

УДК 681.327

**Pavlo Kurbet**, Postgraduate

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-0612-3859> *e-mail*: tovsba@gmail.com

**Oleksandr Rudenok**, Postgraduate

ORCID ID: <https://orcid.org/0009-0009-6910-1823> *e-mail*: a\_rudenok@ukr.net

Institute of Telecommunications and Global Information Space of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine

## **THE METHOD OF PARAMETRIC ADAPTATION OF THE CHECK POLYNOMIALS OF THE COMPONENT RECURSIVE SYSTEMATIC CONVULSION CODE TURBO CODE**

***Abstract.** The article is devoted to increasing the efficiency of the functioning of wireless information transmission systems due to the adaptation of the verification polynomials of the component recursive systematic convolutional turbo code by solving the optimization problem using the gradient method. After the appearance of the extremely important work of K. Shannon, huge efforts have been made to find new transmission methods in order to approach the bandwidth of the channel. Channel coding is one of the main methods that enables such operation at almost full bandwidth. The probability of a white error of information decoding is chosen as the objective function. To calculate the probability of a bit error in information decoding, it is proposed to use cyclic codes. Adaptation schemes of these codes are used to improve the characteristics of information reliability. At the same time, during adaptation, in the vast majority of works, only one parameter changes – the coding speed, which does not fully increase the effectiveness of corrective coding schemes. The purpose of the article is to increase the efficiency of wireless information transmission systems by adapting the verification polynomials of the component recursive systematic convolutional turbo code by solving the optimization problem. The article consists of an introduction, which highlights the problem, analyzes the latest research and publications on this topic, and formulates the purpose of the article. The results of the research are shown, conclusions and prospects for further research are drawn. The article ends with a list of used sources. As a result of the proposed method, the effective number of verification polynomials of the RSCC turbo code, which were found using the method for the channel with additive white Gaussian noise for different sizes of the input data block, is given. We consider the direction of further research to expand the search range to take into account a larger number of parameters of turbo codes during adaptation, while the following can be foreseen: the number of bits in a block, types of interleavers, decoding algorithms, decoding iterations, etc.*

***Keywords:** corrective codes, turbo codes, wireless data transmission systems, likelihood functions, adaptation.*

П.М. Курбет, О.А. Руденко

Інститут телекомунікацій та глобального інформаційного простору НАН України,  
м. Київ, Україна

## МЕТОД ПАРАМЕТРИЧНОЇ АДАПТАЦІЇ ПЕРЕВІРОЧНИХ ПОЛІНОМІВ КОМПОНЕНТНОГО РЕКУРСИВНОГО СИСТЕМАТИЧНОГО ЗГОРТОЧНОГО КОДУ ТУРБО КОДУ

***Анотація.** Стаття присвячена підвищенню ефективності функціонування безпроводових систем передачі інформації за рахунок адаптації перевірочних поліномів компонентного рекурсивного систематичного згорточного коду турбо коду шляхом рішення оптимізаційної задачі методом градієнта. Після появи вкрай важливої роботи К. Шеннона докладені величезні зусилля до пошуку нових методів передачі з метою наближення до пропускної здатності каналу. Канальне кодування є одним із основних методів, які уможливають таку роботу майже на повній пропускній здатності. В якості цільової функції обрана ймовірність бітової помилки декодування інформації. Для розрахунку ймовірності бітової помилки декодування інформації запропоновано використовувати циклічні коди. Для покращення характеристик достовірності інформації використовуються схеми адаптації цих кодів. При цьому при адаптації у переважній більшості робіт змінюється тільки один параметр – швидкість кодування, що неповною мірою підвищує ефективність схем корегуючого кодування. Метою статті є підвищення ефективності функціонування безпроводових систем передачі інформації за рахунок адаптації перевірочних поліномів компонентного рекурсивного систематичного згорточного коду турбо коду шляхом рішення оптимізаційної задачі. Стаття складається із вступу, де висвітлено проблему, проведено аналіз останніх досліджень та публікацій по цій тематиці та сформульовано мету статті. Показано результати дослідження, зроблено висновки та окреслено перспективи подальших досліджень. Завершується стаття списком використаних джерел. Як результат роботи запропонованого методу наведено ефективну кількість перевірочних поліномів РСЗК турбо коду, які були знайдені із застосуванням методу для каналу з адитивним білим гаусівським шумом для різних розмірів вхідного блоку даних. Напрямою подальших досліджень вважаємо розширення діапазону пошуку для врахування більшої кількості параметрів турбо кодів при адаптації, при цьому можна передбачити наступні: кількість біт в блоці, типи перемежувачів, алгоритми декодування, ітерації декодування і т.д.*

***Ключові слова:** коригуючі коди, турбо коди, безпроводові системи передачі даних, функції правдоподібності, адаптація.*

<https://doi.org/10.32347/2411-4049.2024.2.157-172>

### Вступ

**Постановка проблеми.** На теперішній час безпроводові системи передачі даних поєднують системи мобільного зв'язку та системи безпроводового доступу. Системи мобільного зв'язку пройшли вже 5 поколінь від 1G до 5G, ведеться розробка технологій 6G. До найбільш поширених систем безпроводового доступу відносяться Wi-Fi, Wi-Max, Zig-Bee, інші [1–5].

На сьогоднішній день в світі впроваджуються системи безпроводового доступу за технологією 5G. При цьому, комерціалізація 5G починається приблизно з 2020 року. Передбачається, що 6G буде забезпечувати кращі комунікації для людей і речей (технологія IoT) та охоплюватиме тенденцію розумного суспільства. Крім того, що триває еволюція трьох сценаріїв використання, започаткованих у 5G, штучний інтелект і датчики стануть двома новими сценаріями використання у 6G.

У роботі К. Шеннона у 1948 році показано, що передача даних з малою кількістю помилок по безпроводовому каналу можлива, якщо використовується довгий випадковий завадостійкий (канальний) код [6]. З тих пір були докладені величезні зусилля до пошуку нових методів передачі з метою наближення до пропускної здатності каналу. Канальне кодування є одним із основних методів, які уможливають таку роботу майже на повній пропускній здатності.

В сучасних безпроводових системах передачі даних для підвищення достовірності інформації застосовуються технології адаптивного кодування, OFDM, MIMO.

Так, у стандарті 4G LTE для високошвидкісної передачі інформації використовуються турбо коди в поєднанні з модуляціями ФМ-4, КАМ-16, КАМ-64, а для низькошвидкісної – згорткові та блокові коди. Схема кодера турбо коду включає два рекурсивні систематичні згорткові коди (РСЗК) з довжиною кодового обмеження  $K = 4$  та швидкістю кодування  $R = 1/2$ . Загальна швидкість кодування турбо коду  $R = 1/3$ . Кожен РСЗК

представляється поліноміальними генераторами виду:  $G(D) = \left[ 1, \frac{g_1(D)}{g_0(D)} \right]$ , де

$g_1(D) = 1 + D + D^3$  – поліном прямого зв'язку РСЗК (їх може бути декілька),

$g_0(D) = 1 + D^2 + D^3$  – поліном зворотного зв'язку РСЗК.

Для покращення характеристик достовірності інформації використовуються схеми адаптації цих кодів. При цьому при адаптації у переважній більшості робіт змінюється тільки один параметр – швидкість кодування  $R$ , що неповною мірою підвищує ефективність схем корегуючого кодування.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** У статті [7] представлені узагальнені паралельні конкатеновані блокові коди на основі кодів Ріда-Соломона. Автори пропонують ефективний алгоритм декодування з модифікаціями алгоритму Chase-Pyndiah, написаний з використанням вагового коефіцієнта  $\alpha$  та коефіцієнта надійності  $\beta$ . У роботі авторами вивчено вплив різних параметрів турбо коду на характеристики достовірності інформації. Такими параметрами є: різні компонентні коди, розмір перемежувача (кількість підблоків), кількість ітерацій декодування. Результати моделювання показують ефективність використання адаптованих параметрів для декодування узагальнених паралельних конкатенованих блокових кодів на основі кодів Ріда-Соломона. Запропонований алгоритм з використанням адаптованих параметрів має кращі характеристики достовірності, ніж без адаптації.

У статті [8] авторами проведено аналіз ефективності перфорованих турбо кодів (за швидкістю кодування) і перфорованих мультидвійкових турбо кодів

при передачі інформації по каналу з адитивним білим гаусівським шумом (AWGN) в термінах частоти бітових помилок (BER) і частоти помилок кадрів (FER). Розглядаються оригінальні турбо коди, які складаються з паралельної конкатенації двох ідентичних рекурсивних систематичних згорткових кодів (РСЗК) із швидкістю кодування  $R = 1/2$ . Також розглядаються мультидвійкові турбо коди, які складаються з паралельної конкатенації двох ідентичних РСЗК із швидкістю кодування  $R = 2/3$ . Щоб досягти високої спектральної ефективності, автори зосереджували увагу на високих швидкостях кодування, тобто на швидкостях  $R = 1/2, 3/5$  і  $2/3$ , та використанні виколювання біт для зміни швидкості кодування. Для сумісності стандартів IEEE 802.11n і DVD-T автори розглядали тільки коди з помірною довжиною блоку даних, тобто 1504 біт у всіх випадках.

У статті [9] автори пропонують використовувати глибоке навчання для декодування турбо кодів та полярних кодів, застосовуючи фіксовану швидкість кодування.

**Метою статті** є підвищення ефективності функціонування безпроводових систем передачі інформації за рахунок адаптації перевірочних поліномів компонентного рекурсивного систематичного згорткового коду турбо коду шляхом рішення оптимізаційної задачі.

## Результати дослідження

Суть адаптації перевірочних поліномів компонентного РСЗК турбо коду у зміні структури та кількості прямих зв'язків компонентних рекурсивних РСЗК турбо кодів, якими генеруються перевірочні біти даних даного турбо коду, для підвищення достовірності передачі інформації.

Особливо потужним серед паралельних конкатенованих кодів є клас багатокомпонентних турбо кодів. Вони чудово підходять для підтримки гібридного автоматичного запиту на повторну передачу (HARQ). Під час першої передачі жодна надлишковість не надається, тому загальна швидкість кодування становить одиницю. Якщо CRC вказує на помилку декодування, передається інша закодована версія тієї самої інформації, в цьому разі декодер тепер має 50% надмірності, а загальна швидкість кодування стає  $R = 1/2$ . У разі продовженого невдалого декодування CRC передається всього  $N$  різних перехресних версій оригінальної інформації, що призводить до загальної швидкості кодування  $1/N$ .

Кодер SCC складається з зовнішнього кодера (Кодер I) та внутрішнього кодера (Кодер II), які з'єднані перемешувачем. Перемешувач переставляє біти перед їх передачею до іншого компонентного кодера. Це гарантує, що навіть якщо певний біт був значно зашумлений каналом, є ймовірність того, що інший компонентний декодер здатен надати більш надійну інформацію щодо цього біта. У декодері SCC використовується ітеративна обробка і може бути досягнута ефективність, схожа на паралельну конкатенацію. Фактично, послідовна конкатенація представляє собою досить загальну структуру і багато схем декодування/виявлення можуть бути описані як послідовно конкатеновані структури, такі як ті, що використовуються в турбоеквалайзері, кодовій модуляції, декодуванні LDPC. Так само, послідовна конкатенація може містити більше ніж два компоненти.

Однак, з появою технології мобільного зв'язку 5G, швидкості передачі даних значно підвищилися.

Технологія 5G – це технологія мобільного зв'язку нового покоління, призначена для забезпечення більшої місткості і вищих швидкостей передачі даних, ніж попереднє покоління Long Term Evolution (LTE). Технологія 5G забезпечує надзвичайно низьку затримку та надзвичайно високу надійність, що дозволяє інноваційні сервіси у різних галузях промисловості. Згідно з міжнародними стандартами Міжнародного телекомунікаційного союзу (ITU), було ідентифіковано кілька служб застосування 5G. Ці служби включають покращений мобільний доступ до Інтернету (eMBB), масштабну комунікацію типу машин (mMTC), ультранадійну низьку затримку (URLLC) та фіксований безпроводовий доступ. Кожен користувач може отримати мінімальну швидкість передачі даних 100 Мбіт/с з піковою швидкістю передачі даних 20 Гбіт/с.

Очікується, що до 2030 року буде реалізовано підключення 50 мільярдів пристроїв в рамках розвитку Інтернету речей (IoT). Сенсори, приводи, електронні прилади, вуличне освітлення та інші пристрої будуть бездротово підключені до Інтернету та один до одного за допомогою комунікації пристроїв-до-пристроїв (D2D), яка також відома як масштабна комунікація типу машин (mMTC). Інші досягнення будуть потребувати URLLC; ці досягнення включають підключені та автономні автомобілі, повітряні транспортні засоби, віддалене керування роботами в екстремально небезпечних умовах, автоматизацію виробництва в рамках Четвертої промислової революції, віддалену хірургію та додатки розумної мережі.

Сучасні операторські мережі включають велику і дедалі більшу різноманітність апаратних пристроїв. Запуск нових послуг часто вимагає інтеграції складного обладнання, що включає дорогі процедури проектування та асоціюється з тривалим виходом на ринок.

Однак існує певний рівень свободи щодо того, як eNB використовує інформацію для призначення ресурсів.

1. Архітектура 5G має отримувати переваги від спільного розгортання з еволюцією LTE, але потрібно уникати міжсистемних залежностей. У той же час всі основні функціональності RAN мають бути розроблені з урахуванням частот, на яких має працювати новий повітряний інтерфейс, наприклад доступ до системи, мобільність, обробка QoS та охоплення.

2. Архітектура 5G має забезпечувати багаторівневе підключення, включаючи multi-RAT. Очікується, що пристрій може бути підключений до кількох зв'язків того ж самого RAT (наприклад, до макро- та маленьких станцій), а також до різних RAT, включаючи нові RAT та LTE. Це може розширити або використати існуючі технології, такі як об'єднання носіїв та подвійне підключення. Це поєднання RAT також може включати не-3GPP RAT, наприклад, IEEE 802.11ax (високоєфективний Wi-Fi).

3. Архітектура 5G має підтримувати координаційні функції, придатні для вузлів, що підключені через різні категорії зворотного каналу. Це означає, що новий радіоінтерфейс має бути розроблений таким чином, щоб уникнути непотрібних обмежень, що дозволить розгортання з різними функціональними розбиттями. Це є дуже важливим принципом, оскільки координація для скасування завад, наприклад, є частиною «принципів дизайну для 5G», де масивне MIMO та координована передача і прийом (CoMP) наводяться як приклади очікуваних технологій. Цей принцип також стосується нелокальних розгортань розвитку LTE та нових радіо інтерфейсів. Це гарантуватиме, що оператори зі своєю існуючою магістраллю зможуть розгорнути технологію 5G.

4. Архітектура 5G має вбудовану гнучкість для оптимізації використання мережі, одночасно забезпечуючи різноманітність використання бізнес-моделей. Цей принцип передбачає, що та ж логічна архітектура RAN, яка розроблена 3GPP, повинна бути достатньо гнучкою, щоб враховувати випадки використання, пов'язані та не пов'язані з широкосмуговими послугами, наприклад, uMTC, а також різноманітність бізнес-моделей, наприклад, спільне використання мережі. Щодо архітектури RAN та CN, це передбачає, що дизайн протоколів достатньо гнучкий, щоб підтримувати різні вимоги.

5. Архітектура 5G має фреймворк програмованості для стимулювання інновацій. Для підтримки широкого спектру вимог, врахування багатьох варіантів використання (не чітко визначених на момент впровадження 5G) та сприяння швидкій бізнес-інновації, пристрої 5G повинні мати високий рівень програмованості та налаштування, підтримку роботи в різних діапазонах та режимах, агрегацію потоків з різних технологій, ефективність в енергоспоживанні пристроїв та ефективність сигналізації, яка враховує послуги.

Системи мобільного зв'язку працюють під впливом потужних завад природного, промислового та навмисного походження, які значно підвищують помилки в прийнятій з каналу інформації.

Тому постає питання розробки методів зменшення помилок в інформаційних послідовностях в умовах впливу потужних завад.

На рис. 1–4 показані схеми РСЗК турбо кодів із швидкістю кодування  $R = 1/2$  при різних значеннях поліномів і кодових обмежень, структура яких має вигляд:  $(1, g_1/g_0)$ , де  $g_0$  – поліном зворотного зв'язку, а  $g_1$  – поліном прямого зв'язку (на рис. 1 – РСЗК виду  $(1, 5/7)$  з кодовим обмеженням  $K = 3$ , на рис. 2 – РСЗК виду  $(1, 13/11)$  з кодовим обмеженням  $K = 4$ , на рис. 3 – РСЗК  $(1, 39/33)$  з кодовим обмеженням  $K = 6$ , на рис. 4 – РСЗК  $(1, 47/43)$  з кодовим обмеженням  $K = 6$ ).

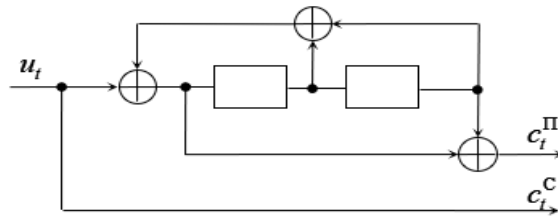


Рисунок 1. Схема рекурсивного систематичного згортного коду при  $K$

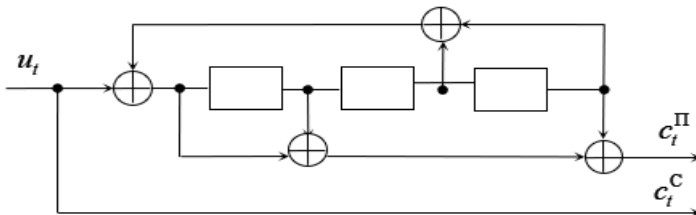


Рисунок 2. Схема рекурсивного систематичного згортного коду при  $K = 4$

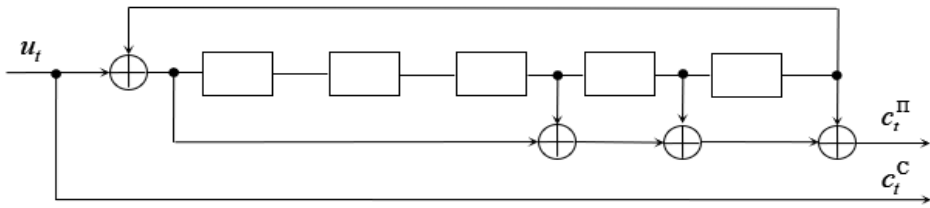


Рисунок 3. Схема рекурсивного систематичного згорточного коду при  $K = 6$  виду  $(1, 39/33)$

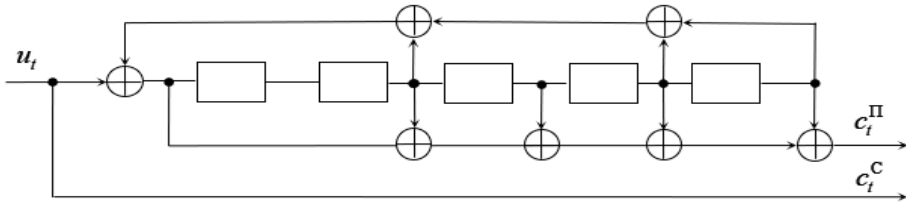


Рисунок 4. Схема рекурсивного систематичного згорточного коду при  $K = 6$  виду  $(1, 47/43)$

Представлені на даних рисунках РСЗК турбо коду генерують на один вхідний інформаційний біт один перевірочний. Зі збільшенням довжини кодового обмеження коригуючі властивості кодера покращуються, тобто турбо код із РСЗК з  $K = 6$  може виправити значно більше помилок, ніж з  $K = 3$ .

Покращити коригувальні властивості РСЗК при заданій довжині кодового обмеження  $K$  можна, додаючи прямі зв'язки в структуру РСЗК (які описуються певними поліномами), що призводить до збільшення кількості перевірочних біт на один вхідний інформаційний символ.

Покажемо такі зміни відповідно до схем РСЗК, наведених вище. Додаємо один додатковий прямий зв'язок до вищевказаних схем РСЗК. При цьому це можна зробити для РСЗК з  $K > 3$ .

На рис. 5–7 показані схеми РСЗК турбо кодів із швидкістю кодування  $R = 1/3$  при різних значеннях поліномів і кодових обмежень, структура яких має вигляд:  $(1, g_1 / g_0, g_2 / g_0)$ , де  $g_0$  – поліном зворотного зв'язку, а  $g_1$  – перший поліном прямого зв'язку,  $g_2$  – другий поліном прямого зв'язку (на рис. 5 – РСЗК виду  $(1, 13/11, 15/11)$  з кодовим обмеженням  $K = 4$ , на рис. 6 – РСЗК  $(1, 39/33, 49/33)$  з кодовим обмеженням  $K = 6$ , на рис. 7 – РСЗК  $(1, 47/43, 53/43)$  з кодовим обмеженням  $K = 6$ ).

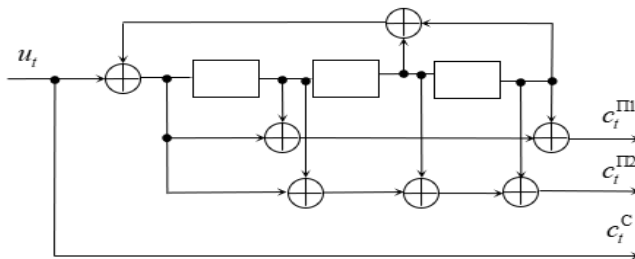


Рисунок 5. Схема рекурсивного систематичного згорточного коду при  $K = 4$  виду  $(1, 13/11, 15/11)$

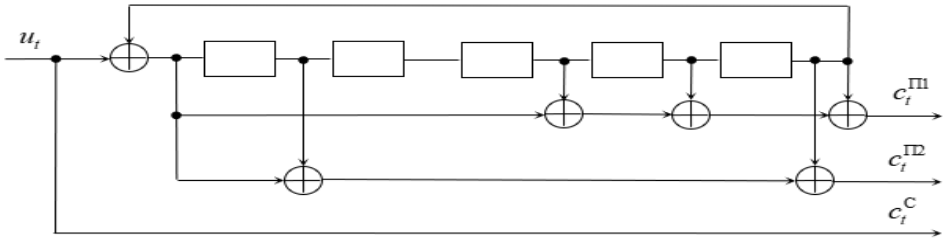


Рисунок 6. Схема рекурсивного систематичного згортчного коду при  $K = 6$  виду (1, 39/33, 49/33)

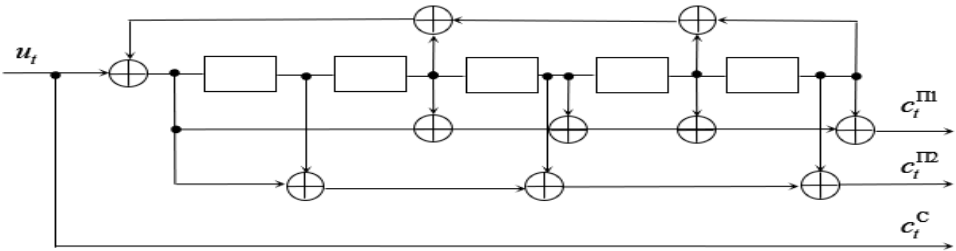


Рисунок 7. Схема рекурсивного систематичного згортчного коду при  $K = 6$  виду (1, 47/43, 53/43)

Можна й далі проводити ускладнення РСЗК турбо коду додаванням прямих зв'язків в його структурі, використовуючи відповідні поліноми.

На рис. 8 показана схема РСЗК турбо коду виду (1, 47/43, 53/43, 33/43) з кодовим обмеженням  $K = 6$  із швидкістю кодування  $R = 1/4$ . В цьому випадку структура має вигляд:

$$1, g_1 / g_0, g_2 / g_0, g_3 / g_0,$$

де  $g_0$  – поліном зворотного зв'язку, а  $g_1$  – перший поліном прямого зв'язку,  $g_2$  – другий поліном прямого зв'язку,  $g_3$  – третій поліном прямого зв'язку.

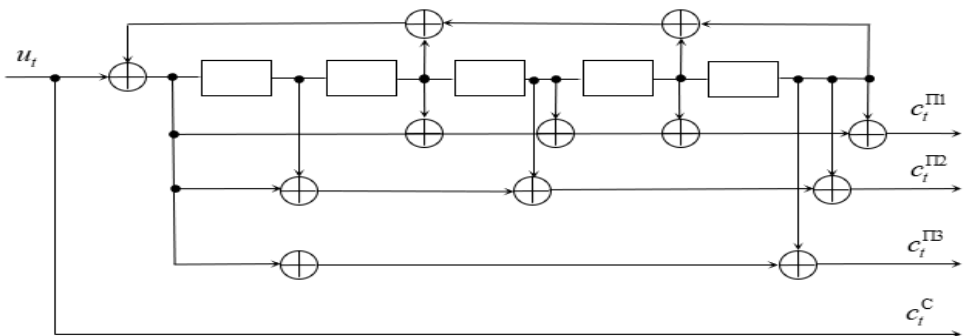


Рисунок 8. Схема рекурсивного систематичного згортчного коду при  $K = 6$  виду (1, 47/43, 53/43, 33/43)

Відповідно для цього РСЗК варіант побудови кодера турбо кода буде мати наступний вигляд (рис. 9), де П – пристрій перемеження біт даних.



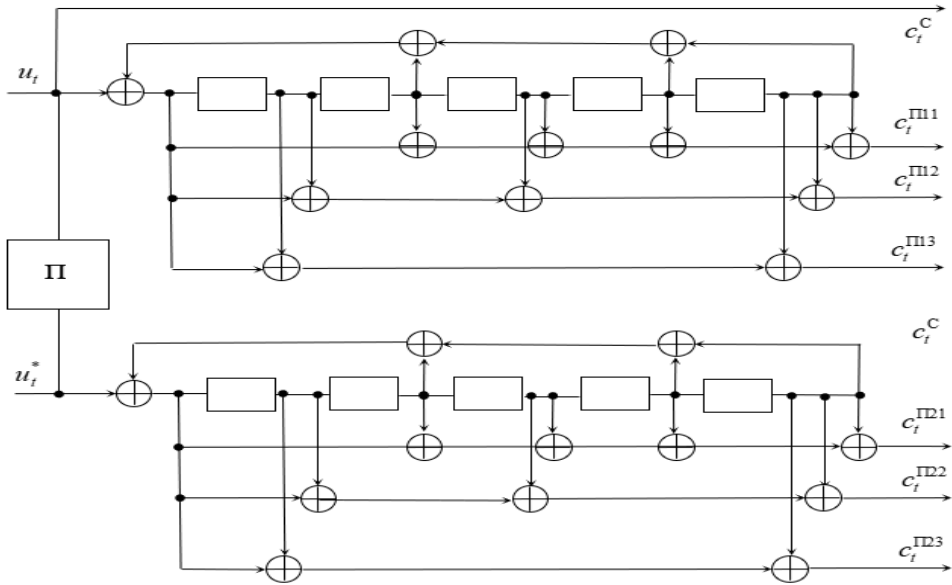


Рисунок 9. Схема кодера турбо кода при використанні двох РСЗК  $K = 6$  виду  $(1, 47/43, 53/43, 33/43)$

Розглянуті варіанти схем побудови РСЗК використовуються в кодерах турбо кода, а відповідні до кожного кодера решітчасті діаграми – в декодерах при декодуванні за максимумом апостеріорної ймовірності, застосовуючи алгоритм BCJR або його модифікації.

РСЗК виконує кодування біт даних, використовуючи відповідну ґратчасту діаграму, яка описується поліноміальними генераторами. Із збільшенням порядку полінома збільшується розмір ґратчастої діаграми як  $2^M$  ( $M$  – кількість елементів пам'яті РСЗК).

Кодування РСЗК здійснює по діаграмі станів, яка відображає всі можливі стани компонентного РСЗК та всі можливі переходи при подачі на вхід  $\{0\}$  або  $\{1\}$ . Поліноми прямих та зворотних зв'язків впливають на структури діаграми станів.

При декодуванні використовується аналогічна діаграма станів. Розраховуються логарифмічні відношення функцій правдоподібності (ЛВФП)  $L(u_k)$  для випадкової двійкової змінної  $u_k$  таким чином [10]:

$$L(u_k) \triangleq \log\left(\frac{P(u_k = 1 / y_1^N)}{P(u_k = 0 / y_1^N)}\right). \quad (1)$$

Для декодування використовуються алгоритми за максимумом правдоподібності.

Розглядається РСЗК з кодовою швидкістю  $1/q$  (для кожного вхідного біта РСЗК виробляє  $q$  біт).

Врахування поліномів та швидкостей кодування відбувається при розрахунку перехідної метрики  $\gamma_i(s', s)$  в алгоритмах декодування турбо кодів [11].

$$\begin{aligned}
 \gamma_k(s^1, s) &= B_k \cdot e^{\frac{y_k^{1,s} \cdot x_k^{1,s}}{\sigma_n^2} + \sum_{i=2}^q \frac{y_k^{i,p} \cdot x_k^{i,p}}{\sigma_n^2}} \cdot A_k \cdot e^{\frac{L_a(c_k^1) \cdot c_k^1}{2}} = A_k \cdot B_k \cdot e^{\frac{y_k^{1,s} \cdot x_k^{1,s}}{\sigma_n^2} + \sum_{i=2}^q \frac{y_k^{i,p} \cdot x_k^{i,p}}{\sigma_n^2}} \cdot e^{\frac{L_a(c_k^1) \cdot c_k^1}{2}} = \\
 &= A_k \cdot B_k \cdot \exp \left[ \frac{4 \cdot h_0^2}{p} \cdot \left( \frac{y_k^{1,s} \cdot A \cdot c_k^1}{2} + \sum_{i=2}^q \frac{y_k^{i,p} \cdot A \cdot c_k^i}{2} \right) + \frac{1}{2} \cdot L_a(c_k^1) \cdot c_k^1 \right] = \\
 &= A_k \cdot B_k \cdot \exp \left[ \frac{1}{2} \cdot L_a(c_k^1) \cdot c_k^1 + \frac{4 \cdot A \cdot h_0^2}{p} \cdot \frac{1}{2} \cdot y_k^{1,s} \cdot c_k^1 \right] \exp \left[ \sum_{i=2}^q \left( \frac{4 \cdot A \cdot h_0^2}{p} \cdot \frac{1}{2} \cdot y_k^{i,p} \cdot c_k^i \right) \right] = \\
 &= A_k \cdot B_k \cdot \exp \left[ \frac{1}{2} \cdot L_a(c_k^1) \cdot c_k^1 + Lc \cdot \frac{1}{2} \cdot y_k^{1,s} \cdot c_k^1 \right] \exp \left[ \sum_{i=2}^q \left( Lc \cdot \frac{1}{2} \cdot y_k^{i,p} \cdot c_k^i \right) \right],
 \end{aligned} \tag{2}$$

Використовуючи (2), можна побачити, що у виразі для перехідної метрики враховані перевіірні символи з урахуванням будь-якої структури РСЗК, які отримуються за рахунок використання прямих та зворотних поліномів РСЗК та швидкості кодування турбо коду.

В якості параметрів адаптації турбо кодів приймаються перевіірні поліноми (прямих зв'язків)  $\{g_{11}, \dots, g_{1m}; g_{21}, \dots, g_{2m}; \dots g_{k1}, \dots, g_{km}\}$  рекурсивних систематичних згорткових кодів (РСЗК).

Ефективність системи передачі інформації з турбо кодами характеризується деяким числовим показником  $Q$ , який потрібно в результаті адаптації перетворити на мінімум.

Таким чином, під завданням пошуку розумітимемо віднайдення оптимального значення невідомої функції  $Q(x_1, \dots, x_n)$  або таких значень змінних  $x_1^*, \dots, x_n^*$ , які відповідають оптимальному значенню функції  $Q^* = Q(x_1^*, \dots, x_n^*)$ .

Нехай  $Q(X)$  – функція, задана у просторі параметрів  $X \in G$ . Завдання полягає у пошуку мінімального значення функції  $Q^*$  і координат точки мінімуму  $X^*, Q(X^*) = Q^*$ .

Завдання оптимізації полягають у побудові мінімізуючої послідовності  $X^0, X^1, \dots, X^r, \dots$  за формулою  $X^{r+1} = X^r - a \nabla(X^r)$ , де  $\nabla(X) \in G$  – градієнт функції  $Q(X)$  у точці  $X$ .

Нехай задана функція критерію  $Q(x_1, \dots, x_n)$  та відомі початкові значення параметрів оптимізації  $\{x_i^0, \dots, x_n^0\}$ . Потрібно визначити мінімальне значення функції  $Q$  та координати точки мінімуму  $\{x_1^*, \dots, x_n^*\}$ .

Сутність методу розв'язання поставленої задачі оптимізації полягає в наступному.

1. Визначається напрям градієнта функції  $Q$ , тобто напрям її найшвидшої зміни, у точці  $\{x_2^0\}$ .

2. Здійснюється переміщення з точки  $\{x_1^0\}$  в точку  $\{x_2^1\}$  за напрямом, протилежним напрямку градієнта  $Q$ .

3. У точці  $\{x_2^1\}$  визначається новий напрямок і здійснюється переміщення в точку  $\{x_2^i\}$  і т. д. доти, доки не буде виконано деяку умову закінчення пошуку.

Для простоти умовимося, що:

- початкове рішення  $\{x_i^0\}$  знаходиться у допустимій області, тобто  $x_i^0 \in G, (i = \overline{1, n})$ ;
- функція  $Q(x_1, \dots, x_n)$  унімодальна, тобто має один екстремум;
- на змінні  $x_i$  не накладено жодних обмежень.

Геометричну інтерпретацію пошуку ефективної кількості перевірок поліномів РСЗК турбо коду покажемо на прикладі мінімізації функції двох змінних  $Q = Q(x_1, x_2)$ .

На рис. 10 зображено лінії рівня функції  $Q (Q^r = \text{const}, Q^0 > Q^1 > Q^2 > \dots)$ . Точка  $M$  відповідає мінімуму функції  $Q$ , тобто  $Q^* = Q(M)$ .

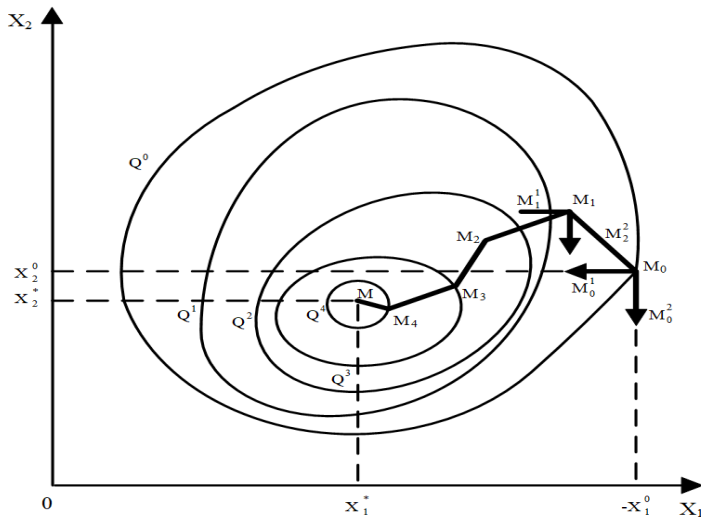


Рисунок 10. Геометрична інтерпретація пошуку ефективної кількості перевірок поліномів РСЗК турбо коду

Нехай спочатку задані значення параметрів  $x_1^0$  і  $x_2^0$  і відомо значення функції  $Q^0 = Q(x_1^0, x_2^0)$  в точці  $M_0$ .

Саме собою знання величини  $Q^0$  у точці ще не може вказати, у якому напрямі слід рухатися задля досягнення точки  $M$  мінімуму функції  $Q$ . Тому для визначення напрямку руху проводимо серію пробних збільшень змінних. Перший пробний крок відповідає переміщенню з точки  $M_0$  на точку  $M_0^1$ . При цьому змінюється лише змінна  $x_1$  і обчислюється збільшення  $\Delta Q_1$  функції  $Q$ . При досить малих значеннях воно пропорційно до часткової похідної, тобто  $\partial Q / \partial x_i \approx \Delta Q_i / \Delta x_i$ .

Аналогічно при наступному пробному збільшенні змінної  $x_2$  визначається

$$\partial Q / \partial x_2 \approx \Delta Q_2 / \Delta x_2. \tag{3}$$

Таким чином, в результаті двох пробних прирощень змінних визначається градієнт функції  $Q$ . Робоче переміщення відбувається по лінії  $M_0M_1$  в напрямку, протилежному напрямку градієнта функції  $Q$ . Далі відбувається визначення градієнта в точці  $M_1$ , робочий рух в напрямку, протилежному напрямку градієнта до точки  $M_2$  і т.д. до точки  $M$ .

