

УДК 330.356.7.002.6

Янковий В.О.

кандидат економічних наук, доцент
кафедра економіки та управління національним господарством
Одеський національний економічний університет
вул. Преображенська, 8, м. Одеса, Україна, 65082
E-mail: vladimir_ya@ukr.net

Мельник Н.В.

кандидат економічних наук, доцент
кафедра менеджменту та соціально-гуманітарних дисциплін
Одеська філія Європейського університету
вул. Василя Стуса, 2-д, м. Одеса, Україна, 65033
E-mail: vlad1984_8@te.net.ua

ОПТИМІЗАЦІЯ ФОНДООЗБРОЄНОСТІ НА ПІДПРИЄМСТВАХ ХАРЧОВОЇ ПРОМИСЛОВОСТІ НА ОСНОВІ ВИРОБНИЧИХ ФУНКЦІЙ

У статті досліджується можливість оптимізації випуску продукції в рамках виробничої функції Кобба-Дугласа і функції з постійною еластичністю заміщення ресурсів. Визначається оптимальна фондоозброєність, що забезпечує максимізацію випуску продукції. Показується, що в цьому випадку гранична норма заміщення ресурсів дорівнює одиниці. Пропонується нове тлумачення граничної норми заміщення ресурсів як індикатора диспропорцій при вкладенні коштів в агреговані фактори «капітал» і «праця». Виведена на основі оптимальної фондоозброєності гранична норма заміщення ресурсів може служити важливою додатковою характеристикою при застосуванні виробничих функцій в процесі аналізу випуску продукції на підприємствах харчової промисловості України.

Ключові слова: оптимізація, фондоозброєність, виробнича функція, норма заміщення ресурсів.



This work is licensed under a [Creative Commons Attribution 4.0 International License](http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

Постановка проблеми та її зв'язок з важливими науковими та практичними завданнями. Питання оптимізації виробництва, раціонального використання наявних ресурсів, зокрема, виробничих фондів (K) і робочої сили (L), завжди стоять перед менеджерами підприємств харчової промисловості України. Зазвичай, дана проблема розглядається в декількох головних аспектах у залежності від обраного критерію оптимізації. З цієї точки зору задача в самому загальному вигляді може бути сформульована наступним чином:

1) знайти такий рівень фактичної фондоозброєності, який забезпечує максимум валового прибутку підприємства;

2) знайти такий рівень фактичної фондоозброєності, який забезпечує максимум випуску продукції підприємства;

На нашу думку, дані варіанти поставленої задачі можуть бути досить успішно вирішені за допомогою двох факторних виробничих функцій (ВФ):

$$Y = f(K; L), \quad (1)$$

де Y – випуск продукції (робіт, послуг) підприємства за певний період часу (зазвичай, за рік).

ВФ є важливим елементом побудови та використання сучасних економетричних моделей на

всіх рівнях управління харчовою промисловістю. З цього приводу Г.Б. Клейнер зазначає: «Відображаючи в стислій формі один із головних економічних процесів – процес виробництва продукції, виробничі функції служать корисним інструментом, дозволяють проводити різноманітні аналітичні розрахунки, визначати ефективність використання ресурсів і доцільність їх додаткового залучення у виробництво, прогнозувати випуск продукції і контролювати реальність планових проєктів» [1, с. 3].

Слід відмітити, що певні напрацювання в області застосування ВФ для вирішення першого варіанту сформульованої задачі оптимізації можна знайти в сучасній економіко-математичній літературі (див. роботи [2, с. 66-69, 74-75; 3]). Щодо другого варіанту – знаходження рівню фондоозброєності, який максимізує випуск продукції, то йому приділялось дуже мало уваги, оскільки в якості основної мети господарювання в ринковій економіці частіше за все розглядалося отримання прибутку.

Між тим, в умовах жорсткої конкурентної боротьби в усіх галузях світового народного господарства, загострення проблеми підвищення конкурентоздатності вітчизняних товаровиробників у зв'язку з намаганням України вступити до ЄС даний аспект оптимізації представляється вельми актуальним і злободенним. Адже боротьба за ринки збуту немож-

лива без нарощування випуску високоякісної харчової продукції з мінімальними витратами виробничих фондів і робочої сили. Розв'язання даної задачі, на наш погляд, дозволить забезпечити підвищення ефективності роботи українських підприємств харчової промисловості.

Аналіз останніх публікацій по проблемі.

Зазначимо, що в роботах [4-6] виведена формула оптимальної фондоозброєності в умовах, коли виробництво продукції адекватно описується ВФ Кобба-Дугласа. Вона визначається наступним співвідношенням:

$$\frac{K}{L} = \frac{\alpha}{\beta} \quad (2)$$

Тут величини K , L вимірюються у вартісному вираженні; α , β – коефіцієнти еластичності випуску харчової продукції за виробничими фондами і витратами праці відповідно.

При цьому максимум продукції в грошовому вираженні ($\max Y$) дорівнює

$$K = \frac{\alpha}{\beta} L; \quad \max Y = A \left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^{\alpha} L^{\alpha+\beta} \quad (3)$$

де A – коефіцієнт масштабу ВФ Кобба-Дугласа ($0 < A$).

Формулювання цілей дослідження. Мета статті полягає у визначенні параметрів ВФ з постійною еластичністю заміщення ресурсів (*CES*-функції – від англ. абревіатури *Constant Elasticity of Substitution*), зокрема, оптимальної фондоозброєності, яка забезпечує максимум продукції підприємств харчової промисловості, граничної норми заміщення ресурсів K і L .

Виклад основного матеріалу дослідження з виклад основних результатів та їх обґрунтування. Легко показати, що в умовах оптимальної фондоозброєності (2), (3) величина граничної норми заміщення ресурсів h для ВФ Кобба-Дугласа дорівнює одиниці. Дійсно

$$h = \frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{K}{L} = \frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{\alpha}{\beta} = 1. \quad (4)$$

Це означає, що одна додаткова грошова одиниця (100, 1000, 10000 ... грн.), спрямована у виробничий капітал, буде забезпечувати зменшення витрат праці на точно таку ж грошову одиницю при умові незмінності випуску харчової продукції. А невиконання співвідношення $h = 1$, яке випливає з формули (4), можна розглядати як сигнал про порушення оптимальної фондоозброєності, тобто про певні диспропорції при інвестуванні коштів у агреговані виробничі фактори «капітал» і «праця».

Так, якщо $h > 1$, то це буде свідчити про те, що фактична фондо-озброєність перевищує оптимальну. У цьому випадку можна говорити про надмірні витрати капіталу, що спрямований у виробничі фонди, в порівнянні з коштами на оплату праці. Тобто підприємству харчової промисловості слід скоротити основні виробничі фонди, витрати на сировину, матеріали тощо. Або підвищити фонд оплати праці за рахунок залучення додаткових праців-

ників, посилення їх матеріального стимулювання. Ясно, що в ситуації $h < 1$ управлінські рекомендації дзеркально протилежні: підприємству потрібно нарощувати фондоозброєність живої праці.

Розглянемо *CES*-функцію, яка завдяки границям зміни своїх коефіцієнтів задовольняє неокласичним умовам:

$$Y = B[dK^{-\lambda} + (1-d)L^{-\lambda}]^{-\frac{\gamma}{\lambda}}, \quad (5)$$

де B – коефіцієнт шкали ($0 < B$); d – коефіцієнт ваги виробничого фактора ($0 < d < 1$); λ – невідомий параметр ВФ ($-1 \leq \lambda$); γ – показник ступеня однорідності ВФ ($0 < \gamma$).

Коефіцієнти *CES*-функції підлягають оцінюванню за відомими значеннями показників Y , K , L , узятих із бухгалтерської та фінансової звітності досліджуваних суб'єктів господарювання. Однак, слід мати на увазі, що вираження (5) принципово неможливо привести до лінійного вигляду і, отже, використати звичайні методи оцінки невідомих коефіцієнтів. Тому в даному випадку застосовують методи приблизного ітеративного оцінювання, зокрема, нелінійний метод найменших квадратів.

На нашу думку, найбільш конструктивним представляється підхід до апроксимації *CES*-функції, запропонований Дж. Кментою. Він заснований на логарифмуванні формули (5) і розкладанні результату в ряд Тейлора з подальшим застосуванням до отриманої наближеної моделі кореляційно-регресійного аналізу [7].

М. Кубініва та ін. використовуючи підхід Кменти в якості методу знаходження первісної оцінки параметрів *CES*-функції, розробили процедуру пошуку рішення поставленого завдання із заданою точністю на базі використання ітеративного алгоритму мінімізації цільової функції залишків моделі за методом Марквардта. Вказана процедура знайшла своє втілення в програмі MACRO6, написаної на мові Бейсік [8, с. 137-149], яка досить легко адаптується до сучасного програмного забезпечення за допомогою макросів редактора Excel.

Еластичність заміщення ресурсів σ для *CES*-функції знаходиться за формулою:

$$\sigma = \frac{1}{1+\lambda}. \quad (6)$$

Відомо, що *CES*-функція в залежності від значення параметра λ узагальнює інші ВФ:

- 1) при $\lambda \rightarrow -1$ отримаємо лінійну функцію (еластичність заміщення ресурсів $\sigma \rightarrow \infty$);
- 2) при $\lambda \rightarrow 0$ вираження (5) перетворюється у ВФ Кобба-Дугласа (еластичність заміщення ресурсів $\sigma \rightarrow 1$);
- 3) при $\lambda \rightarrow \infty$ отримаємо функцію Леонт'єва (еластичність заміщення ресурсів $\sigma \rightarrow 0$).

Застосовуючи підхід, викладений в роботах [4-6], введемо формулу оптимальної фондоозброєності в умовах, коли виробництво харчової продукції адекватно описується *CES*-функцією. При цьому загальну суму капіталу, вкладеного у виробництво, позначимо через C ($C = K + L$).

Для вирішення поставленого завдання знайдемо L з рівняння зв'язку $L = C - K$ і підставимо у вираження (5). Будемо шукати максимум CES-функції:

$$Y = B[dK^{-\lambda} + (1-d)(C-K)^{-\lambda}]^{-\frac{\gamma}{\lambda}} \rightarrow \max. \quad (7)$$

Знайдемо критичні точки вираження (7), в яких перша похідна Y' по K дорівнює 0 або ∞ :

$$Y' = \gamma B[dK^{-\lambda} + (1-d)(C-K)^{-\lambda}]^{-\frac{\gamma-1}{\lambda}} \times [dK^{-\lambda-1} - (1-d)(C-K)^{-\lambda-1}]. \quad (8)$$

З урахуванням неокласичних умов $0 < B$; $0 < d < 1$; $-1 < \lambda$; $0 < \gamma$ очевидно, що $Y' = 0$, коли один із співмножників вираження (8) дорівнює 0. Розглянемо обидва випадки:

$$\begin{aligned} 1. \quad & dK^{-\lambda} + (1-d)(C-K)^{-\lambda} = 0. \\ 2. \quad & dK^{-\lambda-1} - (1-d)(C-K)^{-\lambda-1} = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Знайдемо рішення першого рівняння (9):

$$\left(\frac{K}{C-K}\right)^{-\lambda} = -\frac{1-d}{d} \Rightarrow \frac{K}{C-K} = \left(-\frac{d}{1-d}\right)^{\frac{1}{\lambda}}. \quad (10)$$

Оскільки $C - K = L$, то рівняння (10) приймає такий кінцевий вигляд:

$$\left(\frac{K}{L}\right)_1 = \left(-\frac{d}{1-d}\right)^{\frac{1}{\lambda}}. \quad (11)$$

Визначимо капітал K із співвідношення (11) і підставимо його у формулу (5) з метою визначення максимального випуску продукції Y у грошовому вираженні:

$$K = L \left(-\frac{d}{1-d}\right)^{\frac{1}{\lambda}}; \quad \max Y = B[-(1-d)L^{-\lambda} + (1-d)L^{-\lambda}]^{-\frac{\gamma}{\lambda}} = 0. \quad (12)$$

Оскільки у першому випадку $Y = 0$ при будь-яких значеннях коефіцієнтів CES-функції, то фондоозброєність, що визначається формулою (11), не є точкою екстремуму. Знайдемо рішення другого рівняння (9):

$$\left(\frac{K}{C-K}\right)^{-\lambda-1} = \frac{1-d}{d} \Rightarrow \left(\frac{K}{C-K}\right) = \left(\frac{d}{1-d}\right)^{\frac{1}{\lambda+1}}. \quad (13)$$

Звідси, оптимальна фондоозброєність для другого випадку дорівнює:

$$\left(\frac{K}{L}\right)_2 = \left(\frac{d}{1-d}\right)^{\frac{1}{\lambda+1}}. \quad (14)$$

Підставляючи вираження капіталу K із (14) у формулу (5) з метою визначення максимального випуску продукції Y , у результаті елементарних перетворень отримаємо:

$$K = L \left(\frac{d}{1-d}\right)^{\frac{1}{\lambda+1}}; \quad \max Y = BL^\gamma [(1-d) \left(\frac{K}{L}\right)_2 + 1]^{-\frac{\gamma}{\lambda}}. \quad (15)$$

Так як у другому випадку $Y = 0$ лише при певних значеннях коефіцієнтів CES-функції ($B = 0$; $d = -1$), які не входять до області визначення коефіцієнтів ВФ (5), то фондоозброєність, що розраховується за формулою (14), може розглядатись як точка екстремуму даної ВФ.

Підставимо тепер вираження оптимальної фондоозброєності з вираження (14) у формулу, що визначає граничну норму заміщення ресурсів h для ВФ (5):

$$h = \frac{1-d}{d} \left(\frac{K}{L} \right)^{1+\lambda} = \frac{1-d}{d} \left[\left(\frac{d}{1-d} \right)^{\frac{1}{1+\lambda}} \right]^{1+\lambda} = 1. \quad (16)$$

Тобто для CES-функції ми отримали результат, аналогічний (4): в умовах оптимальної фондоозброєності (14), (15) величина граничної норми заміщення ресурсів для ВФ (5) теж дорівнює одиниці. Це означає, що обидві ВФ, які розглядаються, поведуть себе в екстремальних ситуаціях тотожно.

Висновки та перспективи подальших досліджень. Таким чином, формули (2), (14) дозволяють досліднику визначити точки оптимальної фондоозброєності, в яких випуск продукції досягає свого максимуму за умови, що виробництво підприємств хар-

чової промисловості підпорядковується відповідно ВФ Кобба-Дугласа і CES-функції. А формули (3), (15) надають можливість отримати достовірну оцінку шуканого максимуму. Величина граничної норми заміщення ресурсів у цих точках для обох указаних ВФ дорівнює одиниці. Відхилення ж від значення $h = 1$ слід тлумачити як сигнал про порушення оптимальної фондоозброєності, тобто про певні диспропорції при інвестуванні коштів у агреговані виробничі фактори «капітал» і «праця».

