ГРУПИ СИМЕТРІЙ В ЕКОНОМІЧНОМУ ПРОСТОРІ ЗБАЛАНСОВАНОГО РОЗВИТКУ

GROUPS OF SYMMETRIES IN THE ECONOMIC SPACE OF SUSTAINABLE DEVELOPMENT

Олександр МОРОЗОВ,
доктор технічних наук,
заслужений діяч науки і техніки України,
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут
імені Ігоря Сікорського»

Oleksandr MOROZOV,
Doctor of Engineering Sciences,
Honoured science and engineering worker of Ukraine, National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"

Стійка, збалансована еволюція людини спирається на побудований за планом груп симетрій природою чи Богом геном людини, а людям тепер потрібно у свою чергу слідом за творцем самим будувати на розумінні груп симетрій свою соціально-економічну еволюцію стійкого, збалансованого розвитку із урахуванням принципу невиродженості життя на Землі.
Автор

Альберту Ейнштейну належать такі слова:
«Жодна проблема не може бути вирішена на тому рівні свідомості, на якому вона створювалась».

Вступ. Доведення існування. Божественний задум людини для нас є незбагненним, але якщо що-небудь і може висвітлити таємниці світу щодо людини, так це відносини між людьми стосовно створення, розподілу, обміну та споживання економічних, культурних і взагалі матеріальних і нематеріальних цінностей, тобто таке поєднане і спільне явище природи та людини, яке прийнято визначати поняттям «економіка».

Сучасну економіку у всьому світі все більше й більше заповнює своїм вогнем знань усе, що зветься науками, і це поступово розганяє хмари незнань законів природи й економіки. Це ті хмари, які тривалий час приховували від нас істинну сутність людини та природи, ті хмари, які поступово розсіюються в променях знань, тобто в променях тих знань, які ми постійно отримуємо, але їх світло тільки-тільки потрапляє в царство королеви, що має ім'я Життя, воно ще не повністю торкнулось покривал принцеси на ім'я Думка, а лице королеви на ім'я Життя все ще продовжує ховатись у темряві невігластва Правителів різних рівнів.

У статті викладено підхід до пошуку шляхів визначення груп симетрій в економічному просторі, який не є ані теорією, ані гіпотезою, а претендує лише на рівень соціально-економічної метафори як інструменту більш глибокого пізнання вже давно відомих, але дуже актуальних речей для спасіння народів Світу. У ній постулюється, що деякий складний набір економічних явищ можна порівняти зі стратегічним планом пошуку конкретних шляхів до збалансованого розвитку.

Запропонована в статті математична метафора панування в природі й суспільстві симетрій – це запрошення до роздумів про те, що нам відомо в різних сферах природничих і соціально-економічних наук стосовно долі математичного відкриття груп симетрій. Окрім цього, це запрошення до створення різноманіття економічних образів, підтвердження гіпотез про існування груп симетрій і побудови робочих моделей, які уніформізовані та координатизовані в нашому орієнтованому економічному просторі.

Вочевидь план, який намічено в статті, не є ні жорстким, ні абсолютним. В економічних дослідженнях і дослідженнях суспільних наук їх статус частіше коливається між моделлю й метафорою. При можливій зміні парадигми формування економічного простору відомі теорії мають перейти в розряд застарілих моделей. При цьому викладене в статті є зручним способом реалізації історичного досвіду щодо практичного використання долі математичного поняття «групи симетрій». Можна розраховувати на практичну спрямованість результатів залучення до досліджень поняття групи симетрій економічного простору при подальшому викладенні моєї нової теорії «потужності економічних систем».

The article deals with the approach to search of directions to determine the groups of symmetries in the economic space that is neither a theory nor a hypothesis, but claims to the level of social and economic metaphor as an instrument of deeper perception of already recognized, but very topical things to save the World's peoples. It postulates that a certain complex set of economic phenomena can be compared with a strategic plan for search of specific ways to sustainable development.

The mathematical metaphor of symmetries dominating in terms of nature and society suggested in the article is an invitation to reflect on what is known in different fields of natural and socio-economic sciences as to the share of mathematical discovery of groups of symmetries. Additionally, this is an invitation to creation a variety of economic images, confirmation of hypotheses for existence of the groups of symmetries and development of working models uniformized and coordinatized in our oriented economic space.

The plan outlined in the article is obviously neither fixed nor absolute. In economic and social sciences researches their status basically vibrates between a model and a metaphor. In case of possible change of economic space formation paradigm, well-known theories shall become outdated models. In this case the information provided herein is a handy way of implementation of historical experience as to the practical usage of the share of mathematical notion "groups of symmetries". It is reasonable to count on a practical focus of the results of attraction of groups of symmetries in the economic space to the research under further presentation of my new theory of "power of economic systems".

І поки Правителі не знають, що є Думка, їм не зрозуміти, що таке економіка.

Над цим ми і працюємо, щоб принцеса на ім'я Думка посіла достойне місце поряд із королевою на ім'я Життя.

Отже, до справи.

Могутня сила наукової творчості, строгість викладень її результатів із прихильністю до інноваційних шляхів розвитку економіки та отримання креативних результатів у всіх сферах життєдіяльності завжди спирається на прискіпливе проведення спостережень і вимірів у межах певного визначеного простору.

У цій статті узагальнено приблизно два десятки авторських «нетехнічних» ідей і результатів у сфері економічної теорії, що отримані переважно за останні двадцять років. Економічна теорія і практика – прекрасна галузь наукових та життєдайних інтересів, яка є не тільки приводом для актуальних досліджень, а й метафорою людського існування. На жаль, багато нових пропозицій сучасних науковців у цій сфері все ще залишається поза увагою влади, а реальні проблеми інноваційного розвитку країни, її перспектив на десять чи двадцять років у майбутньому не проникають навіть і до конституційного джерела влади.

Супроводжує таку долю економіки та інновацій в останні 25 років в Україні почуття «одинокого бігуна на довгу дистанцію».

Мова йде про все, що втілене в певній формі, існує в постійному єдиноборстві; з іншого боку, воно, це все, втілює в собі щось ідеальне й об'єктивне, що відповідає певній потребі, а тому необхідне так, якби щось трансцендентне (у широкому сенсі трансцендентне нами розуміється як «потойбічне» на відміну від іманентного як «поцюстороннє»), що бажає втілитись у певній формі, давило на людину, перетворюючи її в рупор одкровення.

Окрім цього, те, що втілене у формі, завжди несе в собі відбиток історії духу, воно є невід'ємною складовою від моменту створення, від історичного процесу, не дає можливості законсервувати себе як застиглий результат.

Економіка як частина наукового вчення про реальне життя людей та їх відносин – це висока об'єктивна цінність, якій смиренно служить людина. Одночасно вона є дуже важливою гілкою людської діяльності, заради продуктів якої не можна приносити в жертву саме життя. Разом з тим на практиці економіка майбутнього України, принаймні чотирьох сфер і дій щодо соціально-економічних цінностей (виробництво, розподіл, обмін, споживання) повинна будуватись на основі принципу людиноцентризму.

Її основна тема – дослідження досить непростих станів економічних систем (за нашою класифікацією – умовно принаймні систем п'яти рівнів: людина, підприємство, регіон, країна, світове господарство) із багатьма невідомими. Якщо ці невідомі вибрані в умовно скінченну множину, то ми зможемо уявити собі й множину всіх рішень, що складається із n-кількості множин комплексних чисел, які можуть бути зафіксовані, наприклад, у вигляді образів і форм, розміщених у визначеному орієнтованому економічному n-вимірному (або 2n-вимірному) просторі. На цьому шляху нас вже зустрічає добре визначене в математиці поняття «груп симетрій». В одних напрямках ці форми йдуть в безкінечність, а в інших примхливо замикаються на себе. Різноманіття й складність таких форм безкінечно багатше, ніж все, що можна побачити на сучасних виставках абстрактного мистецтва. Наша мета – крок за кроком навчитись знаходити регулярності, взаємозв'язки й закономірності в цьому величезному економічному світі. <u>Чи існують рішення, в яких усі координати розміщення економічних форм у зазначеному просторі є цілими числами (або раціональні, або комплексні)? Наскільки їх багато?</u>

<u>Актуальність.</u> Можна вважати, що заняття економікою поряд із міфами, мовою та музикою – один із початкових видів творчої діяльності, в якому виявляється як глибока людяність, так і страшна жорстокість людей, як їх духовна організуюча воля, так іноді повна її відсутність.

Якщо сьогодні в цьому відношенні й намічаються якісь зміни, то вони, мабуть, пов'язані насамперед зі зростанням інтересу до знань, інновацій, креативності, інформаційних технологій і мереж, що формують більш точне мислення широких верств, хоча, спостерігаючи за підростаючим поколінням, інколи відчуваєш певні сумніви. І це є великою та складною проблемою подальшого розвитку України.

В економічній теорії завдяки сучасним дослідженням відомих усім нобелівських лауреатів у галузі економіки та визнаних вітчизняних вчених таких, як Л.Антонюк, В.Базилевич, Ю. Бажал, Д.Баюра, Є.Бельтюков, І.Бистряков, Т.Богдан, М.Бутко, М.Войнаренко, В.Голян, О.Гавриш, В. Геєць, В. Герасимчук, Н.Гражевська, О.Гуменна, В.Дергачова, М. Долішній, О.Жилінська, А.Ігнатюк, Д.Ільницький, Ф.Касумов, О.Кірш, Д.Крисанов, О. Кузьмін, Г.Купалова, Е.Лібанова, І. Лукінов, І.Лютий, Б. Малицький, І.Мазур, Ю. Манцевич, А.Маслов, В. Мунтіян, Л.Мусіна, С.Науменкова, В.Парсяк, А.Поручника, В.Рябошлик, В. Соловйов, А.Старостіна, Я.Столярчук, Л.Федулова, Г.Фелюк, С.Харчіков, В.Хаустов, Н.Чала, О.Черняк, М. Чумаченко, А. Чухно, В.Шевчук, О.Шнирков та інші, намітилась прогресивна тенденція відмови від традиційних підходів до проблем визначення змісту і структури цілого ряду економічних понять.

Значна частина згаданих учених (як економістів, так і державних діячів) об'єднали свої творчі зусилля навколо ідеї народного депутата України С.Тарути та його пропозицій щодо концептуальних рішень з розробки доктрини збалансованого соціально-економічного розвитку «Україна 2030» [1]. На мій погляд, ця доктрина, що презентована С.Тарутою в травні 2017 року, є прикладом яскравої метафори, яка намалювала словесну модель зовні розумного і збалансованого економічного стрибка України в певному часовому економіко-просторі із конкретно визначеними часовими горизонтами та періодами. Дійсно, ця доктрина може і навіть, на нашу думку, повинна нині розглядатись патріотично свідомою вітчизняною і світовою науковою спільнотою як основний інструмент для подальших досліджень, розробок методологій і методів розрахунків конкретних параметрів розвитку на кшталт принципу невиродженості в рамках теорії нематеріальної потужності економічних систем, що розроблена автором цієї статті.

Подальше викладення матеріалу статті присвячене актуальному питанню дослідження методологічних деталізацій і розвитку доктрини «Україна 2030» через пошуки можливих методологічних підходів та шляхів визначення груп симетрій, які можна буде реалізувати в окресленому С.Тарутою із співавторами [1] в майбутньому соціально-економічному часовому просторі України.

Так, поняття «*простір*» як категорія мислення в економічній і теорії, і практиці в доктрині все більше відокремлюється від свого видимого матеріального територіального образу, що починає розглядатись доктриною щодо суб'єктів господарювання не як гомогенне явище скалярного типу, а як явище гетерогенне, якому притаманний *векторний тип функціонування* на базі просторово-орієнтованих у часі методологічних позицій.

Теорія пізнання, що належить до філософії, в цьому випадку лежить за межами нашої статті. Разом з тим можна і потрібно усвідомити її економічні задачі, скажімо, чи можна із наявного компедіуму (записаного конспекту, синопсису) знань логічно знайти відповідь на нове питання: чи потрібно для цього розширення існуючої бази знань?

Через дві тисячі років після Діофанта та Піфагора з'ясувалось, що будь-яка задача такого типу зводиться до однієї: чи є рішення в системи діофантових рівнянь, у формі якої (як один із варіантів) формулюються подібні задачі? Простір усіх комплексних рішень може виглядати (топологічно) як сфера або тор, або сфера із кількома ручками. Кількість ручок називається родом, це дуже стійкий інваріант систем рівнянь, пов'язаний із арифметичними тонкощами й наявністю дискретних точок решітки цілочислених векторів.

Таким чином, завдяки дослідженням вказаних та багатьох інших вітчизняних і зарубіжних вчених можна вважати, що проблема пошуку груп симетрій у хаосі економічних явищ стала осучасненою новою доктриною С.Тарути і тому є надактуальною.

Мета та її історичні передумови. Метою статті є розкриття можливих шляхів пошуку груп симетрій (елементів структури порядку в орієнтованому економічному просторі) в хаосі взагалі всіх сучасних світових і українських економічних явищ. Стаття продовжує дослідження і робить наступний крок до поставленої мети слідом за нашою публікацією «Про нову парадигму формування поняття економічного простору інноваційних бізнес-структур» у журналі «Економіст» №2 за 2017 рік [2].

Ми вже визначили, що *економічний орієнтований простір* – це складний комплекс, наповнення якого як цілого залежить від характерних значень і розмірностей параметрів складових його частин та від закономірностей взаємодії між цими частинами. Такий економічний орієнтований простір повинен бути наділений *метричною структурою* та на першому місці – *структурою порядку*. Формуванню й розкриттю понять метричної структури і структури порядку *n-вимірного* економічного орієнтованого простору як певного континууму притаманний символ досконалості природи – «симетрія», що проявляється в наявності в континуумі певних характерних визначених множин – «груп».

Таким чином, на нашу думку, саме «групи» постають можливим ключиком і шляхом до розкриття таких симетрій в економічному просторі.

Отже, ще в 1832 році в Парижі двадцятирічний Галуа в безсмертному листі, що був написаний перед загибеллю (вранці він був убитий на дуелі), повідомив своєму другові Шевальє, що виявив у кінцевих групах «справжню метафізику» алгебраїчних рівнянь. Пізніше він був визнаний автором геніального математичного відкриття – скінченних груп Галуа. Його короткі записи лишались тривалий час таємницею за сімома печатками. Лише в 1870, якраз тоді, коли відомі на той час видатні математики Фелікс Клейн та Софус Лі перебували в Парижі, Каміл Жордан у своїй великій праці «Трактат про підстановки» [3] зірвав цю печатку таємничості й систематично обґрунтував теорію про підстановки кінцевих груп перетворень. З тих пір ідея груп починає завойовувати своє місце в теоріях багатьох наукових напрямів як природничих, так і соціальних сфер. Але основною і до цих пір постійною була математика.

Методологія. Завдяки давній появі теорії груп стало можливим, на нашу думку, певне сучасне осмислення геометричних і алгебраїчних зв'язків у орієнованому економічному просторі, починаючи із найширшої групи перетворень і подальшого зведення до вузьких спеціальних груп. У гущині єдиноборства поточного всеохоплючого й міцно тримаючого у своїх обіймах матеріального й нематеріального життя процес створення та пошуку «чистої форми» може бути здійснений і прийнятий як категорія можливого, як можливий субстрат у процесі становлення все більш точного визначення частин цілого як матеріального, так і нематеріального, як дійсного, так і уявного. Ми надалі не будемо так часто вдаватись у такі тонкощі, а задовольнятимемось контрастом між теорією і практикою, що пов'язаний із практичною сферою поняття груп.

Поняття групи є прихованим феноменом симетрії, воно з'явилось не в науці, а в мистецтві, насамперед в орнаментиці, яка досягла високої досконалості ще в древньому Єгипті. Проблема правильних тіл стала істотним стимулом грецької геометрії. Кеплер скористався симетрією – цим найстародавнішим символом досконалості – для проникнення в приховану гармонію небесних сфер. Закони симетрії панують у царстві кристалів.

Симетрія відображається в групах перетворень, що переводять задану фігуру як ціле в себе. У цьому просторі допустимі не всі перетворення фігур – плоских орнаментів, правильних тіл, кристалів, а лише подібні відображення, що залишають незмінними всі зв'язки, які характерні самому простору. У своїй Ерлангенській програмі [4] Ф.Клейн встановив ту групу ізоморфних перетворень, яка у сфері формалізованої математики може вважатись справжнім принципом класифікації різних геометрій і розподілів у певних просторах елементів визначених множин.

Чи виникає аналогія із можливістю існування груп симетрій об'єктів в орієнтованому економічного просторі? Так. За цими дискретними йдуть неперервні групи ізоморфних перетворень простору в себе, що становлять зміст поняття однорідності простору. Однорідність орієнтованого економічного простору (саме простору як вмістилища економічних об'єктів) є його важливою визначальною рисою. Додатково та апріорі вважаємо, що «час» є однорідним.

Простір і час як форми матеріальної та нематеріальної змістовності економічного світу саме своєю однорідністю протиставляються явищам: завдяки своїй однорідності вони стають принципами індивідуалізації, що припускає існування різних індивідів з однаковими властивостям.

Проблема уточнення характеру однорідності просторово-часового світу в межах прийнятих нами масштабів економічних подій не є пов'язаною із загальновідомим фізичним терміном «теорія відносності».

Так само, як у багатьох геометріях, в алгебрі і в економіці може й запанує поняття групи симетрій.

Розглянемо приклад. Проблему вирішення рівнянь n-ступеня можна сформулювати так: нехай n чисел або точок комплексної числової площини задані разом, без визначення їх порядку, потрібно з цього набору вибрати окрему точку. Тому в рамках нашого дослідження застосуємо таку ж логіку для визначення можливих шляхів пошуку груп симетрій економічного простору.

Результати дослідження. Розглянемо порядок такого вибору, спираючись на алгебраїчний підхід, як варіант вирішення проблеми пошуку симетрій на шляху визначення груп орієнтованого економічного простору із урахуванням його можливих іманентних і трансцендентних властивостей. Об'єктом релятивістської проблеми тут є не безперервна сфера, що складається із безкінечної кількості точок, а той самий склад із n чисел (у нашому випадку кожне число із n є окремим економічним об'єктом). Чи можливо відрізнити будь-яке одне із цих чисел від інших, керуючись об'єктивними алгебраїчними ознаками (можливо, в нашому випадку, із урахуванням певних економічних ознак)? Звичайно. Тепер у протилежній ситуації, яка має місце в однорідному просторі, числова вісь характеризується тим, що кожний її елемент є індивідуумом (як і економічний об'єкт), який відрізняється від усіх інших своїми об'єктивними властивостями; саме на цьому ґрунтується використання континууму чисел в якості координат, тобто символів відмінності.

Але в алгебрі мають силу лише властивості й відношення, які залежать від алгебраїчних операцій «+»(складання) або «х»(множення), а відношення «більше», «менше» для величин не розглядаються. При аксіоматичній підставі ми маємо не одне царство чисел, а безкінечно багато числових утворень, кожне із яких є самостійним світом; у такому випадку ми вимагаємо примусової відмови від вказаних відносин, оскільки «числа» цих абстрактних систем зовсім не пов'язані подібними відносинами.

Виявляється, що в чистій алгебрі є числа, які втрачають значну частину своєї індивідуальності, *і теорія Галуа* [5] не що інше, як теорія відносності числових полів, або, наприклад, розглянутих вище наборів із n чисел (у нашому випадку кожне число із n є характеристикою сукупних властивостей певного окремого економічного об'єкта). У підставах проективної геометрії виключно красивою виявляється відносність, що відображає єдність алгебри й геометрії. Найпростіша аксіома інцидентності (*інцидентність – геометричний термін, що вживається для позначення відношення належності (зв'язку, з'єднання) між основними об'єктами геометрії: крапками, прямими, площинами. Властивості інцидентності характеризуються так званими аксіомами приналежності, наприклад, у системі аксіом Гільберта*) без будь-яких вимог безперервності дає систему в сенсі абстрактної алгебри, яка належить до проективного простору, вона також може належати й до економічного простору.

З цього приводу в роботах [6; 7] автором вперше сформульована гіпотеза щодо можливості теоретичного визначення шляхів формування проективного економічного простору та викладено необхідні припущення.

Відносність таких проективних економічних просторів проявляється подвійно: по-перше, в довільності вибору системи проективних координат, яка складається із довільних п'яти точок, із яких ніякі чотири не лежать в одній площині; по-друге, в групі ізоморфних перетворень числового поля в себе, які призводять до своєрідного перетворення простору, що залишає систему координат на місці (1):

$$(x_1, \ldots, x_n) \rightarrow (x_1^*, \ldots, x_n^*), \tag{1}$$

де, * – автоморфізм основного поля чисел (як і поля параметрів економічних об'єктів у відповідному координатизованому та уніформізованому економічному просторі).

Якщо це поле є континуумом усіх речових або комплексних чисел, то вони збігаються, про що й свідчить *так звана основна теорема проективної геометрії* [8].

Для підтримки нашої впевненості у можливості формування теоретичних підходів до виявлення скінченних груп симетрій у середовищі економічних об'єктів, які ми намагаємось координатизувати в орієнтованому економічному просторі, є фундаментальні роботи Ф.Клейна щодо *теореми уніформізації* [9], яка сформувала суттєві засади для визначення понять *автоморфних функцій*.

Корінь високого значення їх ролі є у визначенні поняття групи в *топології,* що описує властивості безперервного, яке зберігається при всіх можливих деформаціях геометричного простору: розмірів, кутів, відстаней. Але групи симетрій у топологічному просторі залишаються, що є дуже суттєвим у наших пошуках груп симетрій в орієнтованому економічному просторі. Із введенням поняття *автоморфних функцій* Ф.Клейн підпорядкував теорію функцій диктату груп симетрій [10].

Фізичні аналогії цієї роботи до цих пір використовуються в теорії ріманових поверхонь.

Наступний крок нашого пошуку шляхів до визначення груп симетрій в економічному просторі такий. Якщо ми будемо вважати, що в орієнтованому економічному просторі можливе існування деяких аналітичних функцій як однозв'язних, то їх можна, за відомим визначенням Г.Рімана, вважати внутрішністю круга. Дробово-лінійне перетворення – єдине конформне, тобто таке, яке зберігає аналітичність відображення, що переводить внутрішність круга в себе. Тому в орієнтованому економічному просторі автоморфні функції можна справедливо вважати такими, які інваріантні відносно груп лінійних перетворень незалежних змінних.

Розберемо випадки, коли певний економічний процес (розвиток або деградація економічних систем) поширюється серед об'єктів, що уніформізовані та координатизовані в орієнтованому економічному просторі.

Економічне середовище в околиці деякого «об'єкта – точки» однозначно визначається обстановкою в точці, але вказаний процес, незважаючи на однозначність у малому, зовсім не обов'язково призведе до зміни стану деякого «об'єкта – точки», який визначається цілим економічним середовищем.

Якщо в якості прикладу такого середовища візьмемо одновимірний орієнтований економічний простір, визначений в роботі автора [див. 2] у вигляді замкнутої кривої C, то після однократного обігу (чи вправо, чи вліво) по цій кривій процес може опинитись у деякому іншому стані, на якомусь іншому рівні над вихідною точкою. У такому випадку однозначність виявляється лише тоді, коли C уявляється у вигляді спіралі, що лежить над кривою з безкінечним числом витків.

Просуваючи кожну точку по спіралі, скажімо, вправо, на один чи два витки, ми отримаємо відображення спіралі на себе, тотожне відносно проектування на C, тобто жодна точка C при цьому не зрушує з місця. У цьому сенсі можна сказати, що крива C, яка прийнята в якості носія процесу описаного виду, має приховану властивість топологічної симетрії; група, що відображає таку симетрію, полягає в «перетвореннях ковзання» спіралі, які приховані за тотожним перетворенням кривої C. Поширення цієї ідеї на двовимірний орієнтований економічний простір (див. [2]) у вигляді деякої поверхні за своїм характером здатне бути носієм аналітичних функцій та відповідає колу ідей, що виникли унаслідок справедливості доведеної Ф.Клейном «теореми уніформізації» [10].

Фактично, на наш погляд, легендарна Ерлангенська програма Ф.Клейна все далі займає свої чарівні позиції в прикладному плані у все більш широких сферах сучасних прикладних наук, досягає прояву *через залучення до практики саме теорії груп лінійних перетворень та їх інваріантів*.

Шлях для такого підходу ще раніше прокладав А.Келі, який намагався звести кожну групу лінійних перетворень до повної групи, використовуючи «абсолюти» [11], коли проективний простір отримувався із афінного шляхом приєднання безкінечно віддаленої площини (точки). Теорія інваріантів ортогональних груп розуміється як теорія інваріантів повних лінійних груп, а в якості абсолюту до всіх форм (чи до стану деякого «об'єкта – точки») додається деяка фіксована квадратична форма (ортогональна група складається із тих лінійних перетворень, які не змінюють форму).

Такий підхід став у свій час аналітичним виразом, у якому А.Ейнштейн виклав свою теорію відносності. Але цей підхід у той час не набув загального визнання, не став доцільним так само, як і принцип проективного породження Штейнера, відповідно до якого квадратична форма від трьох змінних уявляється як визначник симетричної матриці другого порядку, коефіцієнти якої є суть лінійні форми [12]. Але потім ці підходи відобразились на загальній теорії відносності та інфінітезимальній геометрії.

У рамках наших пошуків цікаво розглянути приклад чотиривимірного поля із його «метричним полем», що викликає явище гравітації, та спробувати знайти певні аналогії з економічними явищами.

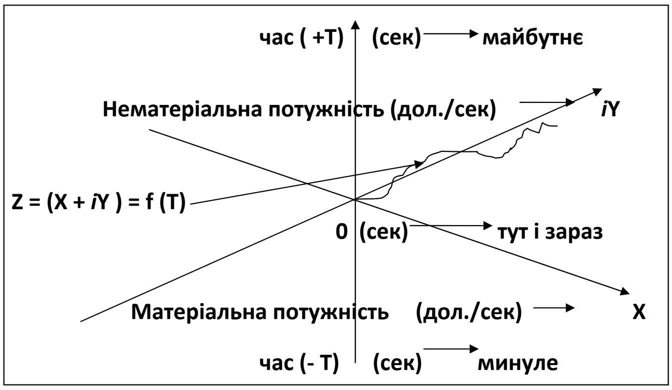
Довільними тут є чотири координати – безперервні функції, значення яких дозволяють відрізняти одну від іншої точки цього простору. Цей підхід може бути застосовано до визначення відмінного (індивідуального) стану «об'єктів – точок», які уніформізовані та координатизовані в нашому орієнтованому економічному просторі, тому що загальні закони світу повинні бути інваріантні відносно групи всіх довільних перетворень координат будь-яких просторів.

Приклад. Метрика у двовимірному орієнтованому економічному просторі кривої $Z = (X + iY) = f(T)$ в деякій точці Z виявляється в тому, що із реперів, заданих в точці Z, які складаються із трьох векторів, виділяється клас 2 реперів площини Аргана. Перехід від одного репера до другого здійснюється за допомогою груп ортогональних перетворень. Саме такі групи, на нашу думку, визначають природу наших економічних різноманіть, тому при формуванні шляхів до визначення груп симетрій у нашому орієнтованому економічному просторі можна буде просто вказати конкретну групу.

Щоб відрізняти одну від іншої точки в орієнтованому економічному просторі, необхідно в якості локального репера конкретно заданого простору вибрати деяким актом довільності один із рівноправних реперів – точно так, як в основу представлення ми повинні були покласти одну із можливих систем координат. Оскільки об'єктивні закони природи (до них ми відносимо й закони економічні) інваріантні також відносно довільних обертань локальних реперів, що здійснюються в різних точках незалежно один від іншого.

На рис. 1 зображена крива в одному із варіантів системи координат двовимірного орієнтованого економічного простору $Z = (X + iY) = f(T)$. Тобто крива залежнос-

Рис. 1. **Крива залежності загальної потужності економічної системи від часу в майбутньому $Z = (X + iY) = f(T)$, де розмірність точок кривої Z – (дол./сек)/сек), розмірність вісі матеріальної потужності X – (дол./сек), розмірність вісі нематеріальної потужності iY – (дол./сек), розмірність вісі часу T – (сек).**



ті загальної потужності економічної системи Z від часу в майбутньому.

Ця крива відповідає ідеї, що отримала назву «калібрувальна зв'язність або інваріантність». Ідея входить до найбільш успішних фізичних теорій, а її зміна в часі вирішальним чином залежить від функціонування й економічних структур, що, напевно, володіють симетрією. Причому симетрією, яка на фундаментальному рівні опису повинна бути абсолютно точною.

Калібрува́льна інваріа́нтність пропонується нами як вимога незалежності теорії економічного простору від певних перетворень, які можуть відображати й розкривати приховану симетрію економічних явищ. Поняття калібрувальної інваріантності важливе для запропонованого нами підходу, оскільки допомагає навести порядок у позірно великій різноманітності економічних систем. Перетворення, щодо яких вимагається інваріантність нашої теорії, вже прийнято називати *калібрувальними перетвореннями*, а самі такі теорії *калібрувальними теоріями*.

Вони пов'язані з фундаментальним поняттям «групи симетрій», яке ми розглядаємо в цій статті в розрізі пошуку та шляхів визначення їх в економічному просторі. Окрім того, саме поняття «групи симетрій», як ми вже вказали вище, має багато важливих застосувань у фізиці, хімії, біології, генетиці, кристалографії, орнаментології, а також у багатьох інших сферах науки, особливо в математиці. Цей досвід додає нам упевненості в наших пошуках і формулюванні математичної метафори щодо існування груп симетрій в економічному просторі.

Подібне аналітичне формулювання у фізиці, при якому метрика характеризується локальними реперами, виявляється із необхідністю, коли окрім електромагнетизму розглядаються ще й матеріальні хвилі Шредингера-Дірака [13].

Одночасно відповідно до нашої роботи [2], окрім ортогональної групи, яка описує стійку природу економічних різноманіть, ми маємо «орієнтацію», тобто в нашому випадку відносно локального репера (де розміщуємо початок вибраної системи координат) в кожній точці відносно системи координат. Такий комплексний підхід дозволяє прив'язати групи симетрій як до метричного порядку (метрики, розмірності), так і порядку структури (орієнтації груп симетрій) у нашому орієнтованому економічному просторі.

Розглянемо простий приклад. Яка симетрія ймовірного квадратного розташування чотирьох різних точок Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 на площині Аргана відносно точки 0 – початку вказаної на рисунку 1 системи координат у момент часу 0, тобто тут і зараз? На це питання можна дати дві різні відповіді залежно від того, чи припустимі перетворення симетрії, що змінюють орієнтацію умовного квадрата, який утворюють точки Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 (тобто такі, при яких квадрат повертається). Спочатку розглянемо випадок, коли такі перетворення, що змінюють орієнтацію, заборонені.

Тоді симетрія квадрата породжується поворотом на прямий кут у площині квадрата, що повторюється різне число разів. Для зручності ці рухи в нашому випадку системи координат є площиною Аргана. Можна, за бажанням, зіставити точки Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 на цій комплексній площині й точки 1, i, -1, $-i$. Тоді основному повороту на прямий кут відповідатиме множення на i (тобто операція «i x»). Різні ступені числа i представляють всі наші повороти, всього їх буде чотири:

$$i^0 = 1,\ i^1 = i,\ i^2 = -1,\ i^3 = -i \qquad (2)$$

Четверта ступінь $i^4=1$ повертає нас до початку, тобто не додає нових елементів. Добуток будь-яких двох із цих чотирьох елементів знову дорівнює одному з них.

Ці чотири елементи є найпростішим прикладом ГРУПИ. Останню визначає набір її елементів і правило їх попарного множення (множення позначимо розміщенням двох елементів поряд), для якого виконується закон асоціативності

$$a(bc)=(ab)c\ . \qquad (3)$$

У групі є одиничний елемент 1, що має властивість

$$1a=a1=a, \qquad (4)$$

а кожному елементу групи а відповідає зворотний елемент a^{-1}, тобто такий, що

$$a^{-1}a = a\,a^{-1} = 1. \qquad (5)$$

Операції симетрії (3, 4, 5), завдяки яким об'єкти (не обов'язково квадрат) переводяться самі в себе, завжди задовольняють цим умовам, що називаються *груповими аксіомами*.

Нагадаємо, що ми приймаємо відомі умови, коли в перемноженні ab спочатку діє b, потім a. Ми розглядаємо ці елементи як операції, що виконуються над певним об'єктом, розташованим справа. У прикладі поворотів квадрата без відображення діє аксіома *комутативності*

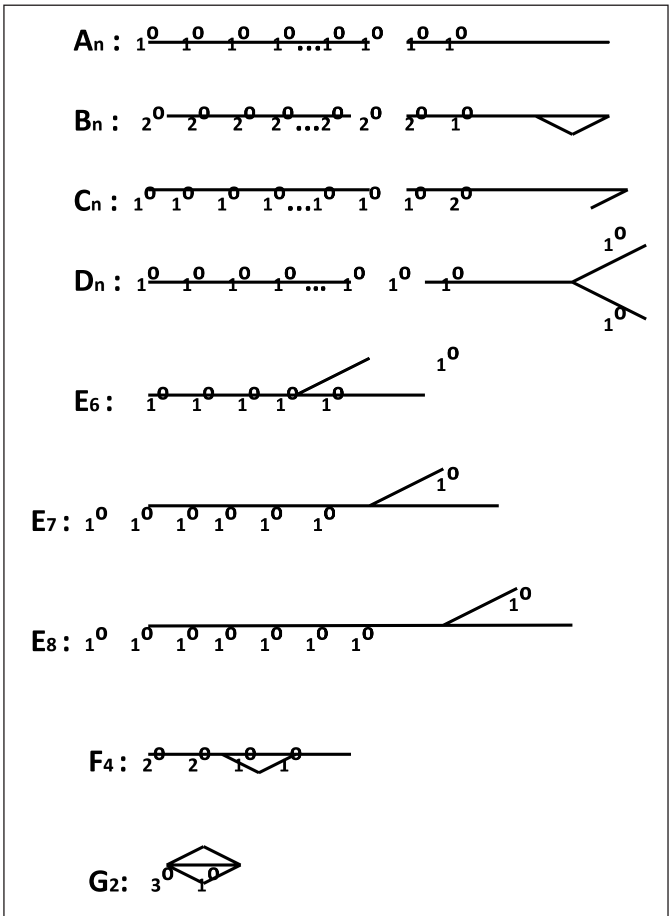
$$ab = ba. \qquad (6)$$

Групи, які комутативні в цьому сенсі, називаються абелевими на честь трагічно померлого норвезького математика Нільса Хенрика Абеля [14]. Очевидно, що будь-яка група, яку можна представити просто шляхом перемноження комплексних чисел, повинна бути абелевою (оскільки результат множення окремих комплексних чисел завжди комутативний).

Приклади груп симетрій і різновиди аксіом можна продовжувати, але це не є метою статті. Ці приклади підпорядковані іншій, нашій основній меті: продемонструвати можливість рухатись у наших пошуках по запропонованому шляху аналогій груп симетрій в економічному орієнтованому просторі до деяких вже визначених різноманіть геометричних і алгебраїчних груп симетрій та відповідних їм алгебр (тобто певних особливих наборів алгебраїчних операцій і аксіом). Для цього варто вказати на існування в математиці вже практично завершених класифікацій груп та відповідних їм алгебр.

У теорії груп їх різноманіття знайшло втілення в різних класифікаціях груп і відповідних алгебр. Наприклад, задача класифікації всіх простих груп, відповідно

Рис. 2. **Типи найвідоміших схем класифікації Е.Динкіна простих компактних груп та комплексних алгебр Лі**



простих комплексних алгебр Лі звелась до опису всіх допустимих зв'язних схем Е.Динкіна.

Приклад схем класифікації Е.Динкіна, наведених на рис. 2, цитовано нами з роботи Д.Желобенко [15], свідчить про те, що для пошуку шляхів та аналогій побудови більшості груп та їх редуктивних алгебр для представлення таких груп вже існують глибокі математичні теорії та результати. У роботі [15] наведено також великий перелік посилань на всі, найбільш відомі світові роботи та літературні джерела, що присвячені теоріям груп.

Найбільш відомі групи та алгебри їх представлень визначаються, на думку Д.Желобенко, саме схемами Е.Динкіна:

- ❑ алгебра A_n є алгеброю Лі представлення групи SL(n+1).
- ❑ алгебра C_n є алгеброю Лі представлення групи Sp (2n).
- ❑ алгебри B_n і D_n є алгебрами Лі представлення групи SO (m) при m=2n+1, m=2n. Всі ці групи й алгебри представлення цих груп вважаються *класичними*.

Виходячи зі схем (рис. 2), окрім безкінечних вищезазначених класичних груп симетрій серій A_n – D_n та алгебр їх представлень існують лише п'ять окремих скінченних груп та їх алгебр: E_6 , E_7, E8, F_4, G_2. Ці групи й алгебри їх представлень мають назву *виключних або особливих алгебр Картана*.

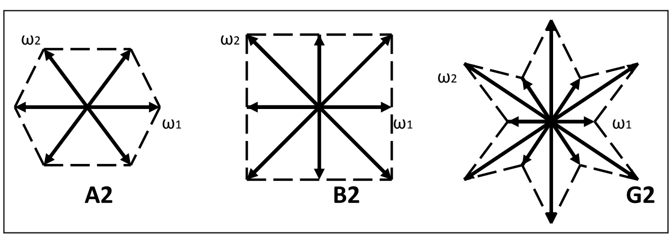
У книзі Ж-П.Серра [16] наведено ефективні способи побудови алгебр Лі (F_4, G_2, E_6) і є доведення існування E_7, E_8. Для більш глибокого проникнення в сутність теорії груп читачу потрібні додаткові знання вказаних груп і алгебр представлення цих груп. Тому ця й подібні їй роботи є фундаментальними посібниками для продовження наших пошуків аналогій і можливостей знайти в елементах і об'єктах економічних систем можливе існування груп симетрій і алгебр їх представлення в орієнтованому економічному просторі зі своєрідною метрикою (дол. США/сек), але із класичною структурою та системою рухів симетрій.

Особливо важливим є поняття підгрупи такої групи. Щоб отримати підгрупу економічних об'єктів або процесів, необхідно всередині групи виділити певний набір елементів, який сам створює групу з тими ж операціями множення та інверсії, що й у цілій групі. Підгрупи відіграють важливу роль у багатьох сучасних теоріях фізики елементарних часток і тому, продовжуючи нашу аналогію про можливе існування нової властивості грошей як «економічного електрону», вважаємо, що підгрупи будуть відігравати не менш важливу роль в економіці. Прийнято вважати, що існує деяка фундаментальна симетрія Природи, яка пов'язує між собою різні види однорідних об'єктів або процесів та різні типи взаємодії. А ми припускаємо в тому числі й економічної. Поки що в повній мірі не зрозуміло, як діє ця повна група симетрії, однак зрозуміло, що ця симетрія «порушується», понижуючись до певної підгрупи вихідної групи, і саме ця *підгрупа* відіграє головну роль та визначає симетрію. Тому важливо знати, які саме можливі підгрупи передбачуваної «фундаментальної» групи симетрії дійсно існують, щоб ті симетрії, що реально проявляються в економіці, розглядати як підгрупи цієї передбачуваної «фундаментальної» групи симетрії.

В економічному просторі нами передбачається існування класичних підгруп симетрій, наприклад, обсягів та обігу фінансових засобів (параметрів економічної потужності), які за аналогією з геометричними та алгебраїчними підгрупами можуть формуватися шляхом рухів переміщення, зрушення, об'єднаного відображення, обертання відносно вибраного центру відповідних систем координат (див. рис. 1).

Усім передбачуваним підгрупам можуть бути притаманні важливі властивості, тобто такі, що є прикладом так званих *нормальних підгруп*. Важлива роль нормальних підгруп виявляється в тому, що дія кожного елемента повної групи не змінює склад нормальної підгрупи або більш формально – кожний елемент повної групи кому-

Рис. 3. **Графічні образи симетрій коренів найпростіших груп симетрій і алгебр їх представлень для груп A2, B2, G2 алгебр рангу 2, яких є лише 3**



тує з нормальною підгрупою. Можна припустити, що такі властивості особливо важливі для симетрій економічних явищ.

Далі, як приклад, у статті наведемо системи коренів найпростіших груп симетрій і алгебр їх представлень. Таких систем для груп A2, B2, G2 алгебр рангу 2 є лише 3. Ось їх системи коренів (рис. 3). Символи $\omega 1$, $\omega 2$ вказують на можливий вибір простих коренів (відносно деякої лексикографічної впорядкованості). Зазначимо, що корені алгебри G2 можуть бути вкладені у трьохвимірний простір. Для перспектив пошуку параметричних умов існування груп симетрій в орієнтованому економічному просторі особливий інтерес становлять алгебри A2 і G2.

Алгебра A2 є алгеброю Лі представлення груп усіх автоморфізмів тіла *кватерніонів* [17], особливо цікавою є для представлення поняття «точка» орієнтованого економічного простору.

Алгебра G2 є алгеброю Лі всіх автоморфізмів *чисел Келі (октаніонів)*. Кожен октаніон x може бути записаний у формі лінійної комбінації базових елементівіз дійсними коефіцієнтами, а також будь-яке число Келі може бути записане у вигляді формальної матриці другого порядку:

$$\left\| \begin{matrix} \alpha & a \\ b & \beta \end{matrix} \right\|. \tag{7}$$

де α, β – комплексні числа і a, b – довільні вектори із тривимірного комплексного евклідового простору. Закон тензорного множення матриць визначається формулою:

$$\left\| \begin{matrix} \alpha & a \\ b & \beta \end{matrix} \right\| \times \left\| \begin{matrix} \delta & c \\ d & \gamma \end{matrix} \right\| =$$

$$= \left\| \begin{matrix} \alpha\gamma \ - \ ad & \alpha c + a\delta \ +(b \ X \ d) \\ b\gamma + \ \beta d \ + \ (a \ X \ c) & -bc \ + \ \beta\delta \end{matrix} \right\| \tag{8}$$

де pq, (p x q) - відповідно скалярне й векторне множення векторів p, q. Множення чисел Келі некомутативне і неасоціативне, але відповідає такому «альтернативному» закону:

$$x^2y = x\,(xy), \quad yx^2 = (yx)x. \tag{9}$$

Класифікація груп симетрій та алгебр їх представлення на комплексне поле чисел (С) була розпочата В.Кіллінгом і закінчена Е.Картаном [17]. Остання класифікація кореневих систем, як ми вказали вище, належить Е.Динкіну [18]. Слід зазначити, що повна класифікація до цих пір ще не отримана.

Підходимо впритул до прикладу груп симетрій, які нас влаштовують у першу чергу. Це групи симетрій обертання звичайної сфери (лексикографічна схожість із виразом зі сфери економіки – «обертання фінансів»). На першому прикладі розглянемо випадок, коли відображення виключені. Тоді наша група симетрій буде мати безкінечну кількість елементів, оскільки можна обертати сферу на будь-який кут навколо вісі будь-якого напрямку в 3-вимірному просторі. Тобто група симетрії утворює тривимірний простір – 3-різноманіття, позначене й відоме під назвою «групи SO(3)» – ортогональна група без відображень у трьох вимірах. Якщо відображення включені, то це «групи O(3)».

Отже, наші пошуки аналогій привели нас до висновку, що майбутня перша наша модель орієнтованого економічного 3-вимірного простору є 3-різноманіття (чогось), яке добре відоме та позначається як «S^3» простір. Такий простір відповідає певним вимогам, а саме:

1. Орієнтованість.
2. Компактність.
3. Однозв'язність.
4. Безкрайність.

Ці вимоги відповідають умовам знаменитої гіпотези А.Пуанкаре: «*Будь-яке однозв'язне компактне тривимірне орієнтоване різноманіття без краю гомеоморфно тривимірній сфері*». У 2002 році Г.Перельман уперше опублікував свою новаторську роботу[19], присвячену вирішенню одного з окремих випадків гіпотези геометризації Вільяма Терстона [20], *з якої випливає справедливість відомої гіпотези Пуанкаре*, сформульованої французьким математиком, фізиком і філософом Анрі Пуанкаре в 1904 році. Гіпотеза Пуанкаре доведена. Описаний вченим метод вивчення потоку Річчі у 2006 році отримав назву теорії Гамільтона — Перельмана [21].

Отже, можливо, що обраний нами шлях до побудови орієнтованого економічного простору має виходити з умов існування математичного простору «S^3».

Ймовірність справедливості нашої метафори підвищується ще й тим, що для пошуку аналогій для економічного простору вже існує найширша прикладна сфера, в якій продуктивно поширилась теорія груп, і відкрилась вона у XX столітті в квантовій теорії у фізиці.

Поглянемо на дивовижний, але визнаний факт: усі електрони у Всесвіті тотожні між собою; ця загадкова обставина, мабуть, найбільш глибоке висловлювання, яке ми здатні нині зробити про природу і яке ми не можемо вивести в якості необхідного наслідку з нашої теоретичної картини світу ще від часів О.Шпенглера [див. 10-12]. Але це означає, що закони, яким підпорядковані окремі атоми й молекули, інваріантні відносно перестановок електронів. Тому в атомній фізиці поряд з ізотропністю простору вирішальну роль відіграє група цих перестановок.

Це дало нам підстави провести умовну аналогію між груповими властивостями електронів у фізичному світі та висловити дуже важливе, на наш погляд, гіпотетичне передбачення того, що групові властивості електронів у фізичному просторі і в нашому орієнтованому економічному просторі тотожні, а їх групові властивості мають уявні «економічні електрони», що несуть у собі фіксовані економічні потенціали цінностей (заряди) – це гроші, наприклад, «долари США», які в економічному просторі формують його метрику та визначають розмірність потужності економічних систем – «дол.США/сек» й мають визначену в нашій роботі просторову орієнтацію груп симетрій – обертань, переміщень і перетворень [див. 1]. Вважаємо, буде справедливо вказати на важливе гіпотетичне передбачення, що «групи симетрій» економічного простору інваріантні відносно перестановок уявного «економічного електрону» – «дол.США/сек». Швидше за все всі види економічної взаємодії відбуваються відповідно до цієї ідеї, яка вирішальним чином вказує на залежність успішного існування об'єктів економічного простору від наявності в об'єктах властивостей «груп симетрій».

Основна евклідова абстракція простір з неминучістю має бути пов'язана з цінностями економіки, будівництва, сільського господарства. Евклідовий простір – це безкінечно жорстка й безкінечно подільна площина з її прихованими групами симетрії із поворотів і переносів, із точками, що не мають розмірів, прямими, що безкінечно продовжуються в обидва боки, з ідеальними трикутниками й окружностями. Вона була, очевидно, і в стародавні часи. Можливо, евклідова тривимірна геометрія була ближчою до світу, який спостерігали; чудово, що Евклід систематично створював і вивчав також дво-, одно- і нульвимірні абстракті об'єкти. Його творчий підхід до дослідження дійсності є для нащадків дієвим прикладом.

З іншого боку, неможливо відмовитись від словесних метафор і мати справу тільки з формулами геометрії, алгебри, аналізу, топології тощо. Слова в математичних і природничих текстах відіграють три основні ролі.

По-перше, вони забезпечують різноманітні зв'язки (в нашому випадку) між економічною реальністю та світом математичних абстракцій.

По-друге, слова несуть оціночні судження (іноді явні матеріальні, іноді неявні нематеріальні), якими ми керуємось при виборі тих чи інших ланцюгів математичних міркувань у величезному дереві «всіх» допустимих, але в більшій мірі формальних висновків.

Насамкінець (останнє за рахунком, але не за важливістю), слова дозволяють нам спілкуватися, навчати і навчатись.

Тому на першому місці в нашому дослідженні груп симетрій є не питання: «Що це дасть?», а питання: «Як це влаштовано?».

На цьому шляху помічниками стають принаймні шість точних запитань: «Хто?», «Що?», «Чому?», «Коли?», «Де?» і «Як?». Дуже важкими є пошуки відповідей на ці питання, тому що інформація, яка надходить до нас, є нині трьома видами брехні: просто брехня з причини незнання, брехня з примусу і брехня самообману – це статистика. Мері Пуві [22] у своєму тонкому аналізі «культури фінансів» вже у XXI столітті зазначає, що ця культура кардинально відрізняється від економіки матеріального виробництва, що «створює прибуток, перетворюючи робочу силу в продукти, яким присвоюються ціни і які після цього обмінюються на ринку». Фінанси ж прибуток не створюють, вони його перерозподіляють у майбутнє «за допомогою укладання складних парі на зростання або падіння цін у майбутньому». Тобто за допомогою такої собі азартної гри. Масштаби цієї гри вражають уяву, а неймовірна суміш реального й віртуального світів, що виникла в «культурі» фінансів, є вибухонебезпечною і періодично призводить до фінансових криз.

Обрана ж нами для подальших досліджень важлива сфера економіки – «фінанси» – завдяки накопиченим фактичним даним про регулярну діяльність економічних систем усіх рівнів може частково дати відповідь на відому загадку блаженного Августина, яка нагадує нам про вічні ненаукові переживання: «Що я вимірюю час, це я знаю, але не можу виміряти майбутнього, бо його ще немає; не можу виміряти даний час зараз, тому що в ньому немає тривалості; не можу виміряти минулого, тому що його вже немає. Так що я вимірюю?» [23]. І все ж ми рухаємось далі.

Звернемось для пошуку аналогій до протилежної сторони порівнянь і аналогій, до робіт у сфері фінансів (як самої вимірюваної й тієї, що прискіпливо фіксується в числах, у часі і практично у всіх діючих економічних системах). Виберемо для цього відому роботу Уорена Едвардеса «Ключові фінансові інструменти» [24] та не менш відому роботу Венді Мак-Кензі «Посібник Financial Times з аналізу та використання фінансової звітності» [25]. Де в орієнтованому економічному просторі можуть проглядатись аналогії з умовами виникнення груп симетрій? Наведемо їх у таблиці.

Позначені в таблиці деякі основні поняття сфери фінансів є предметом подальших пошуків можливих умов і визначення конкретних груп симетрій в орієнто-

Таблиця

№пп	Назва і суть фінансових понять	Сторінка Е [24] та М [25]
1	Позичальники і кредитори	Е - С. 24 - 26
2	Фінансові помилки і вдачі	Е – С. 33 -37
3	Прибутки і витрати	Е – С. 46 -50
4	Прийняті рішення та їх реалізація	Е – С. 149 - 161
5	Баланс	М – С. 49 - 52
6	Звіт про рух грошових коштів	М – С. 82 - 85
7	Зведений звіт про прибутки та збитки	М – С. 87 - 90
8	Платоспроможність	М – С. 155 - 160
9	Управління грошовими коштами	М – С. 197 - 210
10	Звіти постачальників	М – С. 242 - 253
11	Звіти клієнтів	М – С. 254 - 259
12	Звіти конкурентів	М – С. 260 - 266
13	Рентабельність	М – С. 191 - 252
14	Інше	Інше

ваному економічному просторі. Спираючись на ці та інші відомі роботи, визначимо певні поняття серед ключових фінансових інструментів, які, на наш погляд, зможуть відповідати вимогам щодо пошуку груп симетрій в орієнтованому економічному просторі. Надалі будемо шукати відповіді на вказане вище питання: «Де в орієнтованому економічному просторі можуть проглядатись аналогії з умовами виникнення груп симетрій?». Це актуальне питання особливо стосується економічного простору з умовами сталого розвитку економічних систем п'яти рівнів: людина, підприємство, регіон, країна, міжнародний економічний простір.

Наш пошук у цій статті продовжує зусилля щодо формування засад нової теорії потужності економічних систем, а також доповнює сукупність вже опублікованих результатів досліджень автора [26; 28; 29]. У наших роботах [31; 32] ще в 2005 році було вперше запропоновано й досліджено об'ємну матрицю факторів для подальшого визначення нематеріальної потужності інноваційних та інвестиційних проектів як передвісника існування груп симетрій у сфері економіки.

ВИСНОВКИ

Викладено підхід до пошуку шляхів визначення груп симетрій, зокрема також і в соціально-економічному просторі, який окреслений С.Тарутою та групою науковців у їх доктрині збалансованого розвитку: «Україна 2030». Правда, таке можливе майбутнє країни претендує лише на рівень вдалої метафори як інструмента пізнання. У ній постулюється, що деякий складний набір економічних явищ можна порівняти з якоюсь математичною інструкцією пошуку шляхів поєднання процесів із використанням слів і математичних символів в економічних моделях. Спираючись на глибоку думку Поля Самуельсона (цитується з [33]), зазначимо таке: «Коли ми приступаємо до вирішення цих проблем [з економіки] за допомогою слів, ми вирішуємо ті ж рівняння, що і в тому випадку, коли ми ці рівняння явно виписуємо [символами]. <…> Насправді серйозні помилки приходять на етапі формулювання вихідних передумов [економічних проблем]. <…> Одна з переваг такого посередника, як математика (точніше кажучи, математичних канонів викладу доказів чи то словесно, чи за допомогою символіки), полягає в тому, <u>що нам доводиться викладати карти на стіл так, що наші вихідні передумови буде видно всім»</u>.

Викладені в статті елементи лексикографічної та математичної гіпотези про існування груп симетрій в економіці (виробництві, розподілі, обміні та споживанні) – це запрошення до роздумів про те, що нам відомо в різних сферах природничих і соціально-економічних наук стосовно долі загальновідомого математичного відкриття груп симетрій, які суттєво посилюють нашу позицію відповідності між словесними й символьними моделями. Це запрошення до побудови робочих моделей, які уніформізовані та координатизовані в нашому орієнтованому економічному просторі для розрахунків та деталізацій вузькоспеціалізованих програм розвитку України.

Очевидно, що умовний план, який намічено в статті вище, не є ні жорстким, ні абсолютним. В економічних дослідженнях і дослідженнях суспільних наук статус результатів частіше коливається між метафорою та моделлю. При можливій зміні парадигми формування економічного простору, наприклад доктрини «Україна 2030», відомі теорії мають перейти в розряд застарілих моделей. Тим не менше, викладене в статті, на нашу думку, є зручним способом використання історичного досвіду щодо практичного використання долі математичного поняття «груп симетрій».

Автор розраховує на практичну спрямованість результатів щодо залучення до досліджень поняття групи симетрій майбутнього соціально-економічного простору, в тому числі і в окресленому С.Тарутою просторі збалансованого розвитку «Україна 2030». Останній простір, на наш погляд, визначений поки що на рівні вдалої метафори як можливий сценарій та вимоги до нього на шляху активних дій щодо створення позитивного майбутнього України. Рух до збалансованого розвитку потребує подальшої глибокої наукової роботи щодо формулювань і доказів нових економічних гіпотез і формування нових теорій, які враховують доведені факти існування груп симетрій у Природі та Всесвіті. Упевнений, що вони існують і в соціально-економічному просторі.

Викладені в статті елементи нашої гіпотези щодо існування груп симетрій в економічному просторі дозволять автору сформулювати й докласти зусиль, щоб довести таку загальну гіпотезу, яка необхідна для обґрунтування засад нової теорії «Нематеріальна потужність економічних систем» та зробити внесок у поглиблення засад майбутнього збалансованого розвитку України.

<u>Подяки.</u> Автор висловлює щиру подяку доктору фізико-математичних наук, професору Ейгенсону Олексію Морисовичу за цінні наукові консультації в галузі математики й розуміння рішень, запропонованих у цій статті,

Окрема, велика подяка від мене моїй дружині, професору Гречишкіній Ніні Фролівні за постійну підтримку в роботі над описаною в статті проблемою.

ЛІТЕРАТУРА

1. Жилінська О. Україна 2030: Доктрина збалансованого розвитку / О.Жилінська, Л.Антонюк, О.Гуменна, А.Радчук, Я.Столярчук, С.Тарута, Г.Харламова, Н.Чала, О.Шнирков – Львів: Кальварія, 2017. – 168 с.

2. Морозов О.Ф. Про нову парадигму формування поняття економічного простору інноваційних бізнес-структур / О.Ф.Морозов // Економіст, 2017. — №2. — С. 4-12.

3. Jordan C. Traite des substitutions et des equations algebriques. P., 1870.

4. Вейль Г. Избранные труды. Математика. Теоретическая физика. — М.: Наука, 1984. — С.390-392.

5. Постников М. М. Теория Галуа. — М.: Фізматгиз, 1963.

6. Морозов О.Ф. Філософія нематеріальної потужності соціально-економічних систем. Частина І. // О.Ф.Морозов //Економіка і організація управління. — 2014. — № 1(17) - №2 (18). — С. 180-188.

7. Морозов О.Ф. Філософія нематеріальної потужності соціально-економічних систем. Частина II // О.Ф.Морозов //Економіка і організація управління. — 2014. - № 3 (19) - №4 (20). — С. 180-189.

8. Дьедонне Ж. Геометрия классических групп. — М.: Мир, 1974. — Гл.3, п. 1.

9. Klein F. Uber die Theorie des Kreisels. Leipzig: Teubner, 1898-1910/ Bd.1-4/.

10. Klein F. Uber Riemanns Theorie der algebraischen Funktionen und ihrer Integrale Leipzig: Teubner, 1882.

11. Spengler O. Untergang des Abendlandes/ Munchen, 1920-1922, Bd 1-2.

12. Шпенглер О. Закат Европы. М.:Пг., 1923, т. 1.

13. Dirak A. Electron und Gravitation.- Ztschr. Phys., 1929, Bd. 56, S. 330-352.

14. Niels Henrik Abel, Berndt Michael Holmboe. Oeuvres complètes de N.H. Abel, mathématicien, avec des notes et développements, 2 vols. Christiania, Chr. Gröndahl, 1839.

15. Желобенко Д.П. Компактные группы Ли и их представления . – 2-е изд. Доп. – М. : МЦНМО. — 552 с.

16. Серр Ж-П. Алгебры Ли і группи Ли. — М.: Мир, 1969. — 342 с.

17. Cartan E. Sur la structure des groupes de transformations finis et continus // These, Paris, Nony – 1894; 2-е изд. – 1933.

18. Динкин Е.Б. Структура полупростых алгебр Ли// УМН . – 1947 . – Т.2, №4. – С. 59 -127.

19. Perelman G. The entropy formula for the Ricci flow and its geometric applications (англ.), Ricci flow with surgery on three-manifolds (англ.) сайт Wolfram MathWorld, 2002.

20. Weisstein, Eric W. Thurston's Geometrization Conjecture (англ.) сайт Wolfram MathWorld. 2006.

21. Грановский Ю. Вселенские поиски Перельмана. Что такое гипотеза Пуанкаре и почему питерскому ученому дали математическую «Нобелевку» и хотят добавить миллион долларов // Ведомости. — Вып. 25.08.2006.

22. Poovey M. Can numbers ensure honesty? Unrealistic expectations and the US accounting scandal// Notices of the AMS, 2003. Vol. 50,№ 1. P.27-35

23. Августин Б. Исповедь. Изд. Дар.- 2007.С. 34-45 (XI, XXVI.33).

24. Едвардес У. Ключові фінансові інструменти. Пер.з англ. – К.: Наукова думка, 2003. — 255 с.

25. Мак-Кензі В. Посібник Financial Times з аналізу та використання фінансової звітності: Пер. з англ. – Наукова думка, 2003. — 283 с.

26. Морозов О. Ф. Формування системних ефектів економічних систем, наприклад стартапів. Частина 1 / О. Ф. Морозов, Т. О. Морозов //Економіст. — 2016. — №9. — С. 10-14.

27. Cassirer E. Philosophie der symbolischeen Formen. B., 1923-1929, Bd. 1-3.

28. Морозов О. Ф. Формування системних ефектів економічних систем, наприклад стартапів. Частина 2 / О. Ф. Морозов, Т. О. Морозов //Економіст. — 2016. — №10. — С. 40-47.

29. Спрингер Т. Теория инвариантов. — М.: Мир, 1981.

30. Морозов О.Ф. Про поняття «точка» економіко-інформаційного простору / О.Ф.Морозов // Економіст. — 2016. — №11. — С. 38-44.

31. Морозов О.Ф., Оберемченко М.Г., Морозов Т.О., Мікулін В.В. Об'емна матриця для аналізу перспективності реалізації інноваційних і інвестиційних проектів // Менеджер. — ДонДУУ, 2005. — №3 (33). — С.136-143.

32. Морозов О.Ф., Оберемченко М.Г., Морозов Т.О., Мікулін В.В. Об'емна матриця для аналізу перспективності реалізації інноваційних і інвестиційних проектів. (частина 2) // Менеджер. — ДонДУУ, 2005. — №4 (34). — С. 179-186.

33. Li Calzi M., Basile A. Economists and Mathematics from 1494 to 1969/ Beyond the Art of Accounting. In: [21, p.95-107].

REFERENCES

1. Zhylinska O., Antoniuk L., Humenna O., Radchuk A., Stoliarchuk Ya., Taruta S., Kharlamova H., Chala N., Shnyrkov O. Ukraina 2030: Doktryna zbalansovanoho rozvytku [The doctrine of sustainable development]. Lviv, Kalvariia, 2017, 168 p. [in Ukrainian].

2. Morozov O.F. Pro novu paradyhmu formuvannia poniattia ekonomichnoho prostoru innovatsiinykh biznes-struktur [On a new paradigm of formation of the concept of economic space of innovative businesses]. Ekonomist, 2017, no. 2, pp. 4-12 [in Ukrainian].

3. Jordan C. Traite des substitutions et des equations algebriques [Treatise on Substitutions and Algebraic Equations].1870 [in French].

4. Weil G. Izbrannye trudy. Matematika. Teoreticheskaja fizika [Selected Works. Mathematics. Theoretical physics]. Moscow, Nauka, 1984, pp. 390-392 [in Russian].

5. Postnikov M.M. Teorija Galua [The Galois theory]. Moscow, Fizmatgiz, 1963 [in Russian].

6. Morozov O.F. Filosofiia nematerialnoi potuzhnosti sotsialno ekonomichnykh system. Chastyna I [Philosophy of intangible power of social and economic systems. Part I]. Ekonomika i orhanizatsiia upravlinnia, 2014, no. 1(17), no. 2 (18), pp.180-188 [in Ukrainian].

7. Morozov O.F. Filosofiia nematerialnoi potuzhnosti sotsialno-ekonomichnykh system. Chastyna II [Philosophy of intangible power of social and economic systems. Part II]. Ekonomika i orhanizatsiia upravlinnia, 2014, no. 3 (19), no. 4 (20), pp. 180-189 [in Ukrainian].

8. Dieudonne G. Geometrija klassicheskih grupp [Geometry of classical groups]. Moscow, Mir, 1974, ch. 3, 1 p. [in Russian].

9. Klein F. Uber die Theorie des Kreisels [On the theory of the gyroscope]. Leipzig, Teubner, 1898-1910, vol. 1-4 [in German].

10. Klein F. Uber Riemanns Theorie der algebraischen Funktionen und ihrer Integrale [On Riemann's Theory of Algebraic Functions and Their Integrals]. Leipzig, Teubner, 1882 [in German].

11. Spengler O. Untergang des Abendlandes [The Decline of the West]. Munchen, 1920-1922, vol. 1-2 [in German].

12. Spengler O. Zakat Evropy [The Decline of Europe]. Moscow, Pg., 1923, vol. 1 [in Russian].

13. Dirak A. Electron und Gravitation [Gravitation and the electron]. Phys., 1929, vol. 56, pp. 330-352 [in German].

14. Niels Henrik Abel, Berndt Michael Holmboe. Oeuvres complètes de N.H. Abel, mathématicien, avec des notes et développements, 2 vols. [Complete works of Abel N.H., mathematician, with notes and developments, 2 vols.]. Christiania, Chr. Gröndahl, 1839 [in French].

15. Zhelobenko D.P. Kompaktnye gruppy Li i ih predstavlenija [Compact Lie groups and their representations]. Moscow, MCNMO, 552 p. [in Russian].

16. Serre J.P. Algebry Li i gruppi Li [Lie algebras and Lie groups]. Moscow, Mir, 1969, 342 p. [in Russian].

17. Cartan E. Sur la structure des groupes de transformations finis et continus [On the structure of groups of finite and continuous transformations]. These, Paris, Nony, 1894, 1933 [in French].

18. Dinkin E.B. Struktura poluprostyh algebr Li [Structure of semisimple Lie algebras].UMN, 1947, vol .2, no. 4, pp. 59-127 [in Russian].

19. Perelman G. The entropy formula for the Ricci flow and its geometric applications, Ricci flow with surgery on three-manifolds. Wolfram Math World, 2002.

20. Weisstein Eric W. Thurston's Geometrization Conjecture. Wolfram Math World, 2006.

21. Granovskij Ju. Vselenskie poiski Perel'mana. Chto takoe gipoteza Puankare i pochemu piterskomu uchenomu dali matematicheskuju "Nobelevku" i hotjat dobavit' million dollarov [The universal search for Perelman. What is the Poincare conjecture and why did the St. Petersburg scientist was awarded a mathematical «Nobel Prize» and about to get a million dollars]. Vedomosti, iss. 25.08.2006 [in Russian].

22. Poovey M. Can numbers ensure honesty? Unrealistic expectations and the US accounting scandal. Notices of the AMS, 2003, vol. 50, no. 1, pp. 27-35.

23. Augustin B. Ispoved' [Confession]. Izd. Dar., 2007, pp. 34-45 [in Russian].

24. Edvardes U. Kliuchovi finansovi instrumenty [Key financial instrument]. Kyiv, Naukova dumka, 2003, 255 p. [in Ukrainian].

25. Mc Kenzie V. Posibnyk Financial Times z analizu ta vykorystannia finansovoi zvitnosti [Financial Times guide for analysis and use of financial statements]. Naukova dumka, 2003, 283 p. [in Ukrainian].

26. Morozov O.F., Morozov T.O. Formuvannia systemnykh efektiv ekonomichnykh system, napryklad startapiv. Chastyna 1 [Formation of systemic effects of economic systems, such as start-ups. Part 1]. Ekonomist, 2016, no. 9, pp. 10-14 [in Ukrainian].

27. Cassirer E. Philosophie der symbolischeen Formen [Philosophy of Symbolic Form]. B., 1923-1929, vol. 1-3 [in German].

28. Morozov O.F., Morozov T.O. Formuvannia systemnykh efektiv ekonomichnykh system, napryklad startapiv. Chastyna 2 [Formation of systemic effects of economic systems, such as start-ups. Part 2]. Ekonomist, 2016, no. 10, pp. 40-47 [in Ukrainian].

29. Springer T. Teorija invariantov [The theory of invariants]. Moscow, Mir, 1981 [in Russian].

30. Morozov O.F. Pro poniattia "tochka" ekonomiko-informatsiinoho prostoru [On the concept of «point» of economic and information space]. Ekonomist, 2016, no. 11, pp. 38-44 [in Ukrainian].

31. Morozov O.F., Oberemchenko M.H., Morozov T.O., Mikulin V.V. Obemna matrytsia dlia analizu perspektyvnosti realizatsii innovatsiinykh i investytsiinykh proektiv [Surround matrix to analyze the prospects of realization of innovative and investment projects]. Menedzher, DonDUU, 2005, no. 3 (33), pp. 136-143 [in Ukrainian].

32. Morozov O.F., Oberemchenko M.H., Morozov T.O., Mikulin V.V. Obemna matrytsia dlia analizu perspektyvnosti realizatsii innovatsiinykh i investytsiinykh proektiv (chastyna 2) [Surround matrix to analyze the prospects of realization of innovative and investment projects (part 2)]. Menedzher, DonDUU, 2005, no. 4 (34), pp. 179-186 [in Ukrainian].

33. Li Calzi M., Basile A. Economists and Mathematics from 1494 to 1969. Beyond the Art of Accounting. In: [21, pp. 95-107].