ПРОЦЕССЫ В СИСТЕМЕ «ОКЕАН-АТМОСФЕРА»

УДК 551.465

С.Г. Демышев, Н.В. Маркова, Г.К. Коротаев

Морской гидрофизический институт НАН Украины, г. Севастополь

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЦИРКУЛЯЦИИ В ЧЕРНОМ МОРЕ В СЕНТЯБРЕ 2005 г. ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ПАРАМЕТРИЗАЦИЯХ ТУРБУЛЕНТНОЙ ДИФФУЗИИ И ВЯЗКОСТИ ПО ВЕРТИКАЛИ

Приводится сравнение параметризаций вертикальной турбулентной вязкости и диффузии по формулам Филандера-Пакановского и модели Меллора-Ямады при численном моделировании динамики Черного моря в штормовой ситуации в сентябре 2005 г. При сильном ветре динамический отклик моря, при использовании параметризации Филандера-Пакановского, сосредоточен в приповерхностном 10-метровом слое, что приводит к нереальным скоростям течений. Показано, что параметризация Меллора-Ямады обеспечивает адекватное описание течений в верхнем слое моря и более быстрый отклик на атмосферное воздействие.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: *Черное море, гидродинамика, численное моделирование, турбулентная вязкость, диффузия, параметризация Филандера-Пакановского, Меллора-Ямады, атмосферный форсинг, квазитропический циклон.*

Введение. Правильное описание процессов, происходящих в верхнем перемешанном слое Черного моря, принципиально важно для адекватного воспроизведения морской термодинамики и, следовательно, для прогноза его состояния.

Формирование и эволюция верхнего слоя в модели динамики [1, 2] ранее описывались на основе аппроксимации Филандера-Пакановского [3]. В серии численных расчетов (например, в работе [2]) было показано, что в случае гладкой структуры атмосферных полей использование этого приближения оправданно. В то же время, при резких изменениях атмосферной ситуации аппроксимация Филандера-Пакановского приводит к неадекватным результатам. В первую очередь, это связано с тем, что в приближении Филандера-Пакановского, в отличие от параметризации Меллора-Ямады [4], при расчете коэффициентов турбулентности влияние атмосферного воздействия учитывается опосредованно, через число Ричардсона. Для реализации численной модели оперативного прогноза течений в море, когда необходимо учитывать реальную изменчивость атмосферного воздействия, такой недостаток должен быть преодолен.

Параметризация Меллора-Ямады 2.5 используется в численной модели динамики океана, разработанной в Принстонском университете [5]. Эта модель выписана в σ-системе координат и применяется для решения задач диагноза и прогноза состояния морской среды. В отличие от нее, в данной работе на основе подхода Меллора-Ямады реализована численная схема расчета коэффициентов турбулентной вязкости и диффузии для трехмерной модели оперативного прогноза течений в Черном море в z-системе координат. В работе [6] проведен анализ конечно-разностных аналогов уравнений для кинетической энергии турбулентности и макромасштаба турбулентности. На основе сопоставления результатов прогностических экспериментов с данными наблюдений выбрана лучшая аппроксимация слагаемого, описывающего генерацию энергии турбулентности.

Цель настоящей работы – провести сопоставление двух подходов [3, 4] для параметризации вертикальной турбулентной вязкости и диффузии. Для их сравнения были проведены численные эксперименты в период прохождения над юго-западной частью Черного моря интенсивного атмосферного циклона 25 – 29 сентября 2005 года. Он представлял собой мезомасштабный вихрь, который характеризовался небольшими горизонтальными размерами (порядка 100 км) и значительной орбитальной скоростью.

Проведено два численных прогностических эксперимента с различными параметризациями турбулентной вязкости и диффузии по вертикали и сопоставлены их результаты.

Постановка задачи. Уравнения модели. Система уравнений модели в приближении Буссинеска, гидростатики и несжимаемости морской воды имеет вид (ось z направлена вертикально вниз) [1]:

$$u_t - (\xi + f)v + wu_z = -g\rho_0\varsigma_x - \frac{1}{\rho_0}(P^1 + E)_x + (\nu_V u_z)_z - \nu_H \nabla^4 u\,, \qquad (1)$$

$$v_t + (\xi + f)u + wv_z = -g\rho_0\varsigma_y - \frac{1}{\rho_0}(P^1 + E)_y + (\nu_V v_z)_z - \nu_H \nabla^4 v\,, \qquad (2)$$

$$P = g\rho_0\varsigma + g\int_0^z \rho\, d\mu = g\rho_0\varsigma + P^1\,, \qquad (3)$$

$$u_x + v_y + w_z = 0\,, \qquad (4)$$

$$\varsigma_t + \int_0^H (u_x + v_y)\,dz = (Pr - Ev)/\rho_1\,, \qquad (5)$$

$$T_t + (uT)_x + (vT)_y + (wT)_z = -\kappa^H \nabla^4 T + (\kappa^T T_z)_z\,, \qquad (6)$$

$$S_t + (uS)_x + (vS)_y + (wS)_z = -\kappa^H \nabla^4 S + (\kappa^S S_z)_z\,, \qquad (7)$$

$$\rho = \alpha_1^T + \alpha_1^S S + \alpha_2^T T^2 + \alpha_2^S S^2 + \alpha^{TS} TS. \qquad (8)$$

Для расчета коэффициентов турбулентной вязкости и диффузии по вертикали используются два подхода. В первом (I) рассматривается аппроксимация Филандера-Пакановского [3], во втором (II) – параметризация Меллора-Ямады 2.5 [4].

В соответствии с приближением Филандера-Пакановского коэффициенты турбулентной вязкости и диффузии по вертикали имеют вид:

$$\begin{aligned} \nu &= \nu_0(1+Ri)^{-2}+\nu_1^V \ , \\ \kappa^S &= [(\nu_0(1+Ri)^{-2}+\nu_1](1+Ri)^{-1}+\kappa_1^S \ , \\ \kappa^T &= [(\nu_0(1+Ri)^{-2}+\nu_1](1+Ri)^{-1}+\kappa_1^T \ , \end{aligned} \qquad (9)$$

где $Ri=(g/\rho_0)\partial\rho/\partial z[(\partial u/\partial z)^2+(\partial v/\partial z)^2]$ – число Ричардсона, и в классическом варианте $\nu_0, \nu_1, \nu_1^V, \kappa^S, \kappa^T$ – известные постоянные.

Проведенные ранее специализированные расчеты [7] показали, что при большом числе Ричардсона минимальные значения коэффициентов турбулентной диффузии по вертикали для температуры и солености (κ^T, κ^S) должны зависеть от времени и от глубины.

В соответствии с теорией Меллора-Ямады 2.5 [4] для определения коэффициентов турбулентной вязкости и диффузии (ν^V, κ^V) необходимо знать кинетическую энергию турбулентности ($e^2/2$) и макромасштаб турбулентности (l), уравнения для которых записываются следующим образом:

$$\frac{de^2}{dt}=\frac{\partial}{\partial z}\left(\mu^V\frac{\partial e^2}{\partial z}\right)+2\nu^V\left[\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2+\left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2\right]+\frac{2g}{\rho_0}\kappa^V\frac{\partial\rho}{\partial z}-\frac{2e^3}{B_1 l}+\nu^e\nabla^4 e^2, \qquad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{d(e^2 l)}{dt} &= \frac{\partial}{\partial z}\left(\mu^V\frac{\partial(e^2 l)}{\partial z}\right)+lE_1\nu^V\left[\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2+\left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2\right]+ \\ &+\frac{lE_3 g}{\rho_0}\kappa^V\frac{\partial\rho}{\partial z}-\frac{e^3}{B_1}H+\nu^e\nabla^4(e^2 l), \end{aligned} \qquad (11)$$

где H – эмпирическая функция и E_1, E_3 – эмпирические константы.

Соответствующие соотношения для расчета коэффициентов имеют вид

$$\nu^V=leS_H, \quad \kappa^V=leS_M, \qquad (12)$$

где S_H, S_M – функции устойчивости, которые определяются из эмпирических соотношений [4].

Эта система уравнений должна быть дополнена соотношением для расчета μ^V :

$$\mu^V=leS_e, \qquad (13)$$

где эмпирическая константа S_e =0,2.

Поставим краевые условия для системы уравнений (1) – (11).

На поверхности при z = 0:

$$\nu_V u_z=-\tau^x, \ \nu_V v_z=-\tau^y, \ \kappa^T T_z=Q^T, \ \kappa^V S_z=\frac{Ev-Pr}{\rho_1}S_0+\beta(S^{cl}-S_0), \qquad (14)$$

$$e^2 = B_1^{2/3}\left[\left(\tau^x + \tau^y\right)/\rho_0^2\right]^{1/2}, \quad e^2 l = 0 \ . \tag{15}$$

На боковой границе ставится условие отсутствия потоков.

На дне при $z = H(x, y)$:

$$u = v = w = 0, \quad T_z = S_z = 0 \ . \tag{16}$$

$$e^2 = 0 \, , \quad e^2 l = 0 \ . \tag{17}$$

На твердых боковых стенках:

для меридиональных участков границы:

$$u = \nabla^2 u = v_x = \nabla^2 v_x = 0, \ T_x = (\nabla^2 T)_x = S_x = (\nabla^2 S)_x = 0 \, , \tag{18}$$

для зональных участков границы:

$$v = \nabla^2 v = u_y = \nabla^2 u_y = 0, \quad T_y = (\nabla^2 T)_y = S_y = (\nabla^2 S)_y = 0 \, . \tag{19}$$

На участках границы, где вода втекает, используются условия Дирихле:

для меридиональных участков:

$$u = u^p \, , \ \nabla^2 u = v_x = \nabla^2 v_x = 0 \, ,$$
$$T = T^p \, , \ S = S^p \, , \ (\nabla^2 T)_x = (\nabla^2 S)_x = 0 \, , \tag{20}$$

для зональных участков:

$$v = v^p \, , \quad \nabla^2 v = u_y = \nabla^2 u_y = 0 \, ,$$
$$T = T^p \, , \quad S = S^p \, , \quad (\nabla^2 T)_y = (\nabla^2 S)_y = 0 \, . \tag{21}$$

Для верхнебосфорского течения и для Керченского пролива, когда течение направлено из Черного моря в Азовское:

$$v = v^s \, , \quad \nabla^2 v = u_y = \nabla^2 u_y = 0,$$
$$T_x = 0, \quad S_x = 0, \quad (\nabla^2 T)_y = (\nabla^2 S)_y = 0 \, . \tag{22}$$

Для e^2 и $e^2 l$ на боковых границах ставится условие отсутствие потоков.

В выражениях (1 – 22) приняты следующие обозначения: u,v,w – компоненты вектора скорости, направленные вдоль осей x,y,z соответственно; $\xi = v_x - u_y$, $E = \rho_0 (u^2 + v^2)/2$, Pr – скорость выпадения осадков, Ev – скорость испарения воды с поверхности моря, ρ_1 – плотность морской воды, (τ^x, τ^y) – касательное напряжение трения ветра, Q^T– поток тепла, S_0 – поверхностная соленость, S^{cl} – климатическая соленость, β – параметр релаксации. Остальные обозначения общепринятые.

Смешанное краевое условие для солености (третье соотношение в (14)) вводится из следующих соображений. Проведенные специализированные эксперименты показали, что данные по осадкам и испарений содержат большие ошибки, и при интегрировании уравнений модели структура поля солености в верхнем слое моря искажается. Для предотвращения этого эффекта используется краевое условие (14), в котором ассимилируется климатическая соленость на поверхности. Релаксационный параметр β означает скорость приспособления модельного поля к климатическому. По результатам расчетов его значение выбрано равным 0,0011574 см $с^{-1}$, что соответствует скорости приблизительно 1м в сутки.

В (18) – (22) введены следующие обозначения: u^p, v^p, v^s– горизонтальные скорости в устьях рек (индекс p) и проливах (индекс s) соответственно; T^P, S^P – температура и соленость речных вод.

В качестве начальных полей при $t = t^0$ взяты трехмерные климатические поля Черного моря, соответствующие 25 сентября, полученные в работе [8]:

$$u = u^{cl}(x,y,z), \quad v = v^{cl}(x,y,z), \quad \varsigma = \varsigma^{cl}(x,y),$$
$$T = T^{cl}(x,y,z), \quad S = S^{cl}(x,y,z)\,, \tag{23}$$

$$e = e^0\,,\ l = l^0 \tag{24}$$

где индекс cl означает климатические поля из [8].

Система уравнений (1) – (11) с соответствующими краевыми (12)–(22) и начальными (23) – (24) условиями решалась численно.

Конечно-разностная формулировка модели. Конечно-разностная схема модели выписана на сетке *C* (терминология работы [5]). Она обладает вторым порядком аппроксимации по времени и, с точностью до равномерного шага, вторым – по пространству.

Из записанных в традиционной форме уравнений движения не следует схема, обладающая двумя квадратичными инвариантами в баротропном приближении для уравнений мелкой воды [9]. Поэтому используется запись уравнений движения в форме Громеки-Лэмба, которая позволяет получить разностную схему для уравнений движения, сохраняющую в баротропном приближении с точностью до аппроксимации по времени полную энергию и потенциальную энстрофию [9, 10].

При аппроксимации уравнения для возвышения свободной поверхности (ζ) была использована полунеявная схема [11], которая обеспечила возможность проведения расчетов с большим по сравнению, например, с моделью [12] шагом по времени.

При расчетах с высоким пространственным разрешением для достижения вихреразрешения необходимо было уменьшить трение для крупномасштабных и синоптических движений, для чего использовалось бигармоническое представление горизонтальной турбулентной вязкости и диффузии.

Окончательно дифференциально-разностная формулировка модели (дифференциальная по времени) имеет вид:

$$du_{i+1/2}/dt = [v,\xi]_{i+1/2} - \left(\overline{\overline{w}^x_{i+1/2}(\delta_z u_{i+1/2}) h_k}^z h_k^{-1} \right) - \quad , \tag{25}$$
$$- \delta_x \left(E_{i+1/2} + P_{i+1/2} \right) - \upsilon_H \nabla^4 u_{i+1/2} + \delta_z (\nu^u \delta_z u)$$

$$dv_{j+1/2}/dt = -[u,\xi]_{j+1/2} - \left(\overline{\overline{w}^y_{j+1/2}(\delta_z v_{j+1/2}) h_k}^z h_k^{-1} \right) - \quad , \tag{26}$$
$$- \delta_y \left(E_{j+1/2} + P_{j+1/2} \right) - \upsilon_H \nabla^4 v_{j+1/2} + \delta_z (\nu^v \delta_z v)$$

$$P = g\rho_0 \zeta + g \sum_{l=1}^{k} \rho_{l+1/2} h_{l+1/2} = g\rho_0 \zeta + P', \tag{27}$$

$$\delta_x u + \delta_y v + \delta_z w = 0, \tag{28}$$

$$d\varsigma / dt + \sum_k (\delta_x u + \delta_y v) h_k = (Pr - Ev)/\rho_1, \tag{29}$$

$$dT/dt + \delta_x (F_u^T) + \delta_y (F_v^T) + \delta_z (F_w^T) = \delta_z (\kappa^T \delta_z T) - \kappa_H \nabla^2_{xy} (\nabla^2_{xy} T), \tag{30}$$

$$dS/dt + \delta_x (F_u^S) + \delta_y (F_v^S) + \delta_z (F_w^S) = \delta_z (\kappa^S \delta_z S) - \kappa_H \nabla^2_{xy} (\nabla^2_{xy} S), \tag{31}$$

$$\rho = \rho_0 + \alpha_1^T T + \alpha_1^S S + \alpha_2^T T^2 + \alpha^{ST} ST. \tag{32}$$

