ДОПОВІДІ
НАЦІОНАЛЬНОЇ
АКАДЕМІЇ НАУК
УКРАЇНИ

https://doi.org/10.15407/dopovidi2024.01.013
УДК 537.8

А.Є. Бухтатий[1], https://orcid.org/0009-0007-2183-4329
З.О. Майзеліс[2,3], https://orcid.org/0000-0001-6217-7117
В.О. Ямпольський[2,3] , https://orcid.org/0000-0003-3702-4551

[1]КЗ "Харківський ліцей №161 "Імпульс" Харківської міської ради", Харків, Україна
[2]Інститут радіофізики та електроніки ім. О.Я. Усикова НАН України, Харків, Україна
[3]Харківский національний університет ім. В.Н. Каразіна, Харків, Україна
E-mail: maizelis.z.a@gmail.com

Функція Лагранжа для шаруватого надпровідника скінченних розмірів

Теоретично досліджено поширення джозефсонівських плазмових хвиль в обмежених зразках шаруватого надпровідника за допомогою підходу Лагранжа. З базових експериментальних результатів отримано вирази для функції Лагранжа для зв'язаних ступенів вільності фази параметра порядку в надпровідних шарах і електромагнітного поля. Показано, що у k-просторі функція Лагранжа представляє собою суму зліченої множини незалежних внесків, які відповідають різним можливим хвилеводним модам у зразку, які розбито на звичайні та надзвичайні моди. Отримано дисперсійні залежності мод. Результати можуть бути застосовані для побудови електронних пристроїв терагерцевого діапазону.

Ключові слова: *функція Лагранжа, шаруватий надпровідник, хвилевод, звичайні і надзвичайні моди, дисперсійна залежність.*

Збуреннями густини зарядів у електронній плазмі у провідних матеріалах є плазмони. Дисперсійну залежність для плазмонів можна отримати, розглядаючи функцію Лагранжа, при цьому в якості ступенів вільності вибирається густина зарядів. Ці флуктації матеріальних ступенів вільності у деякому діапазоні частот пов'язані з модами електромагнітного поля, в результаті чого утворюються плазмон-поляритони [1]. У надпровідниках при розгляді флуктуацій матеріальних ступенів вільності переходять до спряженої до густини координати — фази комплексного параметра порядку надпровідника [2].

Останнім часом особливий інтерес представляють шаруваті надпровідники — періодичні структури, які складаються з надпровідних шарів, що чергуються з шарами діелектрика. Найпоширенішими представниками таких високотемпературних надпровідників

Ц и т у в а н н я: Бухтатий А.Є., Майзеліс З.О., Ямпольський В.О. Функція Лагранжа для шаруватого надпровідника скінченних розмірів. *Допов. Нац. акад. наук Укр.* 2024. № 4. С. 13—19. https://doi.org/10.15407/dopovidi2024.01.013

є природні кристали $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+\delta}$ [3, 4]. Численні експерименти показали, що якщо провідність у площині шарів у шаруватих надпровідниках може бути описана теорією Лондонів, то у перпендикулярному напрямку струм визначається ефектом Джозефсона [4].

З експериментальної точки зору джозефсон-плазмові хвилі (ДПХ), які можуть розповсюджуватися в шаруватих надпровідниках, цікаві тим, що вони відповідають терагерцевому діапазону частот, який є дуже важливим з точки зору можливих застосувань у медицині, біофізиці тощо, але є складно досяжним для сучасних електронних та оптичних пристроїв. Особливий для шаруватих надпровідників нелінійний зв'язок між струмом впоперек шарів структури і фазою параметра порядку призводить до ряду цікавих ефектів, які можна застосовувати у електронних пристроях терагерцевого діапазону (зупинка світла, індукована прозорість зразків шаруватого надпровідника, самофокусування, керування прозорістю за рахунок магнітного поля, розповсюдження особливих поверхневих ДПХ [4—7]). Властивості ДПХ у різних конфігураціях вивчаються інтенсивно протягом останнього десятиріччя, але більшість робіт присвячена нескінченним зразкам. Водночас з практичної точки зору дуже важливим є аналіз саме зразків скінченних розмірів. В даній роботі вперше застосовано підхід Лагранжа для отримання дисперсійних залежностей мод у хвилеводі з ідеально провідними стінками із заповненням з шаруватого надпровідника.

