1 \varepsilon J \alpha_1 + \\
 &+ \tau_1 \varepsilon J (\tau_1 - \tau_2) \alpha_2 + \tau_1 B_1 J \alpha_2 + \tau_1 \alpha_3)^2 + \frac{1}{2(N + M)} \left(2\tau_2^2 N + M\tau_1 \tau_2 \right) \alpha_3 + \tau_1 \varepsilon J \alpha_1 + \\
 &+ \tau_1 \varepsilon J (\tau_1 - \tau_2) \alpha_2 + \tau_1 B_1 J \alpha_2 + \tau_1 \alpha_3)^2, \quad \alpha_1 = (1 + \varepsilon) \sqrt{\frac{J_2}{K_1}} \beta_1 + B_1 \frac{J_2}{K_1} \beta_2 + \frac{1}{J} \left(\sqrt{\frac{J_2}{K_1}} \right)^3 \beta_3, \\
 \alpha_2 &= \varepsilon \frac{J_2}{K_1} \beta_1^2 + (1 + \varepsilon) \frac{J_2}{K_1} \beta_2 + B_1 \left(\sqrt{\frac{J_2}{K_1}} \right)^3 \beta_3 + \frac{1}{J} \left(\frac{J_2}{K_1} \right)^2 \times \\
 &\times \beta_4 + \sqrt{3K} \left(\varepsilon \sqrt{\frac{J_2}{K_1}} \beta_1 + B_1 \frac{J_2}{K_1} \beta_2 + \frac{1}{J} \left(\sqrt{\frac{J_2}{K_1}} \right)^3 \beta_3 \right)^2, \\
 \alpha_3 &= \left(\sqrt{\frac{J_2}{K_1}} \right)^3 \beta_3 + 3\sqrt{3K} \left(\varepsilon \sqrt{\frac{J_2}{K_1}} \beta_1 + B_1 \frac{J_2}{K_1} \beta_2 + \frac{1}{J} \left(\sqrt{\frac{J_2}{K_1}} \right)^3 \beta_3 \right) \times \\
 &\times \left[\varepsilon \frac{J_2}{K_1} \beta_1^2 + \varepsilon \frac{J_2}{K_1} \beta_2 + B_1 \left(\sqrt{\frac{J_2}{K_1}} \right)^3 \beta_3 + \frac{1}{J} \left(\frac{J_2}{K_1} \right)^2 \beta_4 \right] + \\
 &+ 15K \left(\varepsilon \sqrt{\frac{J_2}{K_1}} \beta_1 + B_1 \frac{J_2}{K_1} \beta_2 + \frac{1}{J} \left(\sqrt{\frac{J_2}{K_1}} \right)^3 \beta_3 \right)^3 + \varepsilon \left(\sqrt{\frac{J_2}{K_1}} \right)^3 \beta_1^3 + \\
 &+ 3\varepsilon \left(\sqrt{\frac{J_2}{K_1}} \right)^3 \beta_1 \beta_2 + \varepsilon \left(\sqrt{\frac{J_2}{K_1}} \right)^3 \beta_3 + B_1 \left(\frac{J_2}{K_1} \right)^2 \beta_4 + \frac{1}{J} \left(\sqrt{\frac{J_2}{K_1}} \right)^5 \beta_5.
 \end{aligned}$$

Сформулюємо теорему, яка містить основний результат даної роботи.

Теорема. Якщо $\varepsilon < 1$, $B_1^2 J^2 - 4 \left(\frac{J(\varepsilon + 3K\alpha^2)^2}{1 - \varepsilon} + 18JK\alpha^2 \right) > 0$ і $\tau_1 > \tau_2 > 0$, то змінна η_1 ,

яка визначається з системи диференціальних рівнянь (6), глобально стабілізована в деякому околі траєкторії $\eta_1 = \Theta$.

Теорему доведено методом функцій Ляпунова. Відповідна допоміжна функція побудована в явному вигляді.