В уравнениях (25) – (32) целочисленные значения индексов опущены и использованы разностные операторы (по осям y, z – аналогично).

$$\overline{\varphi}^x_{i,j,k} = \frac{\varphi_{i+1/2,j,k} + \varphi_{i-1/2,j,k}}{2},$$
$$\delta_x \varphi_{i,j,k} = \frac{\varphi_{i+1/2,j,k} - \varphi_{i-1/2,j,k}}{h_x}, \quad \nabla^2_{x,y} \varphi_{i,j,k} = \delta_x^2 \varphi_{i,j,k} + \delta_y^2 \varphi_{i,j,k}.$$

В дискретных уравнениях использованы следующие обозначения. В соответствии с работами [9, 10] горизонтальная адвекция в уравнениях (25), (26) расписывается следующим образом:

$$[v,\xi]_{i+1/2,j,k} = -\overline{\overline{v_{i+1/2,j}}^y \, \overline{\xi_{i+1/2,j}}^{xy}}^x + \frac{1}{12} \{ [\delta_x (u_{i+1/2,j} \delta_y \overline{\xi_{i+1/2,j}}^x)] -$$
$$- \frac{1}{24} [u_{i+1/2,j} \delta_x \delta_y \overline{\xi_{i+1/2,j}}^x] - [v_{i+1,j+1/2} \delta_y \overline{\xi_{i+1,j}}^x + v_{i,j-1/2} \delta_y \overline{\xi_{i,j}}^x + \quad , \tag{33a}$$
$$+ v_{i+1,j-1/2} \delta_x \overline{\xi_{i+1,j}}^y + v_{i,j+1/2} \delta_x \overline{\xi_{i,j}}^y]\}$$

$$[u,\xi]_{i,j+1/2,k} = \overline{\overline{u_{i,j+1/2}}^{x} \overline{\xi_{i,j+1/2}}^{xy}}^{y} + \frac{1}{12}\{[\delta_y(v_{i,j+1/2}\delta_x \overline{\xi_{i,j+1/2}}^{y})]-$$

$$-\frac{1}{24}[v_{i,j+1/2}\delta_x\delta_y \overline{\xi_{i,j+1/2}}^{y}]-[u_{i+1/2,j+1}\delta_x \overline{\xi_{i,j+1}}^{y} + u_{i-1/2,j}\delta_x \overline{\xi_{i,j}}^{y} + \quad . \qquad (33б)$$

$$+u_{i-1/2,j+1}\delta_y \overline{\xi_{i,j+1}}^{x} + u_{i+1/2,j}\delta_y \overline{\xi_{i,j}}^{x}]\}$$

В случае нелинейного уравнения (8) выполнение закона сохранения полной энергии достигается специальной аппроксимацией уравнения гидростатики [10]. Тогда плотность в уравнении (20) аппроксимируется следующим образом

$$\begin{aligned}\rho_{i,j,k+1.2} &= [\alpha_1^T\left(T_{i,j,k+1}+T_{i,j,k}\right)+\alpha_1^S\left(S_{i,j,k+1}+S_{i,j,k}\right)+ \\ &+\alpha^{TS}\left(T_{i,j,k}S_{i,j,k+1}+T_{i,j,k+1}S_{i,j,k}\right)]\,0{,}5+ \quad +\alpha_2^T T_{i,j,k+1}T_{i,.j,k}.\end{aligned} \qquad (34)$$

При использовании приближения Филандера-Пакановского коэффициенты турбулентной вязкости и диффузии по вертикали аппроксимируются в соответствии с соотношениями (17):

$$\begin{aligned}&\nu^u_{i+1/2,j,k} = \nu_0(1+Ri_{i+1/2,j,k})^{-2}+\nu_1^V,\ \nu^v_{i,j+1/2,k} = \nu_0(1+Ri_{i,j+1/2,k})^{-2}+\nu_1^V, \\ &\kappa^S_{i,j,k} = [(\nu_0(1+Ri_{i,j,k})^{-2}+\nu_1](1+Ri_{i,j,k})^{-1}+(\kappa_1^S)_k, \\ &\kappa^T_{i,j,k} = [(\nu_0(1+Ri_{i,j,k})^{-2}+\nu_1](1+Ri_{i,j,k})^{-1}+(\kappa_1^T)_k.\end{aligned} \qquad (35)$$

Заметим, что u и v расписаны в разных относительно друг друга точках, поэтому и коэффициенты вязкости по вертикали ν^u, ν^v определены в (25), (26) соответствующим образом. Коэффициенты κ_1^S и κ_1^T кроме вертикальной координаты зависят также и от времени. Они подбирались для каждого месяца на основе специализированных численных экспериментов [7].

Разностные аналоги уравнений (10), (11) с учетом неявного представления по времени диффузионного члена имеют вид [4, 6]

$$\begin{aligned}&\frac{\hat{e}^{n+1}_{k+1/2}-\hat{e}^{n-1}_{k+1/2}}{2\tau}+\delta_x(\overline{u^n_{k+1/2}}^{z}\,\hat{e}^n_{k+1/2})+\delta_y(\overline{v^n_{k+1/2}}^{z}\,\hat{e}^n_{k+1/2})+ \\ &+\delta_z(\overline{w^n_{k+1/2}}^{z}\,\hat{e}^n_{k+1/2}) = \delta_z\left[(\mu^V_{k+1/2})^{n-1}\delta_z(\hat{e}^{n+1}_{k+1/2})\right]+ \\ &+2(\tilde{\nu}^V_{k+1/2})^{n-1}\left\{\left[\delta_z\left(\overline{u^{n-1}_{k+1/2}}^{x}\right)\right]^2+\left[\delta_z\left(\overline{v^{n-1}_{k+1/2}}^{y}\right)\right]^2\right\}+ \\ &+\frac{2g}{\rho_0}(\tilde{\kappa}^V_{k+1/2})^{n-1}\delta_z(\rho^{n-1}_{k+1/2})-\frac{2\hat{e}^{n+1}_{k+1/2}(\hat{e}^{n-1}_{k+1/2})^{3/2}}{B_1\Lambda^{n-1}_{k+1/2}}+ \\ &+\nu^e(\delta_x^4\hat{e}^{n-1}_{k+1/2}+2\delta_x^2\delta_y^2\hat{e}^{n-1}_{k+1/2}+\delta_н^4\hat{e}^{n-1}_{k+1/2}),\end{aligned} \qquad (36)$$

$$
\frac{\Lambda^{n+1}_{k+1/2} - \Lambda^{n-1}_{k+1/2}}{2\tau} + \delta_x(\overline{u^n_{k+1/2}}^z \Lambda^n_{k+1/2}) + \delta_y(\overline{v^n_{k+1/2}}^z \Lambda^n_{k+1/2}) +
$$
$$
+ \delta_z(\overline{w^n_{k+1/2}}^z \Lambda^n_{k+1/2}) = \delta_z\left[(\mu^V_{k+1/2})^{n-1}\delta_z(\Lambda^{n+1}_{k+1/2})\right] +
$$
$$
+ l^{n-1}_{k+1/2} E_1 (\tilde{\nu}^V_{k+1/2})^{n-1} \left\{ \left[\delta_z\left(\overline{u^{n-1}_{k+1/2}}^x\right)\right]^2 + \left[\delta_z\left(\overline{v^{n-1}_{k+1/2}}^y\right)\right]^2 \right\} + \tag{37}
$$
$$
+ \frac{l^{n-1}_{k+1/2} E_3 g}{\rho_0} (\tilde{\kappa}^V_{k+1/2})^{n-1} \delta_z(\rho^{n-1}_{k+1/2}) - \frac{\Lambda^{n+1}_{k+1/2}(\hat{e}^{n-1}_{k+1/2})^{3/2}}{B_1 \Lambda^{n-1}_{k+1/2}} H_{k+1/2} +
$$
$$
+ \nu^e(\delta^4_x \Lambda^{n-1}_{k+1/2} + 2\delta^2_x \delta^2_y \Lambda^{n-1}_{k+1/2} + \delta^4_н \Lambda^{n-1}_{k+1/2}),
$$

где n – временной уровень и τ – шаг по времени.

