

# МАКРОЕКОНОМІКА

---

УДК: 330.3

**Артем Вдовиченко**

## ПРОБЛЕМИ ВИДІЛЕННЯ ЦИКЛІВ ЕКОНОМІЧНОЇ ДИНАМІКИ: ПРИКЛАДНИЙ АСПЕКТ

*У статті висвітлено основні статистичні підходи до декомпозиції економічних часових рядів на тренд та циклічну компоненту. Автор приділяє значну увагу зародженню проблеми декомпозиції часових рядів в економіці та еволюції методів її вирішення. Звертається увага на проблеми ідентифікації тренда та недоліки різних підходів. Розмежовується поняття перманентного та транзитивного шоку в економіці. Вказано на теоретичні наслідки виявлених статистичних якостей часових рядів. Автор звертає увагу на основні недоліки вітчизняних емпіричних досліджень, що пов'язані з нехтуванням характеристиками тренда в економічних даних. Сформовано рекомендації щодо методики дослідження часових рядів в економічних дослідженнях.*

*Ключові слова:* тренд, одиничний корінь, стаціонарний процес, авторегресія, перманентні та транзитивні шоки.

*JEL:* C40.

Дослідження циклів економіки є однією з центральних проблем економічної науки як у теоретичному, так і в прикладному аспекті. Найвидатніші економісти сучасності були причетні до розроблення цієї тематики. На ранніх стадіях формування цілісної економічної теорії, коли статистика не використовувалася так інтенсивно в економічних дослідженнях, уявлення про рушійні сили, які спричиняють циклічність, про тривалість циклів та способи виходу з фази спаду економіки були різними, але спільною була теза про те, що економіка циклічна. Основна ідея циклічності економіки видавалася досить простою – існує фундаментальний тренд, який уособлює довгострокові тенденції розвитку економіки, і є цикли, які розглядаються як тимчасові збурення і які неодмінно повертаються до тренда. Проте все досить різко змінилось з розвитком економетрики, накопиченням баз статистичних даних і появою першого програмного забезпечення для статистичних розрахунків. З середини XX століття почали з'являтися піонерські роботи з аналізу часових рядів (*time series analysis*), які передусім були присвячені аналізу економічної динаміки та виділенню перманентних (довгострокових, фундаментальних) та тимчасових (*transitory*) тенденцій в економіці. З тих пір у науковому світі ведеться постійна війна між прихильниками та розробниками різних методик декомпозиції економічних часових рядів. Досить проста ідея щодо співвідношення тренда та циклу в економічній динаміці весь час переглядається, і кожного разу видно, що питання насправді дуже складне. У ході своєї наукової битви значна кількість ветеранів отримали Нобелівські премії у сфері економіки, ще більша кількість стали професорами передових економічних шкіл світу

---

*Вдовиченко Артем Миколайович (aspirant1984@gmail.com), кандидат економічних наук, завідувач науково-дослідного відділу економіко-математичного моделювання, аналізу та прогнозів Науково-дослідного інституту фінансового права (Київ).*

і входять до списку найвірогідніших претендентів на отримання престижної премії. У цьому контексті не можна не згадати про Фінна Кідланда, Едварда Прескота, Роберта Інгла, Клайва Гренжера, Крістофера Сімса, Томаса Сарджента, Чарльза Нельсона, Чарльза Плоссера, Джеймса Стока, Марка Уатсона, Джона Кохрейна, Грегорі Менк'ю, Джона Кемпбела.

В цій статті автор має на меті проаналізувати еволюцію поглядів на характер розвитку економічних явищ у часі та відповідно до цього звернути увагу на ті методичні проблеми, що існують у сучасних емпіричних дослідженнях в Україні.

Особливий інтерес у вчених до циклів економічного розвитку виник у середині XIX століття, піонером у цій сфері став Клемент Жюгляр (Juglar, 2001), який знайшов статистичне підтвердження існування економічних циклів. З того часу перманентно виникали теорії, що пояснювали природу і статистичні характеристики циклів економіки. Залежно від підходів до розуміння циклу вченими розглядалися як короткі цикли (6–10 років) (Burns, 1946), так і довгі (40–60 років) (Кондратьев, 1989). Сьогодні економічний цикл розглядається як одночасне підвищення або падіння багатьох економічних змінних, що є періодичними з певною амплітудою і тривалістю. Сучасна економічна теорія більшою мірою концