



ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ОПТИМАЛЬНОЇ СТРУКТУРИ ДЕБІТОРСЬКОЇ ЗАБОРГОВАНОСТІ ПІДПРИЄМСТВА ЗА ТОВАРИ

ECONOMIC AND MATHEMATICAL MODELLING OF OPTIMAL STRUCTURE OF ENTERPRISE ACCOUNTS RECEIVABLE FOR THE GOODS

Василь БЕЛОЗЕРЦЕВ,
Дніпропетровський
національний університет
ім. Олесья ГОНЧАРА



Vasyl' BYELOZERTSEV,
Oles GONCHAR
Dnipropetrovsk
National University

У сучасних економічних умовах розвиток кредитних відносин між підприємствами вийшов на принципово новий рівень еволюційних перетворень. Однією з найважливіших складових фінансового менеджменту підприємств є система управління кредитними відносинами, кредитна політика підприємства. Розвиток управління кредитними відносинами стимулюється необхідністю мати ефективні інструменти управління та контролю за дебіторською заборгованістю, оскільки кредитні відносини між підприємствами в умовах жорсткої конкурентної боротьби значно ускладнилися. Від ефективності фінансової та кредитної політики підприємств залежить ефективність їх функціонування, а від цього, в свою чергу, залежить ефективність економіки в цілому (як окремої держави, так і світової). Це підтвердила світова фінансова криза, значні прояви якої ми спостерігали в 2008—2009 роках. Українська наука відчуває нестачу науково-практичних розробок, що висвітлюють питання формування кредитної політики підприємств та управління дебіторською заборгованістю в сучасних економічних умовах. Проблемам розвитку теорії та практики формування кредитної політики підприємства та управління дебіторською заборгованістю підприємств присвятили праці такі науковці як О.Агєєва, М.Білик, І.Бланк, А.Карбовник, С.Маслов, Н.Новікова та інші.

Слід зазначити, що основною характеристикою як існуючого, так і потенційного покупця, що найбільше цікавить підприємство в умовах застосування товарного кредитування, є його прибутковість (розмір прибутку, що буде отриманий при здійсненні товарної операції з даним конкретним покупцем, враховуючи потенційні та реальні витрати на обслуговування цього боргу), а також показник ризику (можливість неотримання очікуваного доходу або повна чи часткова втрата коштів, інвестованих у дебіторську заборгованість конкретного клієнта). Ризик можна поділити на ринковий (єдиний для всіх економічних агентів, що в даний момент є покупцями на окремому галузевому ринку) та індивідуальний (притаманний конкретному покупцеві). Таким чином, оптимізувавши структуру дебіторської заборгованості, підприємство у змозі знизити індивідуальні ризики.

Метою статті є моделювання оптимальної структури дебіторської заборгованості за товари. Для цього поставлено завдання сформулювати таке співвідношення боргів підприємству (поява яких у сучасних умовах підвищеної конкурентної боротьби неминуча), яке б відповідало вимогам підприємства як щодо прибутковості, так і щодо ризикованості; врахувати в оптимізаційній моделі мікроекономічні фактори впливу на рівень прострочених боргів, а також макроекономічні тенденції щодо динаміки частки простроченої дебіторської заборгованості.

Показником ризику обрано величину середнього квадратичного відхилення у прибутковості торговельних операцій із конкретним контрагентом або сукупністю контрагентів у цілому.

Задачу оптимізації можна сформулювати наступним чином. Нехай прибутковість кредитних операцій сукупності з N контрагентів R_p та показник її ризику σ_p визначаються такими функціями:

$$\begin{aligned} R_p &= F(D_i, \sigma_i, r_i; i = 1 \dots N), \\ \sigma_p &= F(D_i, \sigma_i, r_i; i = 1 \dots N), \end{aligned}$$

де D_i — відсоткова частка дебіторської заборгованості i -го контрагента в загальній сукупності дебіторської заборгованості підприємства;

σ_i — характеристика ризику несплати боргу даним контрагентом (середнє квадратичне відхилення прибутковості кредитних операцій із даним контрагентом);

r_i — прибутковість кредитних операцій із даним контрагентом.

При вирішенні задачі необхідно врахувати деякі природні обмеження:

1) сума часток боргів усіх контрагентів (у відсотках) складає 100%:

$$D_1 + D_2 + \dots + D_i + \dots + D_N = 1;$$

2) обсяг дебіторської заборгованості кожного окремого клієнта не може бути негативним:

$$D_i \geq 0.$$

Рішенням задачі є деяка цільова структура сукупності боргів контрагентів, представлена набором значень $(D_1, D_2 \dots D_n)$. Ідеальна постановка задачі оптимізації структури дебіторської заборгованості за товари — отримати максимальну прибутковість при мінімальному ризику:

$$\begin{cases} R_p \rightarrow \max; \\ \sigma_p \rightarrow \min; \\ D_i \geq 0; \\ \sum D_i = 1. \end{cases} \quad (1)$$

Слід зазначити, що така задача не має однозначного рішення, отже виникає необхідність введення критеріальних обмежень. При цьому є два варіанти:

1. Задається максимально допустима величина ризику $\sigma_{\text{tolerated}}$. У цьому випадку задача оптимізації буде зводитися до вибору такої структури дебіторської заборгованості, за якої ризик її несплати не перевищує заданого значення, а прибутковість торговельних операцій із контрагентами, що породили цю заборгованість, є максимальною. Таку задачу можна називати прямою:

$$\begin{cases} R_p \rightarrow \max; \\ \sigma_p \leq \sigma_{\text{tolerated}}; \\ D_i \geq 0; \\ \sum D_i = 1. \end{cases} \quad (2)$$

2. Задається деяка мінімально прийнятна для підприємства величина прибутковості $R_{\text{tolerated}}$. У даному випадку задача оптимізації буде зводитися до вибору такої структури дебіторської заборгованості, при якій її прибутковість вища або дорівнює заданому значенню, а ризик мінімальний:

$$\begin{cases} R_p \geq R_{\text{tolerated}}; \\ \sigma_p \rightarrow \min; \\ D_i \geq 0; \\ \sum D_i = 1. \end{cases} \quad (3)$$

Вирішивши пряму та зворотну задачі щодо оптимізації структури дебіторської заборгованості N контрагентів, підприємство отримує дані, що визначають, у якому розмірі та в дебіторську заборгованість яких контрагентів необхідно інвестувати оборотні активи, щоб сформувати борговий портфель, який має достатньо високу прибутковість при прийнятному ризикові.

Розроблена нами оптимізаційна модель, що пропонується для застосування, базується на моделі «Квазі-Шарп» [8]. Зазначена модель адаптована для оптимізації структури боргової маси виробничо-торговельного підприємства, що виникає при продажу товару в кредит (з відстрочкою платежу).

Запропонована модель базується на взаємозв'язку прибутковості кредитних операцій із набором контрагентів N з прибутковістю одниничної структури дебіторської заборгованості означених контрагентів.

Основні допущення розробленої моделі такі:

1) характеристикою прибутковості кредитних операцій із контрагентом обирається математичне очікування прибутковості, скореговане на потенційне знецінення вартості грошей, що будуть отримані в рахунок погашення дебіторської заборгованості, та потенційні витрати на трансформацію дебіторської заборгованості в інші види активів у разі зміни макроекономічних умов;

2) під одниничною структурою дебіторської заборгованості мається на увазі така її комбінація, що характеризується участю в ній контрагентів, які розглядаються, в рівній пропорції;

3) взаємозв'язок прибутковості кредитних операцій із контрагентом та прибутковістю одниничної структури описується лінійною функцією;

4) під ризиком контрагента розуміється ступінь залежності зміни прибутковості кредитних операцій від зміни прибутковості одниничної структури дебіторської заборгованості;

5) враховується, що дані попередніх періодів, використані при розрахунку прибутковості та ризику, повною мірою відображають майбутні значення прибутковості.

Прибутковість кредитних операцій із окремим контрагентом пов'язується з прибутковістю одниничної структури дебіторської заборгованості за товари функцією лінійної регресії наступного вигляду:

$$R_i = \bar{R}_i + \beta_i \cdot (R_{sp} - \bar{R}_{sp}), \quad (4)$$

де R_i — прибутковість кредитних операцій із окремим контрагентом;

R_{sp} — прибутковість одниничної структури дебіторської заборгованості за товари;

β_i — коефіцієнт регресії;

\bar{R}_i — середня прибутковість кредитних операцій із окремим контрагентом за попередні періоди;

\bar{R}_{sp} — середня прибутковість одниничної структури дебіторської заборгованості за товари за попередні періоди.

Таким чином, коефіцієнт β (β -ризик) характеризує ступінь залежності прибутковості кредитних операцій із окремим контрагентом від прибутковості одниничної структури дебіторської заборгованості за товари. Чим вище β , тим більшою є залежність прибутковості операцій із клієнтом від коливань прибутковості одниничної структури заборгованості, тобто від коливань прибутковості кредитних операцій з іншими контрагентами, що входять до одниничної структури дебіторської заборгованості.

Однак існує ризик того, що оцінювана прибутковість торговельних операцій із контрагентом не буде належати побудованій лінії регресії. Цей залишковий ризик характеризує ступінь розкиду значень прибутковості торговельних операцій із контрагентом біля лінії регресії. Залишковий ризик визначається як середнє квадратичне відхилення торговельних операцій із контрагентом від лінії регресії. Залишковий ризик i -го контрагента позначимо σ_{ei} .

Загальний ризик інвестування обігових активів у дебіторську заборгованість даного контрагента складається з β -ризика (ризик зниження прибутковості при па-

дінні прибутковості одниничної структури дебіторської заборгованості за товари) та залишкового ризику σ_{ei} (ризик зниження прибутковості від невідповідності лінії регресії).

Таким чином, прибутковістю структури дебіторської заборгованості є середньозважена величина прибутковості торговельних операцій із контрагентами, що пов'язані з формуванням даної сукупності боргів:

$$R_p = \sum_{i=1}^N (\bar{R}_i \cdot D_i) + (R_{sp} - \bar{R}_{sp}) \cdot \sum_{i=1}^N (\beta_i \cdot D_i), \quad (5)$$

де R_p — прибутковість кредитно-торговельних операцій сукупності з N контрагентів;

\bar{R}_i — середня прибутковість кредитно-торговельних операцій із окремим контрагентом за попередні періоди;

D_i — відсоткова частка дебіторської заборгованості i -го контрагента в загальній сукупності дебіторської заборгованості підприємства;

R_{sp} — прибутковість одниничної структури дебіторської заборгованості за товари;

\bar{R}_{sp} — середня прибутковість одниничної структури дебіторської заборгованості за товари за попередні періоди;

β_i — коефіцієнт регресії.

Ризик сукупної структури дебіторської заборгованості за товари визначається формулою:

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^N (\beta_i \cdot D_i)^2 \cdot \sigma_{sp}^2 + \sum_{i=1}^N (\sigma_{ei}^2 \cdot D_i^2)}, \quad (6)$$

де σ_p — показник ризику сукупної структури дебіторської заборгованості за товари;

β_i — коефіцієнт регресії;

D_i — відсоткова частка дебіторської заборгованості i -го контрагента в загальній сукупності дебіторської заборгованості підприємства;

σ_p — показник ризику одниничної структури дебіторської заборгованості за товари;

σ_{ei} — залишковий ризик.

Слід зазначити, що робота з таким видом заборгованості, як дебіторська, має свою специфіку. По-перше, можна відзначити характеристику, що притаманна обіговим активам (адже дебіторська заборгованість за товари належить саме до обігових коштів): постійна, найчастіше швидка та неодноразова зміна їх структури протягом звітного періоду. По-друге, робота з великою кількістю контрагентів. Означене вище ускладнює відстеження структури, що складається з великої кількості дебіторів, тим більше, що ця структура має схильність постійно змінюватися.

Таким чином, виникає необхідність у створенні певних підструктур дебіторської заборгованості, до складу яких буде входити заборгованість контрагентів із певними ознаками.

Ми пропонуємо вирішувати цю задачу, застосовуючи сумісний *ABC*- та *XYZ*-аналіз покупців.

При *ABC*-аналізі необхідно проранжувати покупців відповідно до обсягу прибутку, який вони дають підприємству при здійсненні торговельних операцій.

Так, до категорії *A* слід віднести контрагентів, що забезпечили 50% прибутку від торговельних операцій.

