

# МОДИФІКАЦІЯ МОДЕЛІ УПРАВЛІННЯ ЗАПАСАМИ ХАРРИСА-УІЛСОНА

## MODIFICATION THE HARRIS-WILSON'S MODEL OF MANAGEMENT BY RESERVES

**Сергій АРХІПОВ,**  
Одеський національний  
економічний університет



**Sergiy ARKHIPOV,**  
Odessa National  
Economiсal University

Концепція логістики передбачає, що в ідеалі здійснення виробничого процесу не потребує утримання запасів. Альтернативою накопиченню товарно-матеріальних цінностей є отримання необхідних матеріалів у необхідній кількості в потрібний час у потрібному місці з мінімальними витратами, пов'язаними з рухом, при потрібній якості сервісу. Це зменшує запаси практично до абсолютного мінімуму, так що економія на витратах щодо зберігання перевищує неминуче збільшення транспортно-заготовчих витрат. Надлишкові запаси використовуються на всяк випадок — як своєрідне страхування. Вони збільшують витрати, зменшують прибутки і відповідно конкурентоспроможність. Тому повністю налагоджена логістична система не повинна мати надлишкових запасів. У ній існує надійний контроль з тим, щоб забезпечити мінімально можливий рівень запасів. Запас розподіляється на поточний, підготовчий та страховий. Крім названих видів запасу, на деяких підприємствах використовується сезонний запас, який обумовлюється необхідністю короткочасної заготовки окремих матеріалів.

Поточний запас призначається для забезпечення нормального ходу виробничого процесу у зв'язку з незбіганням термінів надходження матеріальних ресурсів від постачальників з ритмом їх виробничого використання. Отже, його величина є функцією від режиму поповнення ресурсів та інтенсивності їх споживання. Підготовчий запас призначається для забезпечення виробництва у тих випадках, коли матеріальні ресурси, що надходять, повинні бути підготовлені до виробничого споживання. Планову величину підготовчого запасу рекомендується встановлювати диференційовано для кожного підприємства в залежності від часу, потрібного для здійснення спеціальних підготовчих операцій. Страховий запас призначається для забезпечення виробництва матеріальними ресурсами, коли інші види запасу вичерпані.

У цілому на формування політики запасів впливають п'ять основних факторів: кількість покупок; характеристики товарного асортименту; робота транспорту; стан виробництва; дії конкурентів. Логістична система орієнтована на постійне зниження запасів при умові підтримання потрібного рівня якості сервісу.

Питання оптимізації управління запасами займає центральне місце в логістиці, адже їх роль та функції є життєво важливими в діяльності підприємств. Концептуальні підходи до цього є досить широкими: від політики «створення додаткових страхових запасів» до політики «just-in-time», коли розміри запасів є нульовими. В умовах функціонування економіки України більш природною є наявність запасів, що забезпечує поточний попит та захист від невизначеності (поточні та страхові запаси). Загальною проблемою, пов'язаною зі створенням запасів, є, як відомо, «замороження» в них фінансових коштів. Так, світовий досвід доводить, що частка витрат на запаси виробничих підприємств може становити 11-18%, підприємств оптової торгівлі — 23-28% та роздрібно-торгівлі — 21-22% від усієї вартості активів [1, с. 283]. У свою чергу, витрати з управління запасами сягають 40% від загальних витрат на логістику [2]. Тому актуальним є питання створення такого рівня запасів у кожному конкретному випадку, який забезпечить оптимальне співвідношення витрат, рівня сервісу та умов забезпечення життєдіяльності підприємства. Відповідь на це питання

є одним з основних напрямів пошуку сучасної прикладної економічної науки.

Аналіз останніх досліджень, в яких започатковано вирішення проблеми, свідчить, що дана проблема є досить актуальною в науковому середовищі та практиці логістики. Практично всі дослідники в своїх роботах відображають тему оптимізації управління запасами в цілому та визначення оптимального розміру замовлення (EOQ) зокрема. Серед зарубіжних і вітчизняних авторів, які найбільш ретельно висвітлювали ці питання, варто відзначити Бауерсокса Д. і Уотерса Д., Мате Є., Стока Д., Гаджинського А.М., Неруша Ю.М., Стерлігову А.Н., Лукінського В.С., Крикавського Є.В., Старостіну А.О.

У роботах цих авторів проаналізовано модель «Харріса-Уілсона» з оптимізації управління запасами та запропоновані можливості її використання з урахуванням знижок на обсязі партії постачання та в умовах багатонаменклатурної пропозиції. Разом з цим вказується на ряд обмежень для використання даної моделі, які фактично унеможливають її застосування на практиці. Серед них: незмінність витрат протягом періоду (року), пов'язаних із запасами, постійний термін постачання, постійний обсяг попиту на продукцію та інші обмеження. За таких умов ряд фахівців повністю відмовляються від даної моделі оптимізації, що, на наш погляд, не є правомірним. Крім того, залишається ряд дискусійних питань, які потребують вирішення: структура й оцінка витрат, пов'язаних з оформленням замовлення, в тому числі доцільність віднесення їх до складу транспортних витрат. Вирішення цих питань сприяє вдосконаленню політики управління запасами на підприємстві та підвищенню його конкурентоспроможності.

Метою статті є розробка методичних підходів щодо подолання обмежень, пов'язаних з моделлю оптимального розміру замовлення та розширенням можливостей її використання.

Модель оптимального розміру замовлення є «візитною картою» логістики. З одного боку, запропонована близько століття тому, ця модель знаходиться в центрі постійної дискусії про можливість її практичного застосування. Одні фахівці вказують на неможливість її використання внаслідок цілого ряду обмежень [3, с. 176]. Інші вважають, що наявні обмеження можна подолати, а розрахунки дають досить точні й обґрунтовані результати, оскільки в ній закладений «дух оптимізації», який притаманний логістиці і є її рушійною ідеєю. У цій моделі елегантно поєднуються переконливість аргументів і простота розрахунку. Крім того, модель здатна модифікуватися залежно від умов її застосування.

Незважаючи на широку популярність цієї моделі, упродовж декількох десятиліть обставини її створення і коментарі були недостатньо висвітлені в науковому середовищі. Це стало причиною її жорсткої критики. Водночас ремарки авторів моделі дають вичерпні відповіді на зауваження, які з'явилися в результаті різних тлумачень і які накладалися одне на одного протягом тривалого часу.

Модель оптимального розміру замовлення (EOQ — *Economic Optimal Quantity*) уперше було запропоновано **Фордом Уїтманом Харрісом** (Ford Whitman Harris) у статті «Скільки деталей робити одночасно?» у 1913 році й опубліковано в журналі «Factory, The Magazine of Management» [4].

*У статті розглянуто проблеми питання щодо застосування на практиці моделі оптимального розміру замовлення Харріса-Уілсона та запропоновано шляхи подолання обмежень, пов'язаних з умовами її використання.*

*The article deals with issues concerning the application in practice the Harris-Wilson model of optimal size order and it is proposed the ways of overcoming the limitation associated with the conditions of its use.*

Наклад цього спеціалізованого видання досягав 10000 екземплярів (що на ті часи охоплювало досить широку аудиторію), журнал був орієнтований на менеджерів, зайнятих у виробничій сфері.

Видавцем журналу був **Шой А.В.** (A.W. Shaw), який тісно співпрацював з Гарвардською школою бізнесу і підтримував розвиток академічної науки, повністю перераховуючи їй гонорари за публікації в «Harvard Business Review». Одним із журналів Шой був «System, The Magazine of Business», що згодом став знаменитою «Business Week». Незважаючи на публікацію в такому солідному видавництві, стаття Харріса залишилася практично непоміченою і не принесла популярності своєму авторові. Лише у 1934 році Уїлсон Р.Х. (Wilson, R.H.), професор Гарвардської школи бізнесу, опублікував статтю «Наукові підходи до контролю запасів», у якій проаналізував запропоновану Харрісом Ф. модель і сформулював принциповий висновок про те, що для досягнення оптимального розміру замовлення потрібне досягнення балансу між витратами на оформлення замовлення і витратами щодо збереження запасу на складі [5]. Відтоді в теорії логістики модель *EOQ* носить назву «Модель Уїлсона».

Тільки в 1989 році співробітник Каліфорнійського університету Дональд Ерленкоттер (Donald Erlenkotter) у статті «Форд Уїтман Харріс і модель оптимального розміру замовлення» вказав на авторство саме Харріса в розробці цієї моделі [6]. Таким чином, модель оптимального розміру замовлення зустрічається в науковій і бізнес-літературі і як «модель Харріса», і як «модель Уїлсона». У своїй статті Харріс Ф. запропонував розглядати загальні (сукупні) витрати, пов'язані із запасами, як суму постійних і змінних витрат упродовж певного періоду (року).