Здесь введены следующие обозначения:

$$
\hat{e}^n_{k+1/2} = (e^2)^n_{k+1/2}, \quad \Lambda^n_{k+1/2} = (le^2)^n_{k+1/2}, \quad l^n_{k+1/2} = \frac{\Lambda^n_{k+1/2}}{\hat{e}^n_{k+1/2}}. \tag{38}
$$

В работе [6] анализировались различные аппроксимации коэффициентов ν^V, κ^V и μ^V. На основе сопоставления с данными наблюдений результатов численных экспериментов была выбрана следующая аппроксимация:

$$
(\tilde{\nu}^V_k)^n = \overline{l^n_k}^z \, \overline{\hat{e}^n_k}^z (S_H)^n_k, \; (\tilde{\kappa}^V_k)^n = \overline{l^n_k}^z \, \overline{\hat{e}^n_k}^z (S_M)^n_k, \; (\mu^V_k) = \overline{l^n_k}^z \, \overline{\hat{e}^n_k}^z S_l \,. \tag{39}
$$

В уравнениях (36), (37) преобразовано предпоследнее слагаемое в правых частях [5]. Цель такого преобразования заключается в следующем. Нетрудно видеть, что эти разностные уравнения сводятся к уравнениям прогонки. Условием их разрешимости является свойство диагонального преобладания. Преобразование последних членов этих уравнений приводит к усилению этого свойства и, следовательно, к повышению устойчивости решения конечно-разностной задачи.

Для анализа численных расчетов необходимо указать на особенность аппроксимаций коэффициентов турбулентности в уравнениях движения и адвекции-диффузии тепла и соли. В соответствии с распределением переменных на сетке C компоненты горизонтальной скорости u и v рассчитываются для разных относительно друг друга узлов. Поэтому, строго говоря, коэффициенты вертикального турбулентного обмена в конечно-разностных аналогах уравнений движения должны быть определены для различных точек сеточной области. В уравнении для u-компоненты ν^V аппроксимируются в точках (i+1/2, j, k+1/2), а в уравнении для v – в точках (i, j+1/2, k+1/2). Поэтому в уравнениях движения они имеют вид:

$$\nu_{i+1/2,j,k}^{V} = \overline{\tilde{\nu}_k^V}^{x}, \qquad \nu_{i,j+1/2,k}^{V} = \overline{\tilde{\nu}_k^V}^{y}.$$

В свою очередь, коэффициент вертикальной турбулентной диффузии определяется в точках $(i, j, k+1/2)$.

Атмосферные условия в конце сентября 2005 г. над Черным морем. Для анализа эффективности параметризации Меллора-Ямады при расчетах течений в период интенсивного атмосферного воздействия был выбран конец сентября 2005 года. В этот период над Черным морем наблюдался квазитропический циклон, который характеризовался небольшими горизонтальными размерами (порядка 100 км) и значительной орбитальной скоростью [14].

Эволюция вихря характеризовалась тремя стадиями [14].

Начальная стадия развития циклона – с 0 ч 25 сентября до 12 ч 26 сентября, при которой его радиус составлял 100 – 115 км и максимальная скорость приводного ветра достигала 15 м/с. В его горизонтальной структуре наблюдалась сильная асимметрия с отчетливо выраженными спиральными рукавами неправильной формы.

На втором этапе (с 12 ч 26 сентября до 12 ч 27 сентября) имело место быстрое развитие циклона, когда скорость ветра достигла 24 м/с, а радиус уменьшился до 65 км. Он принял осесимметричную форму.

На третьей стадии (с 12 ч 27 сентября до 12 ч 28 сентября) циклон сохранял квазистационарный характер. Он немного усилился и принял практически круговую форму с радиусом 65 км. Скорость ветра превышала 30 м/с.

В качестве примера на рис. 1 приведено приводное поле ветра в период наиболее интенсивного развития атмосферного вихря [15]. На последней стадии с 12 ч 28 сентября до 0 ч 29 сентября циклон быстро затухал, начал приближаться к берегу и вышел на сушу.

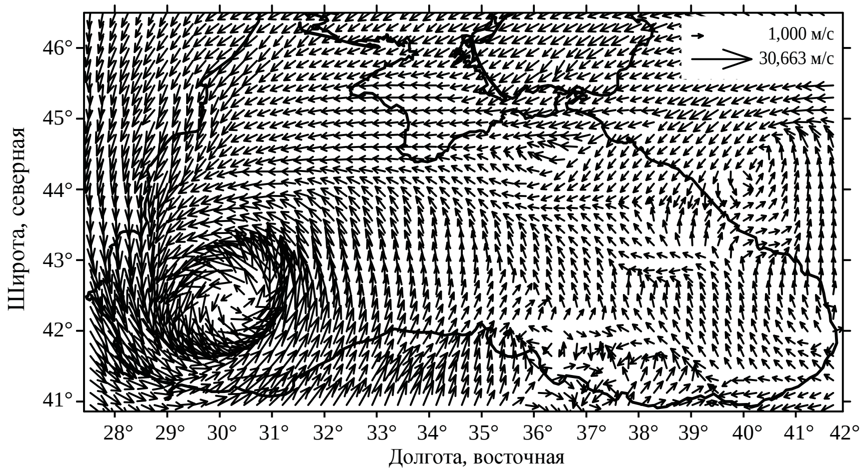

Рис. 1. Поле ветра над Черным морем 27 сентября 2005 г.

Параметры модели. По горизонтали использовано разрешение (5×5) км, по вертикали расчет проводился на 45 горизонтах с глубинами от 2,5 до 2 100 м. В первом эксперименте шаг по времени составлял 5 минут, во втором – 1 минуту. Уменьшение шага по времени во втором расчете обусловлено большими значениями коэффициентов турбулентной вязкости и диффузии при использовании подхода Меллора-Ямады. Так как при больших значениях коэффициентов турбулентности необходимо было значительно уменьшать шаг по времени, то было введено ограничение, равное 500 см^2/с, которое было получено на основе анализа результатов предварительных специализированных численных экспериментов. В точках, где это значение могло быть превышено, использовалась процедура конвективного перемешивания.

На поверхности моря задается напряжение трения ветра, полученное на основе региональной модели *MM5* (*Fifth-Generation Penn State /NCAR Mesoscale Model, NCAR – National Centers of Atmospheric Research*) [16] в отделе взаимодействия атмосферы и океана Морского гидрофизического института НАН Украины [15]. Данные по ветру поступали каждый час с 0 ч 25 сентября по 12 ч 29 сентября, и затем они линейно интерполировались на каждый шаг по времени.