Зауваження. З доведення теореми випливає, що якщо величина Θ_1 є розв'язком рівняння (5), то враховуючи (3) та переходячи до розмірних величин, керування Δ , яке забезпечить глобальну стабілізацію траєкторії руху одноланкового маніпулятора із пружним зчленуванням в околі

$$|q_1 - \Theta(t)| \leq \sqrt{\frac{-1 + \sqrt{1 + \frac{4A\lambda_{\max}(F)}{-\lambda_{\max}(G)\lambda_{\min}(F)}}}}{2}} + \tau_1 \sqrt{\frac{A\lambda_{\max}(F)}{-\lambda_{\max}(G)\lambda_{\min}(F)}}} + \tau_1 \alpha_1 + \tau_1 (\tau_1 - \tau_2) \alpha_2$$

заданої програмної траєкторії $q_1 = \Theta(t)$ має вигляд

$$\Delta = K_1 \left[\left(\frac{-1}{\tau_2} + B_2 \right) \sqrt{\frac{J_2}{K_1} \frac{dq_2}{dt} - \frac{q_2}{\tau_1 \tau_2} + \frac{\Theta_1(t)}{\tau_1 \tau_2} - (q_1 - q_2) - K(q_1 - q_2)^3} \right], \quad (7)$$

$$\Theta_1(t) = \Theta(t) + \left[\frac{1}{2K} \left(\varepsilon \sin(\Theta(t)) + B_1 \sqrt{\frac{J_2}{K_1} \frac{d\Theta(t)}{dt} + \frac{J_1}{K_1} \frac{d^2\Theta(t)}{dt^2}} - \sqrt{Q(t)} \right) \right]^{\frac{1}{3}} +$$

$$+ \left[\frac{1}{2K} \left(\varepsilon \sin(\Theta(t)) + B_1 \sqrt{\frac{J_2}{K_1} \frac{d\Theta(t)}{dt} + \frac{J_1}{K_1} \frac{d^2\Theta(t)}{dt^2}} + \sqrt{Q(t)} \right) \right]^{\frac{1}{3}},$$

$$Q(t) = \frac{1}{(3K)^3} + \left[\frac{1}{2K} \left(\varepsilon \sin(\Theta(t)) + B_1 \sqrt{\frac{J_2}{K_1} \frac{d\Theta(t)}{dt} + \frac{J_1}{K_1} \frac{d^2\Theta(t)}{dt^2}} \right) \right]^2.$$

Легко бачити, що оцінки околів стабілізації швидкості руху маніпулятора, положення та швидкості обертання електродвигуна, аналогічні отримані для змінної q_1 , також можуть бути встановлені. При цьому відповідний вибір значень τ_1 і τ_2 забезпечує необхідну точність стабілізації.

Якщо дозволяють умови задачі, то вибір параметра керування τ_2 у вигляді $\tau_2 = 1/B_2$ спрощує вигляд керування Δ і робить його незалежним від швидкості обертання двигуна.

Частина даної роботи виконана завдяки іменній стипендії Верховної Ради України для молодих учених докторів наук за 2023 рік.

ЦИТОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. De Luca A. Dynamic Control of Robots with Joint Elasticity. Proceedings of the 33rd IEEE Conference on Robotics and Automation. 1988. P. 152—158. <https://doi.org/10.1109/ROBOT.1988.12040>
2. Spong M.W. Control of Flexible Joint Robots: A Survey. Coordinated Science Laboratory Report no. UILU-ENG-90-2203. Urbana-Champaign: Univ. Illinois, 1990.
3. Tomei P.A. A Simple PD Controller for Robots with Elastic Joints. *IEEE Trans. of Automatic Control*. 1991. **36**, №10. P. 1208—1213. <https://doi.org/10.1109/9.90238>
4. Ozgoli S., Taghirad H.D. A survey on the control of flexible joint robots. *Asian J. Control*. 2006. **8**. Iss. 4. P. 332—344. <https://doi.org/10.1111/j.1934-6093.2006.tb00285.x>
5. Song, B., Hedrick J.K. Dynamic surface control of uncertain nonlinear systems. An LMI approach. London: Springer-Verlag, 2011.
6. Swaroop D., Hedrick J.K., Yip P.P., Gerdes J.C. Dynamic surface control for a class of nonlinear systems. *IEEE Trans. of Automatic Control*. 2000. **45**, № 10. P. 1893—1899. <https://doi.org/10.1109/TAC.2000.880994>
7. Khoroshun A.S. On Global Positional Stabilization of a Single-Link Manipulator with a Nonlinear Elastic Joint*. *Int. Appl. Mech.* 2021. **57**, №5. P. 578—590. <https://doi.org/10.1007/s10778-021-01108-z>

Надійшло до редакції 27.09.2023

REFERENCES

1. De Luca, A. (1988). Dynamic Control of Robots with Joint Elasticity. Proceedings of the 33rd IEEE Conference on Robotics and Automation, pp. 152-158. <https://doi.org/10.1109/ROBOT.1988.12040>
2. Spong, M. W. (1990). Control of Flexible Joint Robots: A Survey. Coordinated Science Laboratory Report no. UILU-ENG-90-2203. Urbana-Champaign: Univ. Illinois.
3. Tomei, P. A. (1991). Simple PD Controller for Robots with Elastic Joints. *IEEE Trans. of Automatic Control*, 36, No. 10, pp. 1208-1213. <https://doi.org/10.1109/9.90238>
4. Ozgoli S. & Taghirad H.D. (2006). A survey on the control of flexible joint robots. *Asian J. Control*, 8, Iss. 4, pp. 332-344. <https://doi.org/10.1111/j.1934-6093.2006.tb00285.x>
5. Song, B. & Hedrick, J. K. (2011). Dynamic surface control of uncertain nonlinear systems. An LMI approach. London: Springer-Verlag.
6. Swaroop, D., Hedrick, J. K., Yip, P. P. & Gerdes, J. C. (2000). Dynamic surface control for a class of nonlinear systems. *IEEE Trans. of Automatic Control*, 45, No. 10, pp. 1893-1899. <https://doi.org/10.1109/TAC.2000.880994>
7. Khoroshun A. S. (2021). On Global Positional Stabilization of a Single-Link Manipulator with a Nonlinear Elastic Joint*. *Int. Appl. Mech.*, 57, №5, pp. 578-590. <https://doi.org/10.1007/s10778-021-01108-z>

Received 27.09.2023

A.S. Khoroshun, <https://orcid.org/0009-0005-3210-6218>

S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the NAS of Ukraine, Kyiv
E-mail: khoroshunanatoliy@gmail.com

ON THE CONSTRUCTION OF CONTROL ENSURING GLOBAL STABILIZATION OF THE SINGLE-LINK MANIPULATOR WITH A NONLINEAR ELASTIC JOINT IN THE VICINITY OF A TIME-DEPENDENT TRAJECTORY

This study presents a control law for the electric motor's rotation, globally stabilizing the motion of a single-link manipulator model with a nonlinear elastic joint near a specified time-dependent trajectory. The joint's elasticity is modeled by a torsion spring, with the elastic force assumed to be nonlinearly dependent on the displacement. This nonlinearity complicates the control construction task, precluding the use of conventional approaches assuming linear elastic force. However, employing the Dynamic Surface Control (DSC) technique yields the desired control law. A specific selection of control parameters and filter constants prevents an increase in the order of the auxiliary system and avoids the "explosion of complexity" phenomenon. The reduction of the system's order and simplification enable the derivation of an auxiliary Lyapunov function, demonstrating that the proposed control law effectively addresses the control problem.

Keywords: single-link manipulator, nonlinear elastic joint, underactuated mechanical system, Lyapunov function, global stabilization.