Категорія *B* — контрагенти, що забезпечили 30% прибутку.

Категорія *C* — контрагенти, що забезпечили 20% прибутку.

Така структура категорій зумовлена правилом В.Парето «80/20»: відокремлюються головні 80% результату (50 + 30) та неголовні 20% [7].

Наступним кроком є проведення *XYZ*-аналізу. Метою цього етапу є ранжування покупців за ступенем прогнозова-

The article proposes economic and mathematical model for optimization of accounts receivable structure of an enterprise for the goods. The model takes into account both the influence of microeconomic factors on the level of outstanding debts and macroeconomic trends concerning dynamics of overdue receivable share.

У статті запропоновано економіко-математичну модель оптимізації структури дебіторської заборгованості підприємства за товари. У моделі враховуються як мікроекономічні фактори впливу на рівень прострочених боргів, так і макроекономічні тенденції щодо динаміки частки простроченої дебіторської заборгованості.

ності своєчасності погашення боргу. Ранжування ми пропонуємо провести за допомогою модифікованого коефіцієнта варіації.

У класичному варіанті коефіцієнт варіації розраховується за такою формулою:

$$v = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}}{\bar{x}} * 100\%, \quad (7)$$

де x_i — значення параметра за об'єктом, що оцінюється за i -й період;

\bar{x} — середнє значення параметра за об'єктом аналізу, що оцінюється;

n — число періодів.

З огляду на те, що нам необхідно оцінити відхилення фактичного строку товарного кредиту від встановленого на підприємстві для покупців, ми пропонуємо внести до формули деякі зміни:

$$v = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (T_{fi} - T_a)^2}{n-1}}}{T_a} * 100\%, \quad (8)$$

де T_{fi} — фактичний термін відстрочки платежу від дати відвантаження товару покупцю у днях;

T_a — затверджений на підприємстві термін товарного кредиту для покупців у днях;

n — кількість відвантажень покупцю за період, що аналізується.

На нашу думку, застосування T_a замість середнього значення в даному випадку є більш виправданим.

Виникає проблема: теоретично покупець може розрахуватися за товар і до настання строку платежу. Це є позитивним моментом, але нас цікавить відхилення від затвердженого строку платежу в бік збільшення. Отже, необхідно нейтралізувати вплив на показник v відхилень у бік зменшення строку платежу від затвердженого на підприємстві терміну кредитування.

Таким чином, при виконанні умови $(T_{fi} - T_a) < 0$ необхідно замінити отримане значення на 0.

Важливим моментом є розподіл покупців за категоріями X , Y та Z за допомогою отриманих показників v для кожного з них. Для розрахунку пограничних показників коефіцієнта варіації необхідно користуватися затвердженими на підприємстві пограничними термінами прострочення боргу (за основу береться прийнята на підприємстві вікова класифікація простроченої дебіторської заборгованості, що поділяє її на три категорії):

$$v_j^b = \frac{T_j^b - T_a}{T_a} * 100\%, \quad (9)$$

де v_j^b — пограничний показник коефіцієнта варіації;

T_j^b — встановлений граничний вік заборгованості j -ї вікової групи простроченої дебіторської заборгованості;

T_a — затверджений на підприємстві термін товарного кредиту для покупців.

Таким чином, за наявності трьох вікових груп простроченої дебіторської заборгованості ми розраховуємо два пограничні показники коефіцієнта варіації (для першої та другої вікової групи простроченої дебіторської заборгованості). Розподіл за категоріями X , Y , Z наведений у **табл. 1**.

Накладання результатів аналізу XYZ на дані ABC -методу створює 9 груп покупців (**рис. 1**), для яких необхідно розробити свої техніки управління. Кожна з груп має дві характеристики: прибуток від співробітництва з клієнтом та точність прогнозованості своєчасного погашення боргу.

У запропоновану модель оптимізації боргової структури необхідно вбу-

Таблиця 1. Розподіл покупців за категоріями X , Y , Z

Категорія контрагентів за ступенем прогнозованості погашення боргу	Значення коефіцієнта варіації
X	$0 \leq v \leq v_1^b$
Y	$v_1^b < v \leq v_2^b$
Z	$v_2^b < v$

дувати елементи, що дозволяли б ураховувати стан макросередовища, зміни параметрів якого може вплинути на розрахунки з контрагентами. Для цього пропонується використовувати результати XYZ - та ABC -аналізу та рівняння регресії щодо частки простроченої дебіторської заборгованості за товари в загальному її обсязі на макrorівні.

За допомогою прогнозування частки прострочених боргів на рівні держави можна оцінити ступінь імовірного прояву проблеми неплатежів та глибини платіжної кризи на макrorівні. Нами пропонується наступна класифікація станів проблеми неплатежів (див. **табл. 2**).

Безперечним є те, що в різних макроекономічних умовах підприємство буде обирати й різні параметри кредитної політики, а також, зокрема, способи погашення дебіторської заборгованості або переведення її в інші види активів.

Нами пропонується структура застосування грошових та негрошових інструментів погашення дебіторської заборгованості в майбутньому звітному періоді, що складається, виходячи з прогнозного показника частки прострочених боргів на рівні держави (а отже, прогнозу ступеня прояву проблеми неплатежів), необхідності рефінансування дебіторської заборгованості в певних умовах та результатів об'єднаного ABC - та XYZ -аналізу (див. **табл. 3**).

Таким чином, враховуючи результати об'єднаного ABC - та XYZ -аналізу, а також прогнозу ступеня прояву проблеми неплатежів між підприємствами на макrorівні, необхідно внести відповідні перетворення у формули (5) та (6). Формула розрахунку прибутковості структури дебіторської заборгованості буде мати наступний вигляд:

$$R_p = \sum_{i=1}^N [(\bar{R}_{mn} - S_{mn}) \cdot GD_{mn}] + (R_{sp} - \bar{R}_{sp}) \cdot \sum_{i=1}^N (\beta_{mn} \cdot GD_{mn}), \quad (10)$$

де R_p — прибутковість торговельних операцій сукупності з N груп контрагентів ($N = AX, BX, CX, AY, BY, CY, AZ, BZ, CZ = 9$);

\bar{R}_{mn} — середня прибутковість торговельних операцій із mn групою контрагентів за попередні періоди;

S_{mn} — коефіцієнт потенційних витрат, що пов'язані з трансформацією дебіторської заборгованості в інші види обігових активів;

GD_{mn} — відсоткова частка дебіторської заборгованості mn групи контрагента в загальній сукупності дебіторської заборгованості підприємства;

R_{sp} — прибутковість одиначної структури дебіторської заборгованості за товари;

\bar{R}_{sp} — середня прибутковість одиначної структури дебіторської заборгованості за товари за попередні періоди;

β_i — коефіцієнт регресії.

Ризик сукупної структури дебіторської заборгованості за товари визначається відповідно формулою:

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^N (\beta_{mn} \cdot GD_{mn})^2 \cdot \sigma_{sp}^2 + \sum_{i=1}^N (\sigma_{\varepsilon mn}^2 \cdot GD_{mn}^2)}, \quad (11)$$

де σ_p — показник ризику сукупної структури дебіторської заборгованості за товари;

β_{mn} — коефіцієнт регресії;

GD_{mn} — відсоткова частка дебіторської заборгованості mn групи контрагента в загальній сукупності дебіторської заборгованості підприємства;

σ_{sp} — показник ризику одиначної структури дебіторської заборгованості за товари;

$\sigma_{\varepsilon mn}$ — залишковий ризик.

Використовуючи запропоновану модель для розрахунку характеристик структури дебіторської заборгованості за товари, пряма задача набуває наступного вигляду:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N [(\bar{R}_{mn} - S_{mn}) \cdot GD_{mn}] + (R_{sp} - \bar{R}_{sp}) \cdot \sum_{i=1}^N (\beta_{mn} \cdot GD_{mn}) \rightarrow \max; \\ \sqrt{\sum_{i=1}^N (\beta_{mn} \cdot GD_{mn})^2 \cdot \sigma_{sp}^2 + \sum_{i=1}^N (\sigma_{\varepsilon mn}^2 \cdot GD_{mn}^2)} \leq \sigma_{tolerated}; \\ GD_{mn} \geq 0; \\ \sum GD_{mn} = 1. \end{cases} \quad (12)$$