Для задания краевых условий для уравнений переноса-диффузии тепла и соли использовались данные о потоках тепла, осадках и испарений на поверхности моря из работы [17], параметры рек и проливов – из справочно-монографического пособия [18].

Значение коэффициента горизонтального обмена импульсом равнялось 5×10^{17} см^4/с, коэффициент горизонтальной диффузии в уравнениях адвекции-диффузии тепла и соли – $\kappa_H = 10^{16}$ см^4/сce . 10^{16} см^4/сек.

В качестве начальных полей использовались климатические поля температуры, солености и скорости на 0 ч 25 сентября, полученные в [8]. Срок интегрирования уравнений модели в обоих расчетах составлял 5 суток: с 0 ч 25 сентября по 12 ч 29 сентября 2005 года. Проведено 2 эксперимента: в первом для расчета коэффициентов вертикальной турбулентной вязкости и диффузии использовалась параметризация Филандера-Пакановского, во втором – Меллора-Ямады 2.5.

Результаты численных расчетов. Рис. 2 демонстрирует поведение средней по горизонтам кинетической энергии в двух экспериментах. В первом варианте кинетическая энергия на поверхности моря (горизонт 2,5 м) значительно превышает свои значения во втором расчете, где она распределяется достаточно равномерно по глубине. Значения E на первом горизонте (см. рис. 2, *а*) превышают её значения во втором эксперименте в 3 – 4 раза (см. рис. 2, *б*), что обусловлено слабым перемешиванием по вертикали при использовании приближении Филандера-Пакановского. В свою очередь, непосредственный учет касательного напряжения трения ветра в параметризации Меллора-Ямады приводит к большим вертикальным коэффициентам вязкости, что обеспечивает быстрое перемешивание в верхнем слое моря.

25 – 26 сентября в результате действия ветра в западной части моря наблюдалось усиление циклонического круговорота и формирование в поле уровня пограничного слоя у западного побережья, где его значения достигали 22 см. В зону циклонического вращения вод были вовлечены воды Основного черноморского течения (ОЧТ), начиная от болгарского побережья (на северо-западе) и до центральной части турецкого Анатолийского побережья (на юго-востоке). В дальнейшем усиление ветра привело к значительной интенсификации течений в западной части моря и затем к формированию мощного циклонического вихря, в котором понижение уровня достигло 30 см, и совпадающим с центром западного циклонического круговорота (рис. 3).

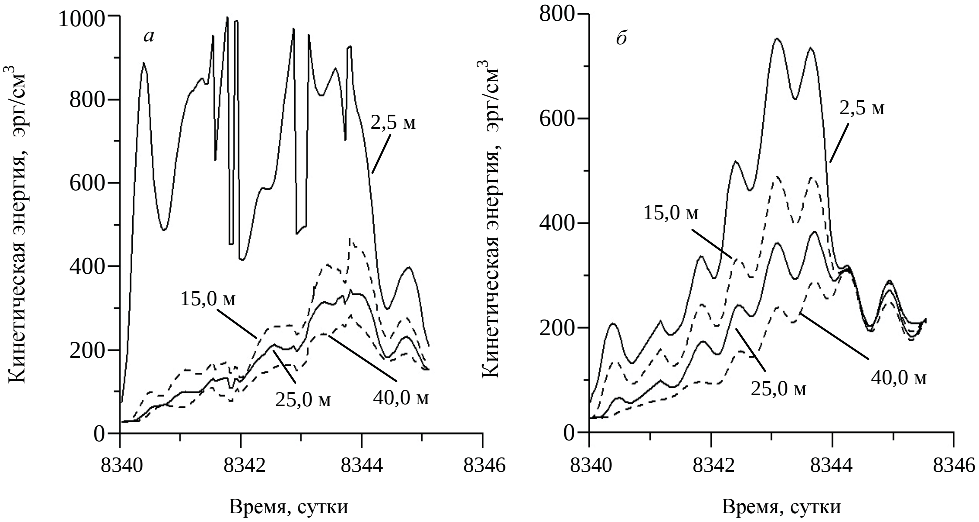

Рис. 2. Средняя по горизонтам кинетическая энергия: *а* – в эксперименте I; *б* – в эксперименте II.

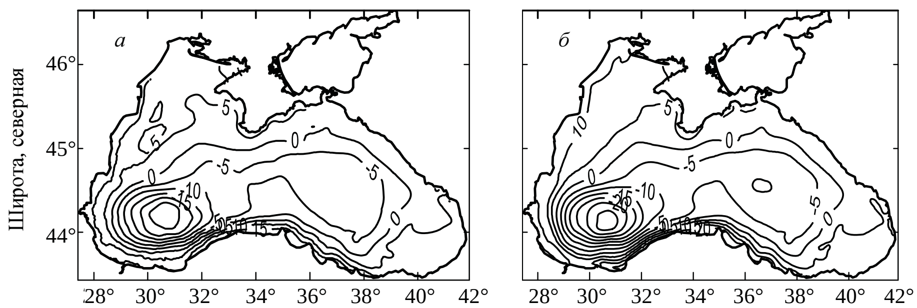

Рис. 3. Поле уровня (см) в 12 ч 28 сентября: *а* – в эксперименте I; *б* – в эксперименте II.

К этому времени в поле уровня сохранялся интенсивный западный пограничный слой, который в первом варианте выражен более ярко. Значительно усилилось ОЧТ на западе рассматриваемой области и вдоль Анатолийского побережья, в то время как мощность восточного циклонического круговорота не изменилась.

При использовании параметризации Филандера-Пакановского 25 – 26 сентября максимальная скорость на поверхности моря превысила 256 см/с (см. рис. 4 , *а*), во втором эксперименте – максимальная скорость равна 113 см/с (см. рис. 4 , *б*). Во втором варианте в результате интенсивного перемешивания за сутки в верхнем 15-метровом слое количественные отличия в скорости по глубине составили несколько сантиметров. В то время как в первом расчете наибольшие скорости наблюдались на поверхности моря, и уже на 10 м они уменьшились примерно на 65 %. В циклоническом круговороте на горизонте 20 м скорости во втором расчете по сравнению с первым вариантом больше примерно в два раза. Они составили 50 – 100 см/с, тогда как в первом эксперименте – 20 – 60 см/с.

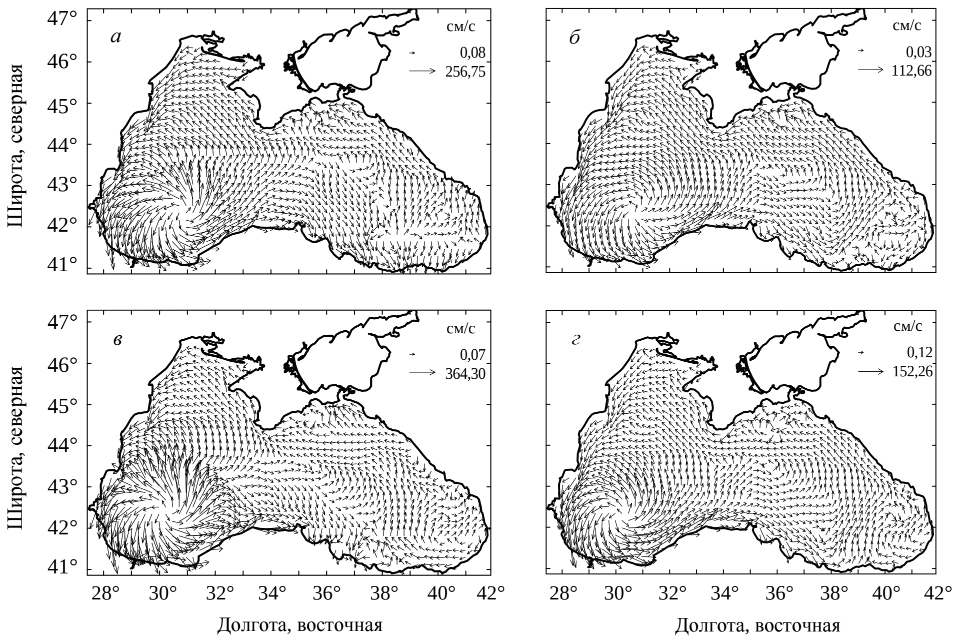

Рис. 4. Течения на верхнем расчетном горизонте 2,5 м
в 12 ч 26 сентября: *а* – в эксперименте I, *б* – в эксперименте II;
в 12 ч 27 сентября: *в* – в эксперименте I, *г* – в эксперименте II.

Своей наибольшей мощности квазитропический циклон достиг 27 – 28 сентября, что привело к интенсивным процессам перемешивания в верхнем слое моря и подъему глубинных вод. В первом эксперименте максимальные скорости на поверхности достигали нереальных значений – 364 см/с (см. рис. 4, *в*). Причем осреднение за сутки, проведенное для фильтрации инерционных колебаний, привело к незначительным изменениям этих величин. В тоже время, использование параметризации Меллора-Ямады обеспечило гораздо более интенсивное перемешивание, вследствие которого кинетическая энергия перераспределилась более равномерно по глубине, и скорости на поверхности моря, например, не превышали 153 см/с (см. рис. 4, *г*).

На глубине 20 м количественные отличия между двумя вариантами меньше (см. рис. 5, *а*, *б*), хотя наблюдалась более упорядоченная структура течений в варианте II (см. рис. 5, *б*). В этот период квазитропический циклон принял осесимметрическую форму, чему в большей степени соответствовало поведение течений в верхнем слое моря во втором варианте расчетов (см. рис. 5, *б*).

При использовании параметризации Меллора-Ямады скорости на поверхности в области вихря ниже более чем в два раза по сравнению с экспериментом I. В первом эксперименте наибольшие скорости (превышающие 250 см/с) наблюдались по периферии вихря. В обоих вариантах вдоль западного берега сформировалось узкое струйное течение, скорости в котором достигали 100 см/с. Наибольшие скорости, превышающие 150 см/с, во втором расчете имели место в нескольких точках во вдольбереговом течении.

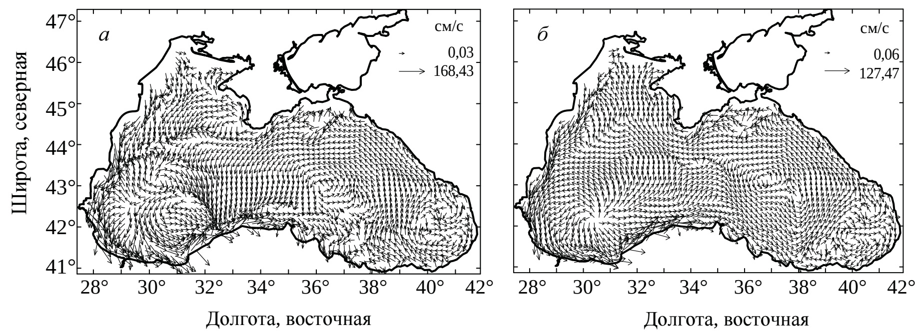

Рис. 5. Течения на горизонте 20 м в 12 ч 27 сентября: *а* – в эксперименте I; б – в эксперименте II.

В подповерхностном слое моря (примерно до 50 м) в области циклонического вихря скорости в эксперименте II больше по сравнению с первым расчетом примерно на 6 – 7 %, что свидетельствует о более сильном перемешивании и соответствующем перераспределении кинетической энергии по глубине. Анализ течений по глубине показал, что по сравнению с первым вариантом, при использовании параметризации Меллора-Ямады наблюдались большие скорости в области циклона, и меньшие в ОЧТ.

Рис. 6 демонстрирует структуру поля течений на 29 сентября, когда квазитропический циклон покинул акваторию Черного моря. К этому времени значительно уменьшилась скорость в первом расчете (примерно в несколько раз), тогда как во втором эксперименте ее уменьшение составило 15 – 20 % по сравнению со скоростью на 28 сентября. Рис. 6, *б* демонстрирует более упорядоченную структуру течений, как в области циклонического круговорота, так и вдоль Анатолийского побережья. Эта особенность характерна для верхнего слоя, где в первом эксперименте накапливалась энергия, поступающая из атмосферы. Видимо, в этом случае ее диссипация обеспечивалась образованием мелкомасштабных образований, которые создали нерегулярную картину в западной части бассейна (см. рис. 6, *а*). Во втором расчете ее распределение по глубине имело гораздо более равномерный характер, и, видимо, поэтому горизонтальные течения имели гладкую структуру.

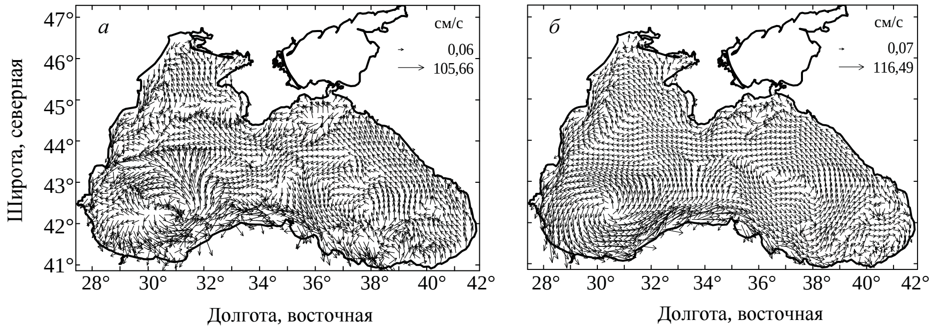

Рис. 6. Течения на горизонте 10 м в 12 ч 29 сентября: *а* – в эксперименте I; *б* – в эксперименте II.

В результате действия атмосферного циклона в западной части циклонического круговорота значительно усилился процесс подъема холодных и соленых глубинных вод. В период 25 – 26 сентября в обоих экспериментах процесс подъема вод реализовывался достаточно схоже. Заметные различия наблюдались 27 сентября (см. рис. 7). В первом расчете (см. рис. 7, *а*) холодный промежуточный слой (ХПС) приблизился к поверхности моря, что свидетельствует о преобладании процессов вертикальной адвекции над диффузией. Во втором расчете (см. рис. 7, *б*) наблюдался разрыв ХПС, и слой теплой приповерхностной воды в области развивающегося циклонического вихря имел толщину 20 – 25 м. Следовательно, при использовании параметризации Меллора-Ямады в случае интенсивного ветра процессы диффузии преобладают над с вертикальной адвекцией. Резкое усиление атмосферного циклона произошло в период с 12 ч 26 сентября до 12 ч 27 сентября.

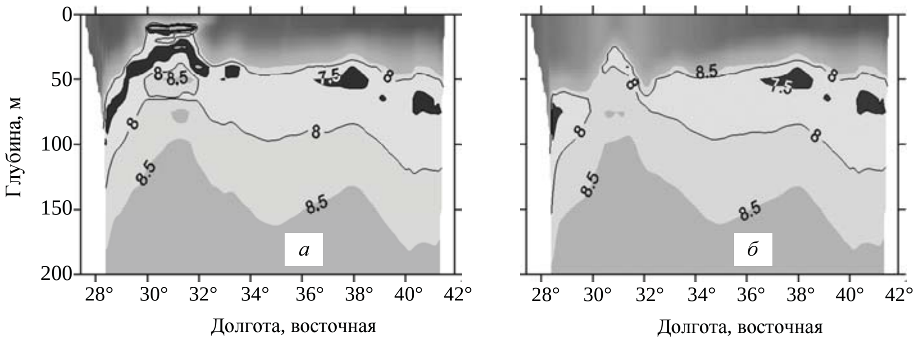

Рис. 7. Зональный разрез в поле температуры (°С) вдоль параллели 42°с.ш. 27 сентября 2005 г.: *а* – в эксперименте I; *б* – в эксперименте II.

В первом расчете ХПС 28 сентября вышел на поверхность, и температура поверхностных вод в центре циклонического круговорота составила +8 °С. Во втором эксперименте продолжился интенсивный процесс диффузии, что привело к увеличению области разрыва ХПС. Рис. 8 демонстрируют указанные процессы в обоих вариантах расчета. В первом расчете на поверхность моря вышел холодный промежуточный слой (см. рис. 8, *а*), во втором – наряду с подъемом вод имело место мощное перемешивание, которое привело к попаданию на поверхность моря вод, лежащих ниже ХПС (см. рис. 8, *б*).

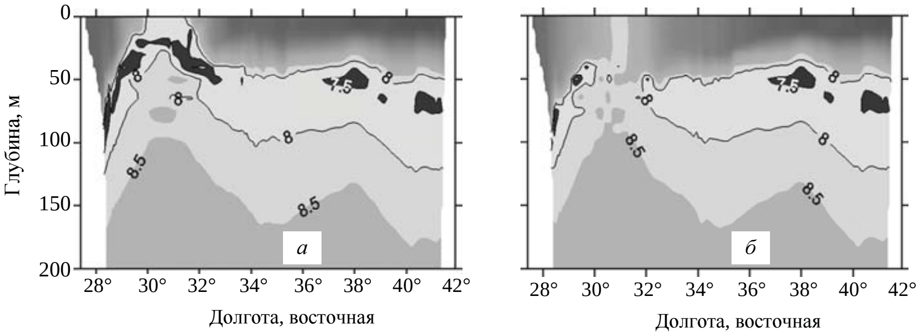

Рис. 8. Зональный разрез в поле температуры (°С) вдоль параллели 42°с.ш. 29 сентября 2005 г.: *а* – в эксперименте I; *б* – в эксперименте II.

Процесс подъема воды в центре вихря сопровождался опусканием теплых вод по его периферии. Скорость опускания теплых вод во втором расчете – примерно 10 м в сутки, что привело к увеличению толщины верхнего перемешанного слоя 28 сентября до 60 м.

Сложная штормовая ситуация, вызванная атмосферным циклоном, привела к приостановке навигации в юго-восточной части Черного моря на несколько суток. Получить информацию о гидрофизических параметрах контактными методами в это время не представлялось возможным. Поэтому результаты численных экспериментов в период прохождения циклона могут быть подтверждены только данными спутниковых измерений.

Поверхностная структура модельной температуры (см. рис. 9, *а*) соответствует спутниковым измерениям (см. рис. 9, *б*). Область холодной воды с температурой в центре ниже +8,5 °С наблюдалась в области циклонического вихря 28 и 29 сентября и сохраняла свое местоположение ко времени выхода циклона за пределы акватории Черного моря.

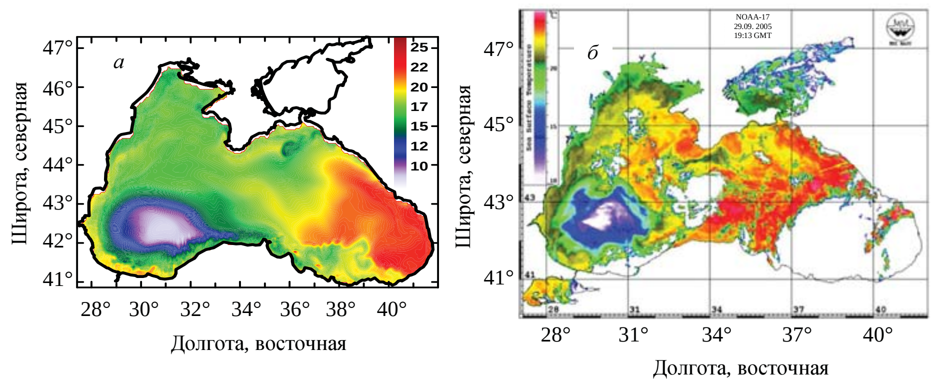

Рис. 9. Поле температуры (в °С) на поверхности моря 29 сентября 2005 г.: *а* – по результатам эксперимента II; *б* – по спутниковым данным.

В результате расчета получено качественное соответствие в структуре поверхностной температуры и главной ее особенности – области холодной воды на западе моря. Так как в этих расчетах ассимиляция натурных данных в модели не проводилась, и атмосферные потоки тепла задавались климатические, то наблюдаются количественные отличия от спутниковой температуры.

В поле солености заметные изменения между двумя расчетами произошли к 27 сентября (рис. 10). В результате действия сильной диффузии в приповерхностном слое и подъема вод в нижних слоях моря во втором варианте в слое 20 – 40 м наблюдался более обостренный халоклин (см. рис. 10).

В дальнейшем процесс диффузии привел к тому, что на поверхности моря во втором расчете 29 сентября сформировались воды с соленостью, превышающей 19,5 ‰, что соответствует климатической солености на глубине 70 – 80 м. В первом эксперименте в центре циклонического вихря вода имела соленость, не превышающую 19,2 ‰.

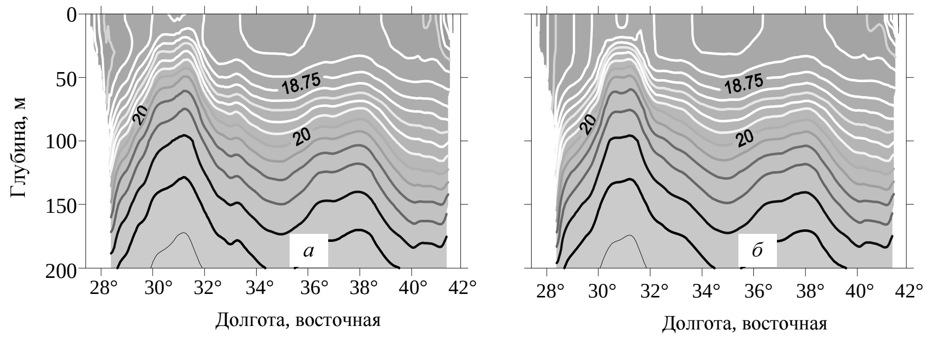

Рис. 10. Зональный разрез в поле солености (в ‰) вдоль параллели 42°с.ш. 27 сентября 2005 г.: *а* – в эксперименте I; *б* – в эксперименте II.

Заключение. Проведенные расчеты показали преимущество использования параметризации Меллора-Ямады по сравнению с подходом Филандера-Пакановского, по крайней мере, в период интенсивного атмосферного воздействия. При сильном ветре динамический отклик моря в первом расчете сосредоточен в тонком верхнем 10-метровом слое, что приводит к нереальным скоростям течений и, как следствие, к неадекватной адвекции в полях температуры и солености. Это, в свою очередь, может повлиять на перестройку поля плотности и привести тем самым к увеличению ошибки прогноза течений в морском бассейне.

Параметризация Меллора-Ямады обеспечивает непосредственный отклик на атмосферное воздействие. При сильном ветре в верхнем слое моря за счет большого вертикального коэффициента турбулентной вязкости развивается интенсивное перемешивание.