Градієнт функції  $Q(X)$  (позначається  $gradQ$  або  $\nabla Q$ ) є вектор, прикладений в точці  $X$ , що має напрям нормалі  $\eta$  до поверхні рівня функції в даній точці у бік зростання і довжину, що дорівнює  $\partial Q / \partial \eta$ .

Вектор градієнта функції  $Q$  у точці  $M_r(x^r_1, \dots, x^r_n)$  виражається формулою

$$gradQ^r = \sum_{i=1}^n \frac{\partial Q}{\partial x_i} j_i, \tag{4}$$

де  $j_i$  – ортогональні одиничні вектори осей координат;  $\partial Q / \partial x_i$  – значення відповідних часткових похідних. Як зазначалося вище, часто при вирішенні практичних завдань оптимізації часткові похідні  $\partial Q / \partial x_i$  не вдається визначити за аналітичними виразами. У цьому випадку для визначення наближеного значення градієнта

$$gradQ \approx \sum_{i=1}^n \frac{\Delta Q_i}{\Delta x_i} j_i \tag{5}$$

послідовно всім змінним  $x_i$  дають малі пробні збільшення  $\Delta x^r_i$  і обчислюють (вимірюють) відповідні збільшення  $\Delta Q_i$  до функції  $Q$ ,

$$\Delta Q^r_i = Q(x^r_1, \dots, x^r_i + \Delta x^r_i, \dots, x^r_n) - Q(x^r_1, \dots, x^r_i, \dots, x^r_n). \tag{6}$$

Зауважимо, що у окремих випадках вид функції  $Q$  повністю відомий, наприклад, ця функція задана формулою, тоді відпадає необхідність у виконанні пробних прирощень для визначення

$$\partial Q / \partial x_i.$$

На відміну від пробних прирощень змінних  $\Delta x^r_i$ , застосовуваних для визначення  $gradQ$ , прирощення  $\Delta x^p_i$ , яке відбувається під час переміщення у бік –  $gradQ$ , називатимемо робочим. Робочі збільшення визначаються за формулою

$$\Delta x^p_i = -a \frac{\partial Q}{\partial x_i}, \tag{7}$$

де  $a$  – коефіцієнт пропорційності.

Координати нової точки  $M_{r+1}$  після робочого переміщення визначаються за формулою

$$x_i^{r+1} = x_i^r + \Delta x_i^p. \quad (8)$$

Швидкість збіжності процесу пошуку мінімуму функції та його точність істотно залежить від вибору величини  $a$  у формулі (7). Для збільшення швидкості переміщення далеко від  $\min Q$  величину  $a$  доцільно обирати досить великою. Однак при цьому в кожній новій точці пошуку  $M_{r+i}$  слід перевіряти умову зменшення функції

$$Q^{r+1} < Q^r \quad (9)$$

для того, щоб не перескочити за рахунок більшого кроку  $\Delta x_i^p$  точку  $\min Q$ .

Якщо умова (9) порушується, слід поступово зменшувати величину  $a$ , тобто наближати точку  $M_{r+1}$  до  $M_r$ , доки умова (9) не виконається.

Проте, слід мати на увазі, що формула (7) сама забезпечує автоматичну зміну величини робочого кроку  $\Delta x_i^p$  пропорційно величині складової градієнта  $Q$ . Тому іноді може бути доцільним, навпаки, далеко від  $\min Q$  проводити пошук із малим значенням  $a$ , а поблизу – з великим. Для стабілізації величини робочого кроку, щоб не уповільнювати пошук в околиці  $\min Q$ , іноді величину коефіцієнта  $a$  роблять залежною від  $\sum_{i=1}^n |\partial Q / \partial x_i|$ ,

наприклад, що зменшується зі збільшенням  $\sum_{i=1}^n |\partial Q / \partial x_i|$ .

Таким чином, стратегія пошуку методом градієнта полягає в тому, щоб поєднувати належним чином пробні кроки з вивчення поверхні функції визначення напрямку руху до  $\min Q$  і робочі кроки в цьому напрямку.

Для розумного поєднання швидкості і точності та спрощення алгоритму пошуку пропонується чергувати грубий і точний пошук в залежності від того, як далеко знаходиться точка  $M_r$  від мінімуму. За міру близькості до мінімуму  $\varepsilon$  зручно прийняти суму абсолютних значень похідних  $\partial Q / \partial x_i$ :

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^n |\partial Q / \partial x_i|. \quad (10)$$

Введемо деякі позитивні константи  $\varepsilon_1$  та  $\varepsilon_2$  ( $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$ ) й умовимося, що:

– якщо  $\varepsilon \geq \varepsilon_2$ , то необхідний грубий пошук, тобто пошук з великим значенням коефіцієнта  $a$  у формулі (7);

– якщо  $\varepsilon_1 \leq \varepsilon < \varepsilon_2$ , то потрібний точний пошук;

– якщо  $\varepsilon < \varepsilon_1$ , то пошук закінчено.

Для побудови алгоритму пошуку важливо визначити умову закінчення процесу пошуку. В якості таких умов можуть бути прийняті наступні умови:

1. Пробні збільшення змінних  $x'_i$  у точці  $M_r$  обох знаків призводять до позитивного збільшення функції  $Q$ , тобто

$$\Delta Q_{i+\Delta x} \geq 0; \Delta Q_{i-\Delta x} \geq 0 (i = \overline{1, n}). \quad (11)$$

2. Задовольняються відповідні аналітичні необхідні та достатні умови існування мінімуму функції:

$$gradQ = 0; \frac{\partial^2 Q}{\partial x_i^2} \geq 0 (i = \overline{1, n}). \quad (12)$$

3. Наближене значення  $gradQ$  за модулем не перевищує деякої завчасно заданої додатної величини  $\varepsilon$ , тобто

$$|gradQ| \leq \varepsilon. \quad (13)$$

В таблиці 1 показані значення ефективної кількості перевірочних поліномів РСЗК турбо коду, знайдені запропонованим алгоритмом, для цільової функції  $J = P_{номдек} = 10^{-3}$  та різних значень розмірів вхідного блоку даних.