До перших відносяться вартість річного обсягу запасів  $FC=U \cdot D$ , де  $FC$  (Fixed Cost) — постійні витрати,  $U$  (unit) — ціна одиниці запасу,  $D$  (Demand) — річний обсяг запасу. До змінних відносяться витрати, пов'язані з розміщенням замовлення  $R$  ( $R$  — request) і зберіганням запасу  $H$  ( $H$  — hold).

Таким чином,  $TC=FC+VC=U \cdot D+R+H$ , де  $TC$  (Total Cost) — сукупні витрати,  $VC$  — (Variable Cost) — змінні витрати. Змінні витрати, як відомо, безпосередньо пов'язані з обсягами виробництва і реалізації. Оскільки змінними в даному випадку є кількість замовлень і розмір запасу, то графічно функціональна залежність витрат була представлена **Харрісом Ф.** таким чином — **рис. 1**.

При цьому функція витрат з розміщення замовлення виражається рівнянням  $y = k \cdot x^{-1}$ , де  $k$  — постійний коефіцієнт,  $x$  — розмір замовлення. Функція витрат зі зберігання запасів виражається лінійним рівнянням  $y = b_0 + b_1 \cdot x$ , при  $b_0 = 0$ .

Загальні змінні витрати розраховуються за формулою:

$y = k \cdot x^{-1} + b_1 \cdot x$ . Оптимізація полягає в знаходженні координати точки  $x_{\min}$ , якій відповідає мінімум функції  $y_{\min}$ . Для цього необхідно знайти похідну  $y'$  і прирівняти її до нуля:

$$y' = -\frac{k}{x^2} + b_1, y' = 0 \Rightarrow -\frac{k}{x^2} + b_1 = 0.$$

Далі, в результаті перетворення:

$$-k + b_1 \cdot x^2 = 0; x^2 = \frac{k}{b_1}; x = \sqrt{\frac{k}{b_1}}, \text{ за умови } x > 0.$$

Таким чином,

$$x_{\min} = \sqrt{\frac{k}{b_1}}, \quad (1)$$

$$y_{\min} = \sqrt{k \cdot b_1} + \sqrt{k \cdot b_1} = 2 \cdot \sqrt{k \cdot b_1}. \quad (2)$$

Витрати, що пов'язані з розміщенням замовлення, складають

$$R = r \cdot \frac{D}{x}, \text{ де } r \text{ — вартість розміщення одного замовлення, отже, } k = r \cdot D.$$

Витрати зі зберігання розраховуються  $H = h \cdot \frac{x}{2}$ , де  $h$  — вартість зберігання одиниці запасу впродовж року,  $\frac{x}{2}$  — середній запас, звідси,  $b_1 = \frac{h}{2}$ . Формула (1) набуває вигляду:

$$EOQ = \sqrt{\frac{2 \cdot D \cdot r}{h}}, \quad (3)$$

тобто класичний вид моделі «Харріса-Уїлсона».

Відповідно змінні витрати при *EOQ* складуть

$$y_{\min} = 2 \cdot \sqrt{\frac{D \cdot r \cdot h}{2}} = \sqrt{2 \cdot D \cdot r \cdot h}, \quad (4)$$

або

$$y_{\min} = h \cdot EOQ. \quad (5)$$

Формула (4) надає можливість розрахувати очікувані витрати за вхідними даними до набуття значення *EOQ*.

Слід зазначити, що саме формула (3) піддавалася жорсткій критиці за наявність цілого ряду припущень, що ускладнюють її використання.

«Серед таких припущень, зокрема, такі:

- 1) рівень попиту постійний упродовж планового періоду;
- 2) час виконання замовлення (lead-time) постійний;
- 3) витрати на розміщення замовлення постійні;
- 4) витрати, пов'язані з транспортуванням замовлення постійні;
- 5) попит задовольняється в повному обсязі;
- 6) транзитних запасів немає;
- 7) в запасі знаходиться один вид продукції;
- 8) діапазон планування необмежений;
- 9) фінансові ресурси необмежені» [7, с. 125].

Дійсно, такі умови описують «ідеальну картину», яка навіть не зустрічається в реальному житті. Але пошук оптимізації не зупиняється. У своїй роботі Харріс звертав увагу, що модель *EOQ* призначена в якості практичного інструменту, який слід розумно використовувати («...formula is intended as a practical tool to be used intelligently» [5]).

Крім того, отримане значення може виявитися нецілим числом і тому у ряді випадків не може бути використано «механічно». В інших ситуаціях може бути розраховано неціле значення кількості замовлень. Обмеження можуть бути продиктовані умовами поставки (по 100, 200, 300 од. тощо). Обмеження, пов'язані з бюджетом підприємства, можуть суттєво впливати на можливість формування оптимального розміру замовлення.

Для ухвалення рішення в подібних ситуаціях менеджерів слід скористатися властивостями кривої загальних змінних витрат. На **рис. 2** наведено закономірність зміни загальних витрат зі зміною розміру замовлення. Рівню витрат з координатою  $m$  відповідають розміри замовлення  $X1$  і  $X2$ .

Знайдемо точки  $X1$  і  $X2$  на осі «Розмір замовлення» з координатою  $m$ .

$$\text{Нехай } y = m \Rightarrow \frac{k}{x} + b_1 \cdot x = m$$

$$\begin{cases} k + b_1 \cdot x^2 - m \cdot x = 0 \\ x \neq 0 \end{cases}$$

Розв'яжемо квадратне рівняння:

$$b_1 \cdot x^2 - m \cdot x + k = 0, \Delta = m^2 - 4 \cdot b_1 \cdot k$$

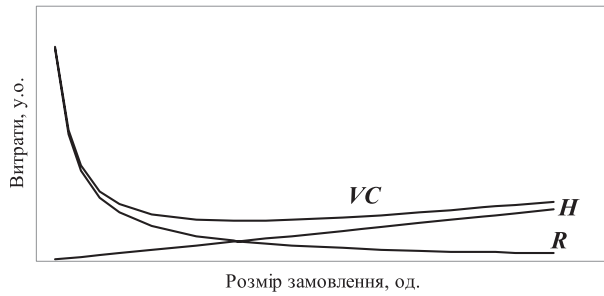
( $\Delta$  — дискримінант функції):

$$X_{1,2} = \frac{m \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot b_1} \Rightarrow X_{1,2} = \frac{m \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot b_1} = \frac{m \pm \sqrt{m^2 - 4 \cdot h/2 \cdot D \cdot r}}{2 \cdot h/2} = \frac{m \pm \sqrt{m^2 - 2 \cdot h \cdot D \cdot r}}{h} \quad (6)$$

Оскільки

$$m = \Delta \cdot y_{\min} = \Delta \cdot \sqrt{2 \cdot D \cdot r \cdot h},$$

Рис. 1. Функціональна залежність рівня витрат з управління запасами від розміру замовлення



де  $\Delta$  – коефіцієнт збільшення загальних витрат (наприклад, 1,05 (загальні витрати збільшилися на 5%); 1,1 (загальні витрати збільшилися на 10%) та ін.), то формула (6) набуває вигляду:

$$X_{1,2} = \frac{\Delta \cdot \sqrt{2 \cdot D \cdot r \cdot h} \pm \sqrt{\Delta^2 \cdot 2 \cdot D \cdot r \cdot h - 2 \cdot D \cdot r \cdot h}}{h} = \sqrt{\frac{2 \cdot D \cdot r}{h}} \cdot (\Delta \pm \sqrt{\Delta^2 - 1}) \quad (7)$$

Для розрахунку відношення зміни розміру замовлення  $X_{1,2}$  при збільшенні оптимального розміру загальних змінних витрат на  $\Delta$  до оптимального значення EOQ знайдемо відношення виразу (7) до виразу (3), отримаємо

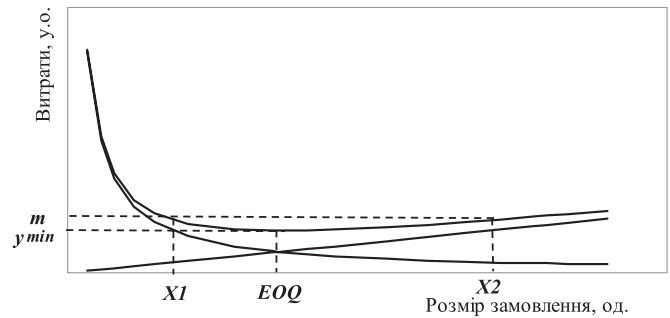
$$X_{1,2} / EOQ = \frac{\sqrt{\frac{2 \cdot D \cdot r}{h}} \cdot (\Delta \pm \sqrt{\Delta^2 - 1})}{\sqrt{\frac{2 \cdot D \cdot r}{h}}} = \Delta \pm \sqrt{\Delta^2 - 1} \quad (8)$$

Узагальнення закономірності зміни загальних витрат залежно від розміру замовлення наведено в таблиці. Вище йшлося про те, що за формулою (5) розраховуються загальні змінні витрати, які відповідають оптимальному розміру замовлення. З ростом цих витрат на 1%, (координата  $m$  на рис. 2) діапазон значень, відмінних від EOQ, коливається в межах від -13,18% до +15,18%. Зі зростанням загальних витрат лише на 5% від  $Y_{min}$  розмір замовлення, наближений до оптимального, може бути знайдений в діапазоні

Таблиця. Закономірність зміни загальних витрат залежно від розміру замовлення

Збільшення загальних витрат, %	$\Delta$	Зменшення EOQ, %	Збільшення EOQ, %	Ріст загальних витрат, %	$\Delta$	Зменшення EOQ, %	Збільшення EOQ, %
1	1,01	13,18	15,18	21	1,21	47,12	89,12
2	1,02	18,1	22,1	22	1,22	47,89	91,89
3	1,03	21,68	27,68	23	1,23	48,62	94,62
4	1,04	24,57	32,57	24	1,24	49,32	97,32
5	1,05	27,02	37,02	25	1,25	50	100
6	1,06	29,16	41,16	26	1,26	50,66	102,66
7	1,07	31,07	45,07	27	1,27	51,29	105,29
8	1,08	32,79	48,79	28	1,28	51,9	107,9
9	1,09	34,37	52,37	29	1,29	52,49	110,49
10	1,1	35,83	55,83	30	1,3	53,07	113,07
11	1,11	37,18	59,18	31	1,31	53,62	115,62
12	1,12	38,44	62,44	32	1,32	54,16	118,16
13	1,13	39,62	65,62	33	1,33	54,69	120,69
14	1,14	40,74	68,74	34	1,34	55,2	123,2
15	1,15	41,79	71,79	35	1,35	55,69	125,69
16	1,16	42,79	74,79	36	1,36	56,17	128,17
17	1,17	43,74	77,74	37	1,37	56,64	130,64
18	1,18	44,64	80,64	38	1,38	57,1	133,1
19	1,19	45,51	83,51	39	1,39	57,55	135,55
20	1,2	46,33	86,33	40	1,4	57,98	137,98

Рис. 2. Закономірність зміни загальних змінних витрат залежно від розміру замовлення



від -27,02% до +37,02% від EOQ, що значно підвищує можливості щодо прийняття обґрунтованих рішень у політиці управління запасами.

Практичну цінність має висновок про те, що незначна зміна загальних витрат дозволяє варіювати розмір замовлення в широкому діапазоні.

Значеннями, наведеними в таблиці, можна користуватися при різних вихідних даних конкретної логістичної задачі. Крім того, очевидно, що збільшення загальних витрат усього до 10%, що є цілком можливим для бізнесу, дозволяє в більшості випадків знайти оптимальний розмір замовлення.

Розглянемо приклад. Річний прогнозований обсяг попиту складає 1000 одиниць. Вартість розміщення замовлення — 100 у.о., вартість зберігання продукції на складі — 2 у.о. Необхідно розрахувати оптимальний розмір замовлення для формування політики управління запасами.

**Розв'язок.** Скориставшись формулою (3), отримуємо значення:

$$EOQ = \sqrt{\frac{2 \cdot 1000 \cdot 100}{2}} = 316,22 \text{ од.}$$

Рівень змінних витрат складає

$$VC = r \cdot \frac{D}{EOQ} + h \cdot \frac{EOQ}{2} = 2 \cdot EOQ = 632,45 \text{ у.о.}$$

Подальший аналіз свідчить, що при розміщенні замовлення в 316,22 од. не вдається повністю забезпечити задоволення попиту в 1000 од. Так, за формулою

$$F = \frac{D}{Q} = \frac{1000}{316,22} = 3,16$$

розраховується кількість замовлень протягом року або частота поставок ( $F$  - frequency). Отже, необхідно розмістити замовлення 3,16 разів, що, очевидно, є безглуздим.

Разом з цим при незначному збільшенні витрат з управління запасами на 5% їх розмір досягне рівня  $632,45 \cdot 1,05 = 664,07$  у.о.

За формулою (6) розрахуємо розмір замовлення, який відповідає цьому рівню витрат. У результаті обчислень отримуємо значення  $X1=230,79$  од. і  $X2=433,28$  од., які знаходяться в діапазоні — 27,02% та +37,02% від EOQ. В результаті розрахунків з'являється обґрунтована можливість довести розмір замовлення до  $Q = 250$  од. ( $Q$  - quantity) і повністю забезпечити обсяг річного попиту за 4 поставання. При цьому витрати, пов'язані із запасами, складуться

$$VC = r \cdot \frac{D}{Q} + h \cdot \frac{Q}{2} = 100 \cdot \frac{1000}{250} + 2 \cdot \frac{250}{2} = 650 \text{ у.о.,}$$

що лише на 2,7% більше, ніж витрати при EOQ

$$(\Delta\% = (1 - \frac{632,45}{650}) \cdot 100 = 2,7\%).$$

Критерієм оптимізації в даному випадку є кількість замовлень, яка повинна бути цілим числом. Враховуючи властивості кривої загальних витрат, вибір залишається за варіантом, при якому кількість замовлень (частота поставок) є більшою.

Такий підхід досить гнучкий у застосуванні та дозволяє подолати можливі обмеження, орієнтуючись на оптимальний рівень витрат, пов'язаних із запасами («...using a formula as a check is at least warranted» [3]). Що стосується обсягу річного попиту ( $D$ ), то доречно вести мову не про постійний попит, а про прогнозований попит. Прогнозування попиту є одним із завдань логістики, для його проведення використовуються різні методики, зокрема, обсяг попиту можна розрахувати за формулою:

$$D = \bar{d} * T,$$

де  $\bar{d}$  — середньодобовий попит, од.;

$T$  — кількість робочих днів в році.

Вартість зберігання одиниці запасу впродовж року розраховується за формулою:

$$h = \frac{W}{D},$$

де  $W$  (warehouse) — вартість утримання складу, у.о.

Складніше виділити витрати з оформлення замовлення ( $r$ ). Це питання залишається дискусійним. Оскільки такі витрати фіксовані й не залежать від розміру замовлення, то в них повинні включатися відповідні логістичні операції. На наш погляд, до таких витрат слід відносити: комісію банку за транзакцію з оплати замовлення, телефонні переговори з постачальником, підготовка документів і електронний обмін ними тощо. Що стосується створення страхових запасів, то їх наявність не змінює підходи до формування оптимального розміру замовлення, хоча загальні витрати з управління запасами, безумовно, збільшуються.

## ВИСНОВКИ

Розрахунок оптимального розміру замовлення є ключовим питанням в політиці управління запасами. Для його вирішення вже майже сто років використовується модель «Харріса-Уілсона». Аналіз цієї моделі дозволяє зробити висновок про можливість її широкого застосування на практиці для оптимізації витрат підприємства.

Модифікована формула Харріса-Уілсона (7) дозволяє обґрунтувати можливість створення рівня запасу (розміру замовлення), відмінного від EOQ, без істотної зміни рівня загальних витрат. В таблиці наведено діапазони відхилень розміру замовлення від EOQ зі зростанням сукупних витрат, пов'язаних із запасами, які носять універсальний характер та можуть використовуватися в практиці логістики підприємств різних галузей національної економіки.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Donald J. Bowersox, David J. Closs. *Supply Chain Logistics Management*. - McGraw-Hill, 2002.
2. Баскин А.И. Управление материалопотоками и нормирование запасов // *Логистика*, №1 (10), 29-30 (2000).
3. Стерлигова А.Н. *Управление запасами в цепях поставок / А.Н.Стерлигова*. - М.: ИНФРА-М, 2008.
4. Harris, Ford W. How Many Parts To Make At Once? // *Factory, The Magazine of Management*, №10 (2), 135-136, 152 (1913).
5. Wilson, R.H. A Scientific Routine for Stock Control // *Harvard Business Review*, №13, 116-128 (1934).
6. Erlenkotter, D. Ford Whitman Harris and the Economic Order Quantity Model // *Management Science*, №38, 37-46 (1990).
7. Douglas M. Lambert, James R. Stock. *Fundamentals of Logistics Management*. - McGraw-Hill, 1997.



## ШАНОВНІ АВТОРИ!

Англomовні публікації за кордоном. **ISSN 2076-6998**

Запрошуємо українських авторів – науковців до публікацій в англomовному журналі

«Наука та інновації»

Національної академії наук Азербайджана.

Редакція журналу «Економіст»

допоможе Вам з оформленням

статей згідно з вимогами наших колег

з Азербайджану.

Тел. **067-466-9490, 044-332-4109**

**ukreconomist@ukr.net**