Анализ кинетической энергии по глубине показал, что в области циклонического вихря в первом расчете она может превышать свои значения во втором эксперименте на один-два порядка. Объяснение такой значительной разнице может быть следующее. Отличие между двумя расчетами заключается в коэффициентах турбулентной вязкости и диффузии по вертикали. Поэтому изменение кинетической энергии обусловлено слагаемым, описывающим перераспределение энергии за счет трения по вертикали. Приток энергии от ветра зависит от напряжения трения ветра, которые в обоих расчетах одинаковы, и от скорости течений на поверхности моря. Диссипация энергии за счет трения о дно в обоих вариантах мала. Можно предположить, что большая разница в значениях энергии обусловлена потерей энергии за вертикального внутреннего трения, величина которого впрямую зависит от значения коэффициента вязкости, а он на один-два порядка больше во II расчете. Поэтому во II эксперименте значения скорости в верхнем слое в области вихря составляли величину около 100 см/с, в отличии от I расчета, где они превысили 200 см/с. В I эксперименте по сравнению со II расчетом наблюдались большие скорости в ОЧТ и меньшие – в циклоническом вихре.

Накапливание значительной части энергии в тонком верхнем слое в первом (I) расчете привело к тому, что после ослабления ветра в поле скорости сформировались мезомасштабные особенности, которые обеспечивали сток энергии в малые масштабы, но искажали общую структуру циркуляции. Во втором (II) расчете на протяжении всего периода интегрирования поддерживалась осесимметричная форма циклона и узкий струйный вид ОЧТ, что представляется более адекватной картиной течений.

Параметризация Меллора-Ямады обеспечивает более быстрый по сравнению с приближением Филандера-Пакановского динамический отклик на действие ветра. Об этом косвенно свидетельствует структура сформировавшегося вихря на 28 сентября, которая соответствует изменению формы квазитропического циклона в этот период.

В тоже время необходимо отметить, что нет надежных данных наблюдений, с которыми можно было бы сравнить результаты расчетов. Спутниковая температура поверхности моря свидетельствует о выходе холодных вод нижележащих слоев моря, которая характерна для обоих расчетов. Точность ее измерений составляет примерно 0,5 ºС, что соответствует разнице в температуре в центре вихря между двумя вариантами.

Список литературы

1. *Демышев С.Г., Коротаев Г.К.* Численная энергосбалансированная модель бароклинных течений океана на сетке С // Численные модели и результаты калибровочных расчетов течений в Атлантическом океане. – М.: ИВМ РАН, 1992. – С. 163-231.
2. *Демышев С.Г., Кныш В.В., Коротаев Г.К.* Численное моделирование сезонной изменчивости гидрофизических полей Черного моря // Морской гидрофизический журнал. – 2002. – № 3. – С. 12-26.
3. *Pacanowski R.C., Philander S.G.H.* Parameterization of vertical mixing in numerical models of tropical oceans // J. Phys. Oceanogr. – 1981. – Vol. 11, № 11. – P. 1443-1451.
4. *Mellor G.L., Yamada T.* Development of a turbulence close model for geophysical fluid problems // Rev. Geophys. Space Phys. – 1982. – Vol. 20. – P. 851-875.
5. *Mellor G.L., Yamada T.* Users Guide for Three-Dimensional Primitive Equation Numerical Ocean Model // Available on the Princeton Ocean Model. [Электронный ре-

сурс]. http://www.aos.princeton.edu/WWWPUBLIC/htdocs.pom/ (Последнее обращение 25.08.2012).

6. *Демышев С. Г.* Исследование чувствительности параметризации Меллора-Ямады к выбору конечно-разностных аналогов в численной трехмерной модели оперативного прогноза течений в Черном море // Морской гидрофизический журнал. – 2010. – № 3. – С. 29-39.
7. *Демышев С.Г., Кныш В.В., Коротаев Г.К.* Численное моделирование сезонной изменчивости гидрофизических полей Черного моря // Морской гидрофизический журнал. – 2002. – № 3. – С. 12-26.
8. *Демышев С.Г., Иванов В.А., Маркова Н.В., Черкесов Л.В.* Построение поля течений в Черном море на основе вихреразрешающей модели с ассимиляцией климатических полей температуры и солености // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа. – Севастополь: НПЦ «ЭКОСИ-Гидрофизика». – 2007. – Вып. 15. – С. 215-226.
9. *Arakawa A., Lamb V.R.* A potential enstrophy and energy conserving scheme for the shallow water equation // Mon. Wea. Rev. – 1981. – Vol. 109, №1. – P. 18-36.
10. *Демышев С.Г.* Аппроксимация силы плавучести в численной модели бароклинных течений океана // Известия РАН: Физика атмосферы и океана. – 1998. – Том 34, № 3. – С. 404-412.
11. *Демышев С.Г.* Численные эксперименты по сопоставлению двух конечно-разностных схем для уравнений движения в дискретной модели гидродинамики Черного моря // Морской гидрофизический журнал. – 2005. – № 5. – С. 47-59.
12. *Яковлев Н.Г.* Численная модель и предварительные результаты расчетов по воспроизведению летней циркуляции вод Карского моря. // Известия РАН: Физика атмосферы и океана. – 1996. – Том 32, № 5. – С. 714-723.
13. *Морской* портал НКАУ. [Электронный ресурс]. http://dvs.net.ua (Последнее обращение 10.05.2012).
14. *Ефимов В.В, Станичный С.В., Шокуров М.В., Яровая Д.А.* Наблюдения квазитропического циклона над Черным морем // Метеорология и гидрология. – 2008. – № 4. – С. 53-62.
15. *Ефимов В.В., Шокуров М.В., Яровая Д.А.* Численное моделирование квазитропического циклона над Черным морем // Известия РАН: Физика атмосферы и океана. – 2007. – Том 43, №6. – С. 1-21.
16. *Сайт* «MM5 Community model. Pennsylvania State University / National Center for Atmospheric Research numerical model» [Электронный ресурс]. http://www.mmm.ucar.edu/mm5/ (Последнее обращение 20.10 2012).
17. *Staneva J.V. Stanev E.V.* Oceanic response to atmospheric forcing derived from different climatic data sets. Intercomparison study for the Black sea // Oceanologica Acta. – 1998. – Vol. 21, № 3. – P. 393-417.
18. *Гидрометеорология* и гидрохимия морей СССР. Т. IV. Черное море. Вып. 1. Гидрометеорологические условия / Ред. Симонов А.И., Альтман Э.Н. – 1991. – СПб.: Гидрометеоиздат. – С. 103-262.

Материал поступил в редакцию 25.11.2012 г.

АНОТАЦІЯ Приводиться порівняння параметризацій вертикальної турбулентної в'язкості і дифузії по формулах Філандера-Пакановського і моделі Меллора-Ямади при чисельному моделюванні динаміки Чорного моря в штормовій ситуації у вересні 2005 року. При сильному вітрі динамічний відгук моря, при використанні параметризації Філандера-Пакановського, зосереджений в приповерхневому 10-метровому шарі, що приводить до нереальних швидкостей течій. Показано, що параметризація Меллора-Ямади забезпечує адекватне відтворення поля течій у верхньому шарі моря і швидший відгук на атмосферну дію.

ABSTRACT The parameterization comparison of vertical turbulence viscosity and diffusion by Philander-Pacanowsky formula and Mellor-Yamada model within a numerical modeling of the Black sea dynamics in a storm situation on September, 2005, is presented. In the case the parameterization of Filander-Pakanowsky is used, a strong wind forced the Black sea dynamic response is concentrated in a 10-meter upper layer that results to unreal current velocities. It is shown that Mellor-Yamada parameterization provides the adequate description of currents in the upper sea layer and faster response on the atmospheric forcing.