Функція Лагранжа шаруватого надпровідника. Почнемо з аналізу доданків у функції Лагранжа, які відповідають матеріальним ступеням вільності у випадку ізотропного суцільного надпровідника. Згідно з класичною теорією Гінзбурга—Ландау, енергетичні затрати на формування поля параметра порядку θ визначаються його градієнтом [2], тобто густину потенціальної енергії розраховуємо за співвідношенням [1]

$$L_s = \frac{1}{8}\int_V (\kappa(\frac{\partial\theta}{\partial t})^2 - D_s(\nabla\theta)^2)\,dV, \tag{1}$$

де D_s — ефективна пружність джозефсонівської плазми; κ — стисливість зарядів у надпровіднику. Тут і далі постійною Планка у формулах нехтуємо, інтегрування виконуємо за скінченним об'ємом зразка. В загальному випадку у k-просторі κ є функцією хвильового вектора. Якщо ми знехтуємо цією залежністю для невеликих значень k, тобто вважатимемо параметр $\kappa = \kappa_0$ константою, то отримаємо з (1) лінійний, "звуковий", закон дисперсії $\omega = v_s k$, де швидкість поширення збуджень $v_s = \sqrt{D_s / \kappa_0}$. Однак, якщо ми врахуємо далеку кулонівську взаємодію між електронами, то функція $\kappa(k)$, як показано, наприклад, у [8], закон дисперсії набуває постійного доданку, який відповідає плазмовому порогу,

$$\omega^2 = \omega_p^2 + v_s^2 k^2,$$

де $\omega_p^2 = 4\pi e^2 D_s$ — плазмова частота у суцільному надпровіднику.

Функція Лагранжа (1) враховує лише матеріальні ступені вільності. Водночас, як зазначалося вище, флуктуації густини зарядів пов'язуються з флуктуаціями електромагнітного поля. Для врахування цього зв'язку необхідно перейти від змінної θ до градієнтно-інваріантних ступенів вільності ψ_i, які визначаються таким чином:

$$\psi_0 = \frac{1}{c}\frac{\partial\theta}{\partial t} + \frac{2e}{c}A_0, \qquad \psi_{1,2,3} = (\nabla\theta)_{x,y,z} - \frac{2e}{c}A_{x,y,z}, \tag{2}$$

де A_0 — скалярний; $A_{x,y,z}$ — векторний потенціал електромагнітного поля. Змінні ψ_i відповідають фізично вимірюваним величинам, на відміну від самої фази θ, і вони не змінюються при одночасному перенормуванні як потенціалів електромагнітного поля, так і фази θ:

$$A_0 \to A_0 - \frac{1}{c}\frac{\partial f(x,y,z,t)}{\partial t}, \quad A_i \to A_i + \frac{\partial f(x,y,z,t)}{\partial x_i}, \; \theta \to \theta + \frac{2e}{c} f(x,y,z,t) \tag{3}$$

з довільною функцією координат і часу $f(x,y,z,t)$. Необхідно також враховувати власну енергію електромагнітного поля, яка відповідає функції Лагранжа

$$L_{em} = \frac{1}{8\pi}\int_V (\varepsilon(\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \nabla A_0)^2 - (\mathrm{rot}\vec{A})^2)\, dV. \tag{4}$$

Тут ε — проникність діелектричних прошарків.

Для знаходження повної функції Лагранжа системи слід скласти функцію Лагранжа з (1) (в якій виконано перехід від фази φ до градієнтно-інварінтних змінних ψ_i) і функцію Лагранжа електромагнітного поля (4):

$$L = \int_V (\frac{\kappa}{8}(\frac{\partial\theta}{\partial t} + 2eA_0)^2 - \frac{D_s}{8}(\nabla\theta - \frac{2e}{c}\vec{A})^2 + \frac{\varepsilon}{8\pi}(\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{A}}{\partial t} + \frac{1}{8\pi}\nabla A_0)^2 - (\mathrm{rot}\vec{A})^2)\, dV. \tag{5}$$

Цей вираз не є діагональним за ступенями вільності, що відповідає взаємодії густини зарядів і електромагнітного поля. В ньому можна провести калібровку, яка задовольняє правилам (3). Скористаємося надалі калібровкою $A_0 = 0$ і замість ступенів вільності електромагнітного поля застосуємо змінні ψ_i.