Література

1. Клейнер Г. Б. Производственные функции : теория, методы, применение / Г. Б. Клейнер. – М. : Финансы и статистика, 1986. – 239 с.
2. Винн Р. Введение в прикладной эконометрический анализ / Р. Винн, К. Холден; пер. с англ. – М. : Финансы и статистика, 1981. – 294 с.
3. Казакова М. В. Анализ свойств производственных функций, используемых при декомпозиции экономического роста / М. В. Казакова [Электронный ресурс]. – Режим доступа : [ftp://ftp.repec.org/opt/ReDIF/RePEc/mp/wpaper/31.pdf](http://ftp.repec.org/opt/ReDIF/RePEc/mp/wpaper/31.pdf)
4. Економетрія : [навч. посіб. / за ред. А. Ф. Кабака, О. В. Проценка]. – Одеса : НМЦО-ОДЕУ, 2003. – 562 с.
5. Янковий В. О. Прогнозування зони безбитковості інвестицій у хлібопекарську промисловість за допомогою виробничої функції / В. О. Янковий // Вісник соціально-економічних досліджень : зб. наук. праць; за ред. М. І. Зверякова та ін. – Одеса : ОНЕУ. – 2006. – № 22. – С. 410-414.
6. Черевко Є. В. Оптимальна фондоозброєність та початковий капітал / Є. В. Черевко // Вісник соціально-економічних досліджень : зб. наук. праць; за ред. М. І. Зверякова та ін. – Одеса : ОНЕУ. – 2007. – № 26. – С. 359-365.
7. Kmenta J. (1967). On Estimation of the CES Production Function. *International Economic Review*, vol. 8, No. 2, June, 1967, p. 180-189.
8. Математическая экономика на персональном компьютере / М. Кубинива, М. Табата, С. Табата, Ю. Хасэбэ; пер. с япон. под ред. М. Кубонива. – М. : Финансы и статистика, 1991. – 304 с.

Стаття надійшла 20.05.2016
Стаття прийнята до друку 30.05.2016

Янковой В.А.

кандидат экономических наук,
доцент кафедры экономики
и управления национальным хозяйством
Одесский национальный экономический университет
ул. Преображенская, 8, г. Одеса, Украина, 65082
E-mail: vladimir_ya@ukr.net

Мельник Н.В.

кандидат экономических наук,
доцент кафедры менеджмента
и социально-гуманитарных дисциплин
Одесский филиал Европейского университета
ул. Василия Стуса, 2-д, г. Одеса, Украина, 65033
E-mail: vlad1984_8@te.net.ua

ОПТИМИЗАЦИЯ ФОНДОВООРУЖЕННОСТИ НА ПРЕДПРИЯТИЯХ ПИЩЕВОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ НА ОСНОВЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ

В статье исследуется возможность оптимизации выпуска продукции в рамках неоклассических производственных функций Кобба-Дугласа и функции с постоянной эластичностью замещения ресур-

сов. Определяется оптимальная фондовооруженность, обеспечивающая максимизацию выпуска продукции. Показывается, что для функции Кобба-Дугласа максимум продукции достигается при фондовооруженности, равной отношению эластичностей выпуска по затратам «капитала» и «труда». В этом случае предельная норма замещения ресурсов равна единице. Выводится формула оптимальной фондовооруженности для функции с постоянной эластичностью замещения ресурсов. При этом предельная норма замещения ресурсов также равна единице.

Предлагается новая интерпретация предельной нормы замещения ресурсов как индикатора диспропорций при вложении средств в агрегированные факторы «капитал» и «труд»:

1) если она больше единицы, то это указывает на то, что фактическая фондовооруженность превышает оптимальную. В данной ситуации можно говорить о чрезмерных расходах капитала, направленного в производственные фонды, по сравнению с затратами на оплату труда. То есть предприятию пищевой промышленности следует сократить основные производственные фонды, затраты на сырье, материалы и т.п. Или повысить фонд оплаты труда за счет привлечения дополнительных работников, усиления их материального стимулирования;

2) если предельная норма замещения ресурсов меньше единицы, то управленческие рекомендации зеркально противоположны: предприятию необходимо наращивать фондовооруженность живого труда.

Выведенная на основе оптимальной фондовооруженности предельная норма замещения ресурсов может служить важной дополнительной характеристикой при применении неоклассических производственных функции в процессе анализа выпуска продукции на предприятиях пищевой промышленности Украины.

Ключевые слова: оптимизация, фондовооруженность, производственная функция, норма замещения ресурсов.

Yankovi V.

PhD in Economics, Associate Professor
Department of Economics
and management of national economy
Odessa National University of Economics
st. Transfiguration, 8, Odessa, Ukraine, 65082
E-mail: vladimir_ya@ukr.net

Melnik N.

PhD in Economics, Associate Professor
Department of Management
and socio-humanities disciplines
Odessa branch of the European University
st. Vasyl Stus, 2-d, Odessa, Ukraine, 65033
E-mail: vlad1984_8@te.net.ua

OPTIMIZATION OF THE CAPITAL-LABOR RATIO IN THE FOOD INDUSTRY BASED ON PRODUCTION FUNCTIONS

Production functions are an important element of construction and the use of modern econometric models at all levels of management in the food industry. This aspect of optimization seems highly relevant and topical in a highly competitive world in all sectors of the economy, worsening problem of increasing the competitiveness of domestic producers due to Ukraine's efforts to join the EU. The struggle for markets is impossible without increasing production of high quality food with minimal assets and workforce. The solution of this problem will allow improving the efficiency of Ukrainian food industry.

The possibility of optimization of the output within the Cobb-Douglas production function and the function with constant elasticity of the substitution of the resources is researched. The optimal capital-labor ratio providing maximization of the output is determined. It is shown that in this case the marginal rate of the substitution of the resources is equal to one. This means that each additional monetary unit (100, 1000, 10000 ...), aimed at production capital will ensure the reduction of labor costs for the exact same currency provided immutability issue of food. In case of failure this ratio can be seen as a signal of abuse optimal capital-labor ratio, certain disproportion when investing funds in aggregate production factors "capital" and "labor". So, if this ratio greater than one, it will indicates that the actual fund-equipment of higher than optimal. In this case we can talk about the excessive cost of capital towards the production funds, compared with funds for salaries. And the food industry should reduce basic production assets, the cost of raw materials and so on. Or increase the payroll by bringing in additional workers, strengthening their financial

incentives. It is clear that the situation less than one management recommendations mirror opposite: companies need to increase capital-labor ratio.

A new interpretation of the marginal rate of the substitution of the resources is determined as an indicator of the disparities by investing funds in the aggregate factors "capital" and "labor". The marginal rate of the substitution of the resources based on the capital-labor ratio can be one of the important additional features by using the production functions in the analysis of the output of the enterprises of the food industry of Ukraine.

Keywords: optimization, capital-labor ratio, production function, rate of the substitution of the resources.

References

1. Kleiner, H. B. (1986). *Proyzvodstvenne funktsyy : Teoryia, metodu, prymenenye*. M.: Fynansu y statystyka.
2. Vynn, R., & Kholden, K. (1981). *Vvedenye v prykladnoi ekonometrycheskyi analiz*. M.: Fynansu y statystyka.
3. Kazakova, M. V. Retrieved March 3, 2016, from <ftp://ftp.repec.org/opt/ReDIF/RePEc/rnp/wpaper/31.pdf>
4. Kabaka, A. F., & Protsenka, O. V. (2003). *Ekonometriia*. Odesa: NMTsO-ODEU.
5. Iankovyi, V. O. (2006). Prediction of the breakeven investment zone in the baking industry by means of the production function. *Visnik Sotsialno-ekonomichnih Doslidzhen*, 22, 410-414.
6. Cherevko, I. V. (2007). Optymalna fondoozbroienist ta pochatkovyi kapital. *Visnyk Sotsialno-ekonomichnykh Doslidzhen*, 26, 359-365.
7. Kmenta, J. (1967, June). On Estimation of the CES Production Function. *International Economic Review*, 8(2), 180-189.
8. Kubynyva, M., Tabata, M., Tabata, S., & Khasebe, I. (1991). *Matematycheskaia ekonomyka na personalnom kompiutere*. M.: Fynansu y statystyka.

Received 20 May 2016

Approved 30 May 2016

Available in Internet 29.06.2016