

<https://doi.org/10.15407/dopovidi2025.04.045>

УДК 539.3:534.1

В.Т. Грінченко, <https://orcid.org/0000-0003-3229-1810>

Н.С. Городецька, <https://orcid.org/0000-0003-3305-522X>

Інститут гідромеханіки НАН України, Київ, Україна

E-mail: nsgihm@gmail.com

Особливості переносу енергії в пружних хвильоводах

Представлена членом-кореспондентом НАН України Г.О. Воропаєвим

На основі порівняння вимушених симетричних коливань пружного хвильоводу з вільними бічними поверхнями та хвильоводу з однією швидкістю поширення хвиль встановлені принципові відмінності в ефективності збудження хвильового поля. Добре відомо, що збільшення “закачаної” енергії може бути пов’язане як із близькістю частоти зовнішнього навантаження до власної частоти системи, так і з підвищенням ступеня узгодженості навантаження та форми коливань. Для хвильового поля, яке розглядається, обидва чинники мають місце. Вплив ступеня узгодженості хвильового поля з навантаженням проаналізовано на основі ефективності його збудження для різних видів навантажень. При наближенні частоти збудження до частоти крайового резонансу (власної частоти) енергія, яка “закачується” у хвильовід, перевищує енергію в області низьких частот в десятки разів.

Ключові слова: вимушені коливання, ефективність збудження хвильового поля, крайовий резонанс.

Вступ. Хвилі в пружних середовищах часто використовуються як носії інформації під час реалізації методів неруйнівного контролю елементів конструкцій. Ці методи базуються на використанні властивостей пружних хвиль, як у пасивних методах, коли хвилі генеруються в процесі деформування пружних тіл (акустична емісія [1]), так і в активних [2—4], коли хвильове поле генерується зовнішнім джерелом. У багатьох практично корисних випадках елементи конструкцій являють собою хвильовідні структури (стрижні, пластини, пружні шари [1]) і тому обробка акустичних сигналів базується на знаннях властивостей нормальних хвиль в таких структурах.

Незважаючи на багату історію досліджень властивостей хвиль у хвильовідних структурах, ця проблема залишається актуальною [5].

У цій роботі на основі порівняння вимушених коливань в пружному середовищі та в середовищах з однією швидкістю поширення хвиль (ідеальна рідина і газ) виділимо значу-

Цитування: Грінченко В.Т., Городецька Н.С. Особливості переносу енергії в пружних хвильоводах. *Допов. Нац. акад. наук Укр.* 2025. № 4. С. 45—53. <https://doi.org/10.15407/dopovidi2025.04.045>

© Видавець ВД «Академперіодика» НАН України, 2025. Стаття опублікована за умовами відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>)

щі відмінності хвильових полів. При цьому основну увагу буде приділено аналізу випадку збудження вимушених коливань у хвилеводі, який є важливим при використанні активних методів неруйнівного контролю.

Насамперед відзначимо, що попри те, що механічні хвилі в середовищах з однією швидкістю поширення і в пружних середовищах мають спільну фізичну природу, обумовлену силами пружності, поширення хвиль у газах і рідинах істотно відрізняється від поширення хвиль у пружних тілах. Це обумовлено тим фактом, що гази й рідини характеризуються об'ємною пружністю (мають здатність чинити опір розтягу та стиску), в них може існувати тільки один тип хвиль — поздовжні хвилі, водночас пружні тіла мають здатність опору не тільки розтягу і стиску, але і зсуву, що обумовлює існування двох типів хвиль — поздовжніх і поперечних. У пружному тілі залежно від поляризації можуть існувати горизонтально поляризовані поперечні хвилі (SH) і вертикально поляризовані хвилі (P, SV). Для SH-хвиль характерна відносно проста структура хвильового поля й закономірності хвилеводного поширення SH-хвиль і хвиль в акустичних хвилеводах аналогічні. Для випадку вертикальної поляризації поширюються P (поздовжні) і SV (поперечні) хвилі, які не можуть існувати незалежно. За наявності граничної поверхні ці два типи хвиль взаємодіють між собою. При цьому відбувається постійна трансформація енергії одного типу руху в інший, а в певних випадках можливе повне перетворення одного типу в інший. Як наслідок, при поширенні хвиль у пружних тілах виникають фізичні явища, що не мають аналогів для акустичних або електромагнітних хвиль.

Метою роботи є ілюстрація нетривіальних особливостей хвильових рухів у пружних хвилеводах як основи для створення ефективних неруйнівних методів контролю конструкцій.

Спочатку зупинимось на найпростіших випадках збудження акустичних або пружних SH-хвиль, що дозволить встановити ряд загальних закономірностей формування хвильового поля. Оскільки надалі мова буде йти про пружні хвилеводи, розглянемо поширення SH-хвиль у напівшарі ($|y| \leq 1, 0 \leq z < \infty, |x| < \infty$) з вільними бічними поверхнями, збуджених зовнішнім навантаженням. Тут уведено безрозмірні координати $y = Y/h, Z/h$ з характерним масштабом h , який відповідає половині товщини шару.

Вектор переміщення нормальних SH-хвиль для поставленої граничної задачі визначається так:

$$u_x = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \cos(n\pi y) e^{i\xi_n z}, \quad (n\pi)^2 + \xi_n^2 = \frac{\omega^2}{c_2^2}, \quad (1)$$

де ω — частота зовнішнього навантаження; c_2 — швидкість поперечних хвиль; ξ_n — хвильове число; C_n — коефіцієнт n -ї нормальної хвилі.

Відзначимо ряд особливостей у разі збудження хвильового поля силовим навантаженням на торці напівшару. Насамперед просторові характеристики кожної моди не залежать від частоти. Оскільки нормальні SH-хвилі ортогональні, то в усьому частотному діапазоні в напівшарі може поширюватись тільки одна нормальна хвиля, якщо просторовий розподіл навантаження збігається з власною формою даної хвилі. Окрім того, якщо зовнішнє навантаження містить гармоніку певного номера n , то в разі збігу частоти зовнішнього навантаження з критичною частотою n -ї моди ($\xi_n \neq 0$) переміщення й швидкості частинок у

шарі стають нескінченно великими, тобто маємо резонанс на критичній частоті.

Середній за період потік потужності, який переносить n -та нормальна мода:

$$W_n = -\frac{i\omega}{4} \int_{-1}^1 (\tau_{zx} u_x^* - \tau_{zx}^* u_x) dy = \frac{\omega\mu}{2} \xi_n \left| \frac{\psi_n}{\xi_n} \right|^2, \quad (2)$$

де $\frac{\tau_{zx}}{\mu} = \frac{\partial u_x}{\partial z} = i\xi C_n \cos(n\pi y) e^{i\xi z}$; ψ_n — компонента в розкладі динамічного навантаження в ряд Фур'є. Середній за період потік потужності W прямо пропорційний частоті.

Якщо при вимушених коливаннях збуджуються вертикально поляризовані (P , SV) хвилі, картина хвильового поля стає набагато складнішою, що обумовлено взаємодією цих хвиль на граничних поверхнях.

У ряді робіт розглядалися особливості збудження хвильового поля заданими навантаженнями. У статті [6] аналізувалось хвильове поле, збуджене нормальним гармонічним навантаженням при симетричних коливаннях пружного напівшару. Аналогічну задачу було розв'язано в [7] при збудженні напівшару рівномірним по товщині переміщенням. У [8] вимушені коливання збуджувались нерівномірними по товщині нормальним навантаженням і переміщенням. У цих роботах було проведено аналіз розподілу енергії, що “закачується” в напівшар, між різними модами, що поширюються, та встановлено частотні діапазони, в яких енергетично домінує тільки одна мода. Питання ефективності збудження хвильового поля не порушувалося.

У даній роботі на основі розв'язку модельної задачі про збудження вертикально поляризованих хвиль (P , SV) динамічним навантаженням на торці напівшару аналізуються принципові відмінності в закономірностях поширення хвиль і ефективність збудження поля.

Розглядаються вимушені гармонічні коливання пружного ізотропного напівшару, на торці якого прикладено динамічне навантаження. Фізичні властивості середовища задаються коефіцієнтом Пуассона ν й модулем зсуву μ .

Переміщення $\vec{u}(y, z)$ для векторного рівняння Ламе

$$\mu \Delta \vec{u} + (\lambda + \mu) \text{grad div} \vec{u} = \rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} \quad (3)$$

має задовольняти такі граничні умови:

$$\sigma_{zz} + \sigma_{zz}^{(i)} = 0, \quad \tau_{zy} + \tau_{zy}^{(i)} = 0, \quad z = 0, \quad |y| \leq 1; \quad \sigma_{yy} = 0, \quad \tau_{yz} = 0, \quad y = \pm 1, \quad z \geq 0, \quad (4)$$

де $\sigma_{zz}^{(i)} = \mu f(y)$, $\tau_{yz}^{(i)} = \mu \phi(y)$ — зовнішнє навантаження на торці.

Для оцінки ефективності збудження хвильового поля скористаємось відомими розв'язками задач для пружного напівшару [9]. Хвильове поле може бути представлено у вигляді ряду за системою нормальних хвиль з дійсними, чисто уявними й комплексними хвильовими числами. Таке представлення містить нескінченне число комплексних коефіцієнтів, значення яких знаходяться при виконанні граничних умов на торці напівшару. Вектор

переміщення, який відповідає нормальній хвилі з хвильовим числом ξ_n , має вигляд

$$u_z = i \xi_n^2 \left[p_2 \frac{\operatorname{ch} p_2 y}{\operatorname{sh} p_2} - \frac{\xi^2 + p_2^2}{2 p_1} \frac{\operatorname{ch} p_1 y}{\operatorname{sh} p_1} \right] \ell^{i \xi z}, u_y = \left[\xi^2 \frac{\operatorname{sh} p_2 y}{\operatorname{sh} p_2} - \frac{\xi^2 + p_2^2}{2} \frac{\operatorname{sh} p_1 y}{\operatorname{sh} p_1} \right] \ell^{i \xi z}, \quad (5)$$

$$\text{де } p_j(\xi_n) = \begin{cases} \sqrt{\xi_n^2 - \Omega_j^2}, & |\xi_n| \geq \Omega_j, \\ -i \sqrt{\Omega_j^2 - \xi_n^2}, & |\xi_n| \leq \Omega_j, \end{cases} \quad \Omega_j = \frac{\omega h}{c_j}, \quad j = 1, 2;$$

c_1 — швидкість поздовжніх хвиль; c_2 — швидкість поперечних хвиль; ξ_n — корені дисперсійного рівняння [10]:

$$\Delta(\xi) = (2\xi^2 - \Omega_2^2)^2 p_1 \operatorname{cth} p_1 - 4\xi^2 p_1^2 p_2 \operatorname{cth} p_2 = 0. \quad (6)$$

Дисперсійне рівняння досить складне, й дослідження властивостей його коренів вважається важливим досягненням у динамічній теорії пружності. Таке фундаментальне дослідження було виконано Р.Д. Міндліним і опубліковано в 1955 р. у виданні військової лабораторії США. Зараз цю роботу перевидано, а з її результатами можна познайомитись у виданні [10]. Крім ефективного методу аналізу дисперсійного рівняння Міндліним одержані важливі якісні оцінки його коренів. Виявилось, що дисперсійне рівняння має три типи коренів для кожної фіксованої частоти — скінченне число дійсних і уявних коренів та нескінченне число коренів комплексних. Наявність комплексних коренів є характерною рисою пружних хвильоводів. Саме внаслідок взаємодії біжучих однорідних та біжучих неоднорідних хвиль у пружних хвильоводах виникають незвичні хвильові ефекти, які не мають аналогів для акустичних або електромагнітних хвиль.

Вирази (5) вказують на наступну властивість нормальних хвиль для пружного хвильоводу — залежність розподілу переміщень і відповідно напружень від частоти. Це перша принципова відмінність від акустичного хвильоводу. Вектор переміщення для кожної моди містить дві складові — поперечну хвилю (перший доданок) і поздовжню хвилю (другий доданок). При зміні частоти для кожної нормальної хвилі співвідношення між поздовжньою та поперечною компонентами переміщення змінюється й про домінування типу руху для кожної моди можна говорити тільки для конкретного частотного діапазону. Крім того, можна виділити частотні діапазони, в яких поздовжня і поперечна компоненти біжучої нормальної хвилі мають різний характер. Зокрема, обидві компоненти можуть бути біжучими хвилями; неоднорідними хвилями; поперечна компонента є біжучою хвилею, а поздовжня — неоднорідною.

На відміну від акустичного хвильоводу, в цьому випадку одна біжуча хвиля може існувати тільки в обмеженому частотному діапазоні. Нормальні хвилі в пружному хвильоводі є неортогональними та в діапазоні частот, в якому існують біжучі моди вищих порядків, незалежно від виду навантаження, ці хвилі будуть поширюватись і переносити енергію в дальнє поле. У цій роботі обмежимося діапазоном частот, в якому існує тільки одна біжуча хвиля.

Проаналізуємо відмінності між потоками енергії в акустичному та пружному хвильоводах.

Середній за період потік потужності, який “закачується” в напівшар

$$W_z = \frac{i\omega}{2} \int_{-1}^1 (\sigma_{zz}^{(i)} \operatorname{Im} u_z + \tau_{zy}^{(i)} \operatorname{Im} u_y) dy. \quad (7)$$

Середній за період потік потужності, який переноситься біжучими хвилями,

$$W_z = \omega \mu \frac{\Omega_2^2}{2} \sum_{n=1}^N W_z^{(n)}, \quad W_z^{(n)} = |C_n|^2 (\xi_n^2 - \Omega_1^2) \Delta'(\xi), \quad (8)$$

де W_z — загальний потік потужності; $W_z^{(n)}$ — потік потужності, що переноситься n -тою модою; Δ' — похідна дисперсійного рівняння (6); N — кількість біжучих хвиль, які можуть існувати на частоті зовнішнього навантаження.

Порівняння енергії, яка “закачується” у напівшар, і яка поширюється від торця (закон збереження енергії), є додатковим критерієм достовірності отриманих результатів. Для цієї граничної задачі закон збереження енергії виконувався з точністю 99,9 % відносно енергії, що надходить у напівшар. Порівняно з потоком потужності для акустичних хвильоводів (2), у цьому випадку залежність від частоти набагато складніша й визначається як поздовжніми й поперечними складовими нормальної хвилі, так і їхньою взаємодією.

Аналіз результатів. Зупинимось на аналізі деяких кількісних результатів. Розглянемо хвильове поле, що збуджене різними видами нормального навантаження. Обмежимося випадком, коли функція $f(y)$ для зовнішнього навантаження парна, а $\varphi(y) = 0$. Розкладемо $f(y)$ в ряд Фур'є:

$$f(y) = \frac{f_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos(n\pi y).$$

Розглянемо навантаження — $f_0(y) = \sqrt{2}$, $f_n(y) = \cos(n\pi y)$, $n = 1, 2$. Зауважимо, що навантаження f_0 є несамоврівноваженим, а f_n — самоврівноваженим. Амплітуди прикладених до торця навантажень, вибирались за умови, що цьому різні системи сил, гармонічних відносно часу, виконують однакову роботу. На рис. 1 показано частотний розподіл нормованого на $\omega \mu$ потоку потужності, який “закачується” в напівшар при його вимушених коливаннях для $\nu = 0, 3$. Номер кривої збігається з індексом навантаження $f_{n-1}(y)$. Рис. 1, б є фрагментом рис. 1, а в околі частоти крайового резонансу $\Omega_2 = \Omega_e = 2,315$.

Як видно з рисунка, характер частотної залежності потоку потужності змінюється, що істотно відрізняється від енергетичних характеристик акустичного хвильоводу. Ефективність збудження хвильового поля змінюється для різних навантажень. Добре відомо, що динамічна реакція пружного тіла на зовнішнє навантаження визначається двома чинниками. Збільшення “закачаної” енергії може бути пов'язаним як із близькістю частоти зовнішнього навантаження до власної частоти системи, так і з підвищенням ступеня узгодженості навантаження та форми коливань.

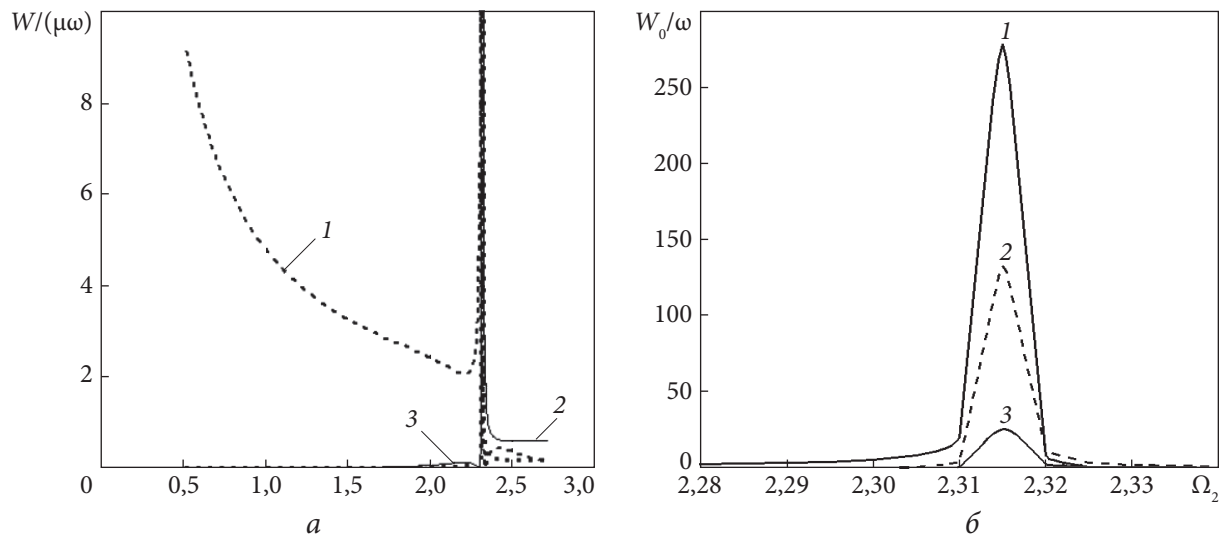


Рис. 1. Частотний розподіл нормованого на $\mu\omega$ потоку потужності

Для хвильового поля, яке розглядається, обидва чинники мають місце. Для області низьких частот $0 \leq \Omega_2 \leq 0,5$ у випадку симетричних коливань перша нормальна хвиля є практично поздовжньою зі сталими переміщеннями вздовж перерізу, які значно перевищують поперечні компоненти переміщення. Фазова та групова швидкості не залежать від частоти. Для цього діапазону частот навантаження $f_1(y)$, $f_2(y)$ ортогональні власній формі коливань першої біжучої хвилі й енергія в напівшар не “закачується” (рис. 1, а, криві 2 і 3). Потік потужності для кривої 3 збільшено в 10 разів. Водночас розподіл навантаження f_0 збігається з власною формою нормальної хвилі, відбувається ефективне збудження хвильового поля.

При подальшому зростанні частоти збільшується роль поперечної компоненти переміщення, а енергія, яка переноситься в дальнє поле, падає. Проте навантаження $f_1(y)$, $f_2(y)$ залишаються неефективними. В околі частоти $\Omega_2 = \Omega_e$ (крайового резонансу) ситуація змінюється, оскільки хвильове поле в напівшарі ускладнюється внаслідок значного збудження неоднорідних хвиль [11]. Має місце збіг частоти зовнішнього навантаження та власної частоти напівшару. Попри те, що крайовий резонанс обумовлений особливостями збудження неоднорідних хвиль (з комплексними хвильовими числами), які експоненціально затухають при віддаленні від торця й енергію в дальнє поле не переносять, проте на частоті крайового резонансу відбувається значне збільшення енергій, яка “закачується” в напівшар. Такий ефект спостерігався в роботі [6]. Хоча при навантаженні f_0 “закачується” максимальна енергія, проте енергія, яка “закачується” навантаженням $f_1(y)$ (крива 2, рис. 1, б) порівнянна з енергією при f_0 . При збільшенні номера гармоніки зовнішнього навантаження ефективність збудження хвильового поля падає. Проте на частоті Ω_e енергія, що “закачується” в напівшар $f_1(y)$ значно вища ніж енергія в області низьких частот при f_0 . Якщо до частоти крайового резонансу енергія, що зумовлена несаморівноваженим навантаженням (f_0), перевищує енергію, яку “закачують” вищі гармоніки навантаження, то для частот $\Omega_2 > \Omega_e$ ситуація змінюється.

Для оцінки ролі різних гармонік зовнішнього навантаження в збудженні хвильового поля розглянемо нормований середній за період потік потужності. Нормування здійс-

Рис. 2. Залежність $E_n = W_n / (W_0 + W_1 + W_2)$ від частоти, $\nu = 0,3$

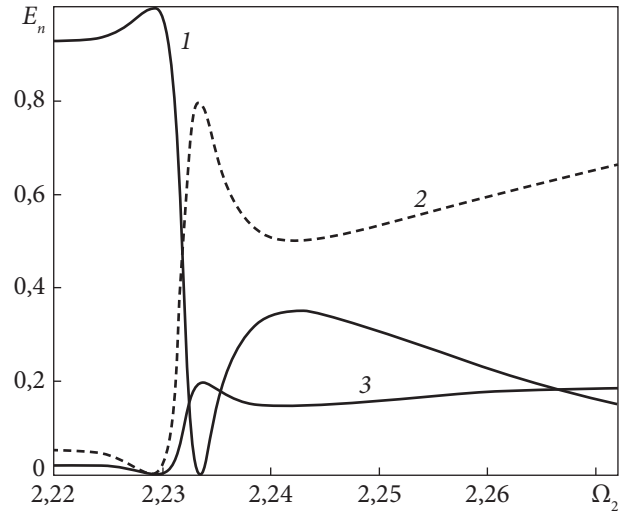
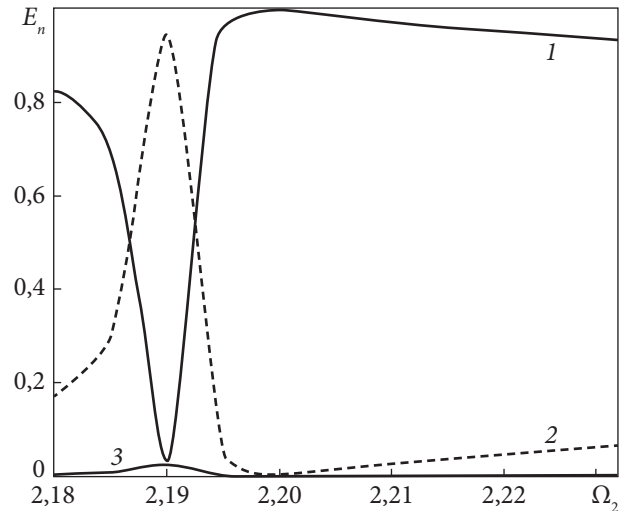


Рис. 3. Частотна залежність “закачаного” в напівшар потоку потужності для $\nu = 0,2$



снимо середнім за період потоком потужності, зумовленим сумарним навантаженням $f(y) = \sqrt{2} + \cos(\pi y) + \cos(2\pi y)$. Рис. 2 відображає залежність $E_n = W_n / (W_0 + W_1 + W_2)$ від частоти. Номер кривої відповідає номеру навантаження. На частоті крайового резонансу несаморівноважена складова зовнішнього навантаження “закачує” енергію вдвічі більшу, ніж $\cos(\pi y)$. Проте при незначному збільшенні частоти перша гармоніка $\cos(\pi y)$ (крива 2) більш ефективно збуджує хвильове поле, ніж несаморівноважена $f(y) = \sqrt{2}$. Такий ефект може бути зумовлений тільки зростанням впливу поперечної складової в першій біжущій нормальній моді, яка переносить енергію. Ця мода на частоті крайового резонансу має поперечну складову, яка відповідає хвилі, що поширюється, а поздовжня складова — неоднорідній хвилі.

Як уже зазначалося, переміщення для кожної нормальної хвилі містить як поздовжню, так і поперечну складову. Співвідношення між цими складовими змінюється не тільки при зміні частоти, але й при зміні коефіцієнта Пуассона. Яскравим прикладом таких змін є дані

представлені на рис. 3, де зображено частотну залежність “закачаного” в напівпар потоку потужності для $\nu = 0,2$. Номер кривої відповідає номеру навантаження. Відомо, що частота крайового резонансу знижується при зменшенні ν [11], відповідно знижується частота, на якій спостерігається максимум “закачаного” в напівшар енергії. При цьому змінюється не тільки частота максимальної енергії, а й характер розподілу енергії між різними видами навантаження.

Висновки. У статті представлено результати аналізу особливостей поширення хвиль у пружних хвильоводах. Аналіз стосується досить широкого діапазону частот збудження. Наведені дані вказують на те, що створення ефективних систем неруйнівного контролю вимагає всебічного врахування особливостей хвильоводного поширення в пружних тілах. Особливої уваги потребує врахування ефектів залежності форми моди від частоти та обміну енергією між поздовжніми та поперечними хвилями. Обмін енергією між модами може зумовити необхідність ускладнення структури системи збудження та реєстрації хвиль при використанні височастотних збурень. Таке ускладнення може бути зумовлене зміною фазової швидкості енергетичної складової у хвильовому полі.

ЦИТОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Nazarchuk Z., Skalskyi V., Serhiyenko O. Acoustic emission. Methodology and Application. Cham: Springer, 2017. 283 p.
2. Ostachowicz W., Kudela P. Elastic waves for damage detection in structures. *New trends in vibration based structural health monitoring*: Deraemaeker A., Worden K. (Eds.). Vienna: Springer, 2010. P. 247—302. https://doi.org/10.1007/978-3-7091-0399-9_6
3. Zar A., Hussain Z., Akbar M., Rabczuk T., Lin Z., Li S., Ahmed B. Towards vibration-based damage detection of civil engineering structures: overview, challenges, and future prospects. *Int. J. Mech. Mater. Des.* 2024. **20**. P. 591—662. <https://doi.org/10.1007/s10999-023-09692-3>
4. Olisa S.C., Khan M.A., Starr A. Review of current guided wave ultrasonic testing (GWUT) limitations and future directions. *Sensors*. 2021. **21**, № 3. 811. <https://doi.org/10.3390/s21030811>
5. Planar waveguides and other confined geometries. Theory, technology, production, and novel applications: Marowsky G. (Ed.). New York: Springer, 2015. 282 p. <https://doi.org/10.1007/978-1-4939-1179-0>
6. Torvik P.J., McClatchey J.J. Response of an elastic plate to a cyclic longitudinal force. *J. Acoust. Soc. Am.* 1968. **44**, № 1. P. 59—64. <https://doi.org/10.1121/1.1911086>
7. Gregory R.D., Gladwell I. The generation of waves in a semi-infinite plate by a smooth oscillating piston. *J. Appl. Mech.* 1984. **51**, № 4. P. 787—791. <https://doi.org/10.1115/1.3167725>
8. Karp B. Generation of symmetric Lamb waves by non-uniform excitations. *J. Sound Vib.* 2008. **312**, № 1-2. P. 195—209, <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2007.10.041>
9. Грінченко В.Т., Городецька Н.С., Мелешко В.В. Резонанс на неоднородних волнах в упругом полуслое. *Акуст. вісн.* 2011. **14**, № 1. С. 20—29.
10. Mindlin R.D. An Introduction to the mathematical theory of vibration of elastic plates. World Scientific, 2006. 190 p.
11. Грінченко В.Т., Городецька Н.С. Про особливості спектра власних частот пружних тіл. *Допов. Нац. акад. наук Укр.* 2018. № 5. С. 22—27. <https://doi.org/10.15407/dopovidi2018.05.022>

Надійшла до редакції 28.04.2025

REFERENCES

1. Nazarchuk, Z., Skalskyi, V. & Serhiyenko, O. (2017). Acoustic emission. Methodology and application. Cham: Springer.
2. Ostachowicz, W. & Kudela, P. (2010). Elastic waves for damage detection in structures. In Deraemaeker, A. & Worden, K. (Eds.). New trends in vibration based structural health monitoring. Vienna: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-7091-0399-9_6
3. Zar, A., Hussain, Z., Akbar, M., Rabczuk, T., Lin, Z., Li, S. & Ahmed, B. (2024). Towards vibration-based damage detection of civil engineering structures: overview, challenges, and future prospects. *Int. J. Mech. Mater. Des.*, 20, pp. 591-662. <https://doi.org/10.1007/s10999-023-09692-3>
4. Olisam, S. C., Khan, M. A., Starr, A. (2021). Review of current guided wave ultrasonic testing (GWUT) limitations and future directions. *Sensors*, 21, No. 3, 811. <https://doi.org/10.3390/s21030811>
5. Marowsky, G. (Ed.). (2015). Planar waveguides and other confined geometries. theory, technology, production, and novel applications. New York: Springer. <https://doi.org/10.1007/978-1-4939-1179-0>
6. Torvik, P. J. & McClatchey, J. J. (1968). Response of an elastic plate to a cyclic longitudinal force. *J. Acoust. Soc. Am.*, 44, No. 1, pp. 59-64. <https://doi.org/10.1121/1.1911086>
7. Gregory, R. D. & Gladwell, I. (1984). The generation of waves in a semi-infinite plate by a smooth oscillating piston. *J. Appl. Mech.*, 51, No. 4, pp. 787-791. <https://doi.org/10.1115/1.3167725>
8. Karp, B. (2008). Generation of symmetric Lamb waves by non-uniform excitations. *J. Sound Vib.*, 312, No. 1-2, pp. 195-209. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2007.10.041>
9. Grinchenko, V. T., Gorodetskaya, N. S. & Meleshko, V. V. (2011). A resonance on the inhomogeneous waves in an elastic half-layer. *Acoustic bulletin*, 14, No. 1, pp. 20-29 (in Russian).
10. Mindlin, R.D. (2006). An introduction to the mathematical theory of vibration of elastic plates. World Scientific.
11. Grinchenko, V. T. & Gorodetska, N. S. (2018). On the specific features of the spectrum of eigenmodes of elastic bodies. *Dopov. Nac. akad. nauk Ukr.*, No. 5, pp. 22-27 (in Ukrainian). <https://doi.org/10.15407/dopovidi2018.05.022>

Received 28.04.2025

V.T. Grinchenko, <https://orcid.org/0000-0003-3229-1810>N.S. Gorodetska, <https://orcid.org/0000-0003-3305-522X>

Institute of Hydromechanics of the NAS of Ukraine, Kyiv, Ukraine

E-mail: nsgihm@gmail.com

FEATURES OF ENERGY TRANSFER IN ELASTIC WAVEGUIDES

Based on a comparison of forced symmetrical oscillations in an elastic waveguide with free side surfaces and a waveguide with a single wave propagation velocity, fundamental differences in the efficiency of excitation of wave field have been established. It is well known that an increase in the “pumpable” energy can be associated both with the approximation of the external load frequency to the system’s natural frequency and with an increase in the degree of coherence of the load and the shape of the oscillations. Both factors are present in the wave field under consideration. The influence of the degree of coherence between the wave field and the load was analyzed based on the efficiency of wave field excitation for different types of loads. When the frequency of the external load approaches the edge resonance frequency (natural frequency), the energy “pumped” into the waveguide exceeds the energy in the low-frequency range by a factor of ten.

Keywords: forced oscillations, efficiency of generation of the wave field, edge resonance.