Таблиця 1. Значення ефективної кількості перевірочних поліномів РСЗК турбо коду, знайдені запропонованим алгоритмом

Параметри турбо коду	Розмір вхідного блоку даних, біт						
	100	500	1000	2000	4000	8000	16000
G1	17	17	13	9	9	13	9
G2	19	19	11	13	11	-	-
G3	23	-	15	11		-	-

Таким чином, отримана ефективна кількість перевірочних поліномів РСЗК турбо коду для забезпечення заданої цільової функції (ймовірності бітової помилки декодування), що дозволить зменшити кількість помилок, тим самим підвищить ефективність функціонування безпроводових систем передачі інформації.

### Висновки та перспективи подальших досліджень

1. Стаття присвячена підвищенню ефективності функціонування безпроводових систем передачі інформації за рахунок адаптації кількості перевірочних поліномів РСЗК турбо коду на основі пошуку екстремума функції.

2. Як результат роботи запропонованого методу наведено ефективну кількість перевірочних поліномів РСЗК турбо коду, які були знайдені із застосуванням методу для каналу з адитивним білим гаусівським шумом для різних розмірів вхідного блоку даних.

3. Напрямком подальших досліджень вважаємо розширити діапазон пошуку для врахування більшої кількості параметрів турбо кодів при адаптації, при цьому можна передбачити наступні: кількість біт в блоці, типи перемежувачів, алгоритми декодування, ітерації декодування і т.д.

## REFERENCES

1. Wan, L., Anthony C.K., Soong, Jianghua, L., Yong, W., Classon, B., Xiao, W., Mazzaresse, D., Zhao, Yang, & Saboorian, T. (2021). 5G System Design: An End to End Perspective. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-22236-9>
2. Neir, P. (2021). Securing 5G and Evolving Architectures. Addison-Wesley Professional. <https://www.amazon.com/Securing-Evolving-Architectures-Pranod-Nair/dp/0137457936>
3. Hassan, S., Orel, A., & Islam, K. (2022). A Network Architects Guide to 5G. Addison-Wesley Professional. <https://www.amazon.com/Network-Architects-Guide-5g/dp/0137376847>
4. Jin, J., Xiao, C., Chen, W., Member, S. and Wu, Y. (2019). Channel-Statistics Based Hybrid Precoding for Millimeter-Wave MIMO Systems With Dynamic Subarrays. *IEEE Trans. Commun.*, 67, 3991-4003. <https://doi.org/10.1109/TCOMM.2019.2899628>
5. Huang, H. (2020). Deep learning for physical-layer 5G wireless techniques: Opportunities, challenges and solutions. *IEEE Wirel. Commun.*, 27, 214–222. <https://doi.org/10.1109/MWC.2019.1900027>
6. Shannon, C. E. (1948). A mathematical theory of communication. *The Bell System Technical Journal*, 27 (3), 379-423. <https://doi.org/10.1002/j.1538-7305.1948.tb01338.x>
7. Azougaghe, E., Farchane, A., Said, S., & Belkasmi, M. (2022). Turbo decoding of concatenated codes based on RS codes using adapted scaling factors. *Infocommunications Journal*, 14 (1), 11-16. <https://doi.org/10.36244/ICJ.2022.1.2>
8. Kovaci, M., Balta, H., Baynast, A., & Nafornita, M. (2007). Performance Comparison of Punctured Turbo Codes and Multi Binary Turbo Codes. In *2007 International Symposium on Signals, Circuits and Systems (IEEE Xplore)*. <https://doi.org/10.1109/ISSCS.2007.4292768>
9. Vaz, A., Nayak, G., Nayak, D., & Hegde, N. (2022). Decoding of Turbo Code and Polar Code using Deep Learning for Visible Light Communication. *Journal of Engineering Science and Technology*, 17 (4), 2776-2787. [https://jestec.taylors.edu.my/Vol%2017%20Issue%204%20August%202022/17\\_4\\_36.pdf](https://jestec.taylors.edu.my/Vol%2017%20Issue%204%20August%202022/17_4_36.pdf)
10. Berrou, C., Glavieux, A., & Thitimajshima, P. (1993). Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: turbo-codes. In *Proc. Int. Conf. On Commun., ICC-93, Geneva, 1993, May*, (pp. 1064-1070). <https://doi.org/10.1109/ICC.1993.397441>
11. Xiang-Gen, X. (2024). Understanding turbo codes: A signal processing study. *Journal of Information and Intelligence*, 2, 1-13. <https://doi.org/10.1016/j.jiixd.2023.10.003>
12. Takeuchi, K., Muller, RR., & Vehkaperä, M. (2011). A Construction of Turbo-Like Codes for Iterative Channel Estimation Based on Probabilistic Bias. In *2011 IEEE Global Telecommunications Conference - GLOBECOM 2011*, (pp. 1-5). <https://doi.org/10.1109/GLOCOM.2011.6133738>
13. Jin, X., Eckford, AW, & Fuja, TE. (2004). Analysis of Joint Channel Estimation and LDPC Decoding on Block Fading Channels. In *International Symposium on Information Theory and its Applications, ISITA2004*, (pp. 679-684). <https://doi.org/10.1109/ISIT.2004.1365412>
14. Berrou, C. (2010). Codes and Turbo Codes. Springer. <https://www.scribd.com/document/511006154/Codes-and-Turbo-Codes-C-Berrou-Springer-2010-BBS>
15. Vucetic, B., & Yuan, J. (2000). Turbo Codes. Principles and Applications. Springer Science. <https://doi.org/10.1007/978-1-4615-4469-2>

Стаття надійшла до редакції 14.03.2024 і прийнята до друку після рецензування 06.06.2024

The article was received 14.03.2024 and was accepted after revision 06.06.2024

**Курбет Павло Миколайович**

аспірант Інституту телекомунікацій та глобального інформаційного простору НАН України

**Адреса робоча:** бульвар Чоколівський, 13, м. Київ, Україна, 03186

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-0612-3859> **e-mail:** tovsba@gmail.com

**Руденок Олександр Анатолійович**

аспірант Інституту телекомунікацій та глобального інформаційного простору НАН України

**Адреса робоча:** бульвар Чоколівський, 13, м. Київ, Україна, 03186

ORCID ID: <https://orcid.org/0009-0009-6910-1823> **e-mail:** a\_rudenok@ukr.net