Наступним кроком є визначення анізотропії шаруватого надпровідника. Для врахування різної провідності вздовж і впоперек шарів надпровідника ми робимо заміну

$$D_s(\nabla\theta)^2 \to D_c(\frac{\partial\theta}{\partial z})^2 + D_{ab}[(\frac{\partial\theta}{\partial x})^2 + (\frac{\partial\theta}{\partial y})^2] \tag{6}$$

у рівнянні (1) і відповідну заміну у (5). Тут вважається, що вісь z направлена перпендикулярно до площини шарів *xy*. Така анізотропія проявляється, наприклад, у зміні поляризації електромагнітних хвиль при відбиванні від зразків шаруватого надпровідника [9]. Наслідком того, що значення стисливості зарядів у двох напрямках неоднакові, є і різниця порогових значень частоти збуджень:

$$\omega_J = \frac{4\pi e^2 D_c}{\varepsilon}, \quad \omega_o = \frac{4\pi e^2 D_{ab}}{\varepsilon} \equiv \gamma\omega_J. \tag{7}$$

Тут введено параметр анізотропії γ (його значення є достатньо великим для типових представників шаруватих надпровідників).

Як уже зазначалося, важливою властивістю шаруватих надпровідників є нелінійність електродинамічних рівнянь зв'язку струму, що тече у системі, і градієнтно-інваріантного параметра ψ_z. Згідно із загальноприйнятою моделлю, струм, що тече у напрямку, перпендикулярному шарам, можна наблизити джозефсонівським виразом [4],

$$j_z \propto \omega_J \sin\psi_z D. \tag{8}$$

Це призводить до відповідного нелінійного зв'язку у функції Лагранжа системи. Утримуючи лише доданки, які відповідають ступеням вільності ψ_x і ψ_z, отримаємо з (5) такий вираз для функції Лагранжа:

$$L = \frac{c^2}{32\pi e^2}\int\limits_V \left(\frac{\varepsilon}{c^2}\left(\frac{\partial\psi_x}{\partial t}\right)^2 + \frac{\varepsilon}{c^2}\left(\frac{\partial\psi_z}{\partial t}\right)^2 - \frac{\varepsilon\omega_o^2}{c^2}\psi_x^2 + \frac{2\varepsilon\omega_J^2}{c^2 D^2}\cos\psi_z D - \right.$$

$$\left. -\left(\frac{\partial\psi_x}{\partial z}\right)^2 - \left(\frac{\partial\psi_z}{\partial z}\right)^2 - \psi_x\frac{\partial^2\psi_z}{\partial x\partial z} - \psi_z\frac{\partial^2\psi_x}{\partial x\partial z}\right)dV. \qquad (9)$$

Тут замість доданка $-\omega_J^2\psi_z^2$ фігурує $+2\omega_J^2\cos\psi_z$ так, що його розклад до квадратичного члену дає такий самий результат, а похідна — синусоїдальний струм (8).

З функції Лагранжа (9) можна отримати рівняння Ейлера—Лагранжа, які є диференціальними рівняннями для знаходження змінних $\psi_{x,z}$,

$$\frac{\partial^2\psi_x}{\partial t^2} + \omega_o^2\psi_x - \frac{c^2}{\varepsilon}\frac{\partial^2\psi_x}{\partial z^2} + \frac{c^2}{\varepsilon}\frac{\partial^2\psi_z}{\partial x\partial z} = 0,$$

$$\frac{\partial^2\psi_z}{\partial t^2} + \frac{\omega_J^2}{D}\sin\psi_z D - \frac{c^2}{\varepsilon}\frac{\partial^2\psi_z}{\partial x^2} + \frac{c^2}{\varepsilon}\frac{\partial^2\psi_x}{\partial x\partial z} = 0. \qquad (10)$$

Якщо виключити з цих рівнянь ψ_x і обмежитися лише надзвичайними модами, вважаючи, що $\omega_o \gg \omega_J$, приходимо до класичних синусоїдальних рівнянь Гордона для шаруватих надпровідників [10], які отримують з мікроскопічних міркувань.

Функція Лагранжа зразка скінченних розмірів. Врахуємо тепер те, що зразок шаруватого надпровідника є скінченним. Зрозуміло, що це призводить до того, що замість розподілених змінних $\psi_i(\vec{r},t)$ тепер ми маємо справу зі зліченою множиною мод, які задовольняють граничним умовам на межах зразка. В якості таких граничних умов виберемо умови ідеальної провідності стінок, згідно з якими тангенціальні компоненти електричного поля на межі дорівнюють нулю. Тоді будемо шукати розв'язок у вигляді

$$\psi_{xq}(\vec{r},t) = \Psi_{xq}(t)\cos(q_x x)\sin(q_y y)\sin(q_z z),$$

$$\psi_{yq}(\vec{r},t) = \Psi_{yq}(t)\sin(q_x x)\cos(q_y y)\sin(q_z z),$$

$$\psi_{zq}(\vec{r},t) = \Psi_{zq}(t)\sin(q_x x)\sin(q_y y)\cos(q_z z), \qquad (11)$$

де враховуємо всі три компоненти $\psi_{x,y,z}$. Вісь z, як і раніше, спрямована перпендикулярно до шарів надпровідника, а область зразка відповідає діапазонам $0 \leqslant x \leqslant L_x$, $0 \leqslant y \leqslant L_y$ і $0 \leqslant z \leqslant L_z$. Для виконання граничних умов необхідно, щоб

$$q_x = \frac{\pi n_x}{L_x}, \quad q_y = \frac{\pi n_y}{L_y}, \quad q_z = \frac{\pi n_z}{L_z}. \qquad (12)$$

Тут $n_{x,y,z}$ — цілі ненульові числа, одне з яких може дорівнювати нулю. Тоді загальний розв'язок представлятиме собою суму за всіма модами системи.

Існують дві групи розв'язків рівнянь Ейлера—Лагранжа (10), які відповідають звичайним і надзвичайним модам. Функція Лагранжа при цьому розпадається на суму незалежних внесків, які відповідають кожній з мод,

$$L = \sum_{n_x, n_y, n_z} (L_q^{(ord)} + L_q^{(ext)}). \tag{13}$$

Розглянемо окремо кожного з них. Звичайні моди не збуджують струм перпендикулярно шарам і електричне поле в цьому напрямку дорівнює нулю. Дві інші компоненти ψ_x і ψ_y пов'язані співвідношенням

$$q_x \Psi_x = -q_y \Psi_y. \tag{14}$$

Тоді відповідні доданки у функції Лагранжа системи мають вигляд

$$L_q^{(ord)} = (\frac{\partial \Psi_x}{\partial t})^2 - (\omega_o^2 + \frac{c^2 q^2}{\varepsilon}) \Psi_x^2, \tag{15}$$

де $q = \sqrt{q_x^2 + q_y^2 + q_z^2}$, а постійним множником перед доданком нехтуємо. Важливо, що звичайні моди є лінійними, оскільки не супроводжуються струмом поперек шарів.

Другий набір доданків у загальній функції Лагранжа (13), який відповідає надзвичайним модам, має складнішу структуру. Він відповідає ситуації, коли магнітне поле лежить у площині шарів надпровідника, і виконується такий зв'язок компонент Ψ_x, Ψ_y та Ψ_z:

$$q_x \Psi_y = q_y \Psi_x, \;\; \Psi_z = (\frac{q_z}{q_x} + \frac{c^2 \omega_o^2}{\varepsilon q_x q_z}) \Psi_x. \tag{16}$$

Тоді відповідні доданки у функції Лагранжа матимуть вигляд:

$$L_q^{(ext)} = (\frac{\partial \Psi_x}{\partial t})^2 - (\omega_J^2 + \frac{c^2 (q_x^2 + q_y^2)}{\varepsilon + c^2 q_z^2 / \omega_o^2}) \Psi_x^2. \tag{17}$$

Бачимо, що характерні частоти поширення таких хвиль значно менші за рахунок меншого значення ω_J порівняно з ω_o. На відміну від звичайних мод, такі моди є нелінійними, що пов'язано з доданком $\sim \cos \psi_z D$ у функції Лагранжа. Врахувати цю нелінійність можна, розв'язуючи рівняння Ейлера—Лагранжа (10). Як і в інших нелінійних задачах, в принципі це може привести до кількох ефектів. По-перше, частота нелінійної надзвичайної моди починає залежати від амплітуди хвилі. Для головної поправки методом послідовних наближень отримаємо такий вираз:

$$\omega_{nl}^2 = \omega_J^2 + \frac{c^2 (q_x^2 + q_y^2)}{\varepsilon + c^2 q_z^2 / \omega_o^2} - \frac{3\beta \omega_J^2 D^2}{32} A^2, \tag{18}$$

де A — амплітуда моди; $\beta = 9/4$ для мод з $q_z \neq 0$ і $\beta = 3$ при $q_z = 0$. Іншими ефектами нелінійності є генерація старших гармонік і взаємодія мод.

Висновки. Таким чином, в роботі отримано функцію Лагранжа для шаруватого надпровідника, обмеженого у просторі. Виходячи з загального випадку анізотропного середовища, вирази узагальнені на випадок специфічної нелінійності, характерної для шаруватих надпровідників. З використанням підходу Лагранжа отримано дисперсійні співвідношення для джозефсонівських плазмових хвиль, які можуть поширюватися в обмежених зразках шаруватого надпровідника. Отримані результати становлять інтерес з фундаментальної точки зору, оскільки дозволяють узагальнити підхід Лагранжа на системи шаруватих надпровідників. Практичний інтерес має дослідження збуджень у шаруватих надпровідниках, оскільки це дозволяє будувати терагерцеві електронні пристрої з можливістю точного контролю їх параметрів.

Роботу виконано за підтримки Національного фонду досліджень України в рамках проєкту 2020.02/0149 "Квантові явища при взаємодії електромагнітних хвиль з твердотільними наноструктурами".

ЦИТОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Gabriele F., Castellani C., Benfatto L. Generalized plasma waves in layered superconductors: A unified approach. *Phys. Rev. Res.* 2022. **4**, Iss. 2. P. 023112. https://doi.org/10.1103/PhysRevResearch.4.023112
2. De Palo S., Castellani C., Di Castro C., Chakraverty B.K. Effective action for superconductors and BCS-Bose crossover. *Phys. Rev. B*. 1999. **60**, Iss. 1. P. 564. https://doi.org/10.1103/PhysRevB.60.564
3. Kleiner R., Steinmeyer F., Kunkel G., Muller P. Intrinsic Josephson effects in $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+\delta}$ single crystals. *Phys. Rev. Lett.* 1992. **68**, Iss. 15. P. 2394. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.68.2394
4. Savel'ev S., Yampol'skii V.A., Rakhmanov A.L., Nori F. Terahertz Josephson plasma waves in layered superconductors: spectrum generation nonlinear and quantum phenomena. *Rep. Prog. Phys.* 2010. **73**, № 2. P. 026501. https://doi.org/10.1088/0034-4885/73/2/026501
5. Ovcharenko H.V., Maizelis Z.A., Apostolov S.S., Yampol'skii V.A. Nonlinear focusing of terahertz laser beam using a layered superconductor. *Phys. Rev. B*. 2022. **106**, Iss. 17. P. 174511. https://doi.org/10.1103/PhysRevB.106.174511
6. Rokhmanova T., Apostolov S.S., Kvitka N., Yampol'skii V.A. Effect of a dc magnetic field on the anomalous dispersion of localized Josephson plasma modes in layered superconductors. *Low Temp. Phys.* 2018. **44**, № 6. P. 552. https://doi.org/10.1063/1.5037558
7. Apostolov S.S., Maizelis Z.A., Sorokina M.A., Yampol'skii V.A., Nori F. Self-induced tunable transparency in layered superconductors. *Phys. Rev. B*. 2010. **82**, Iss. 14. P. 144521. https://doi.org/10.1103/PhysRevB.82.144521
8. Anderson P.W. Random-Phase Approximation in the Theory of Superconductivity. *Phys. Rev.* 1958. **112**, Iss. 6. P. 1900. https://doi.org/10.1103/PhysRev.112.1900
9. Apostolov S.S., Rokhmanova T.N., Khankina S.I., Yakovenko V.M., Yampol'skii V.A. Transformation of the polarization of THz waves by their reflection and transmission through a finite layered superconductor. *Low Temp. Phys.* 2012. **38**, Iss. 9. P. 880. https://doi.org/10.1063/1.4747706
10. Sakai S., Bodin P., Pedersen N.F. Fluxons in thin-film superconductor-insulator superlattices. *J. Appl. Phys.* 1993. **73**, Iss. 5. P. 2411. https://doi.org/10.1063/1.353095

Надійшло до редакції 27.10.2023

REFERENCES

1. Gabriele, F., Castellani, C. & Benfatto, L. (2022). Generalized plasma waves in layered superconductors: A unified approach. Phys. Rev. Res., 4, Iss. 2, pp. 023112. https://doi.org/10.1103/PhysRevResearch.4.023112
2. De Palo, S., Castellani, C., Di Castro, C. & Chakraverty, B. K. (1999). Effective action for superconductors and BCS-Bose crossover. Phys. Rev. *B*., 60, Iss. 1, pp. 564. https://doi.org/10.1103/PhysRevB.60.564
3. Kleiner, R., Steinmeyer, F., Kunkel, G. & Muller, P. (1992). Intrinsic Josephson effects in $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+\delta}$ single crystals. Phys. Rev. Lett., 68, Iss. 15, pp. 2394. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.68.2394

4. Savel'ev, S., Yampol'skii, V. A., Rakhmanov, A. L. & Nori, F. (2010). Terahertz Josephson plasma waves in layered superconductors: spectrum generation nonlinear and quantum phenomena. Rep. Prog. Phys., 73, No. 2, pp. 026501. https://doi.org/10.1088/0034-4885/73/2/026501
5. Ovcharenko, H. V., Maizelis, Z. A., Apostolov, S. S. & Yampol'skii, V. A. (2022). Nonlinear focusing of terahertz laser beam using a layered superconductor. Phys. Rev. B., 106, Iss. 17, pp. 174511. https://doi.org/10.1103/PhysRevB.106.174511
6. Rokhmanova, T., Apostolov, S. S., Kvitka, N. & Yampol'skii, V. A. (2018). Effect of a dc magnetic field on the anomalous dispersion of localized Josephson plasma modes in layered superconductors. Low Temp. Phys., 44, No. 6, pp. 552. https://doi.org/10.1063/1.5037558
7. Apostolov, S. S., Maizelis, Z. A., Sorokina, M. A., Yampol'skii, V. A. & Nori, F. (2010). Self-induced tunable transparency in layered superconductors. Phys. Rev. B., 82, Iss. 14, pp. 144521. https://doi.org/10.1103/PhysRevB.82.144521
8. Anderson, P. W. (1958). Random-Phase Approximation in the Theory of Superconductivity. Phys. Rev., 112, Iss. 6, pp. 1900. https://doi.org/10.1103/PhysRev.112.1900
9. Apostolov, S. S., Rokhmanova, T. N., Khankina, S. I., Yakovenko, V. M. & Yampol'skii, V. A. (2012). Transformation of the polarization of THz waves by their reflection and transmission through a finite layered superconductor. Low Temp. Phys., 38, Iss. 9, pp. 880. https://doi.org/10.1063/1.4747706
10. Sakai, S., Bodin, P. & Pedersen, N. F. (1993). Fluxons in thin-film superconductor-insulator superlattices. J. Appl. Phys., 73, Iss. 5, pp. 2411. https://doi.org/10.1063/1.353095

Received 27.10.2023

A. Bukhtatyi [1], https://orcid.org/0009-0007-2183-4329
Z.A. Maizelis [2,3], https://orcid.org/0000-0001-6217-7117
V.A. Yampol'skii [2,3], https://orcid.org/0000-0003-3702-4551

[1] Communal Institution "Kharkiv Lyceum № 161 "Impulse" of the Kharkiv City Council", Kharkiv, Ukraine
[2] O.Ya. Usikov Institute for Radio Physics and Electronics of the NAS of Ukraine, Kharkiv, Ukraine
[3] V.N. Karazin Kharkiv National University, Kharkiv, Ukraine
E-mail: mjkp@ukr.net

LAGRANGE FUNCTION FOR THE LAYERED SUPERCONDUCTOR SAMPLES OF FINITE SIZE

The theoretical investigation of Josephson plasma wave propagation in confined samples of a layered superconductor was conducted using the Lagrangian approach. Based on fundamental experimental results, an expression for the Lagrange function governing the coupled degrees of freedom of the order parameter phase in the layers of the sample and the electromagnetic field was derived. It is shown that, in k-space, the Lagrange function represents of a counted set of independent contributions corresponding to various possible waveguide modes in the sample, categorized as ordinary and extraordinary modes. Dispersion dependences for the modes were obtained. The results of this study can be applied to the construction of electronic devices in the Terahertz frequency range.

Keywords: *Lagrange function, layered superconductor, waveguide, ordinary and extraordinary modes, dispersion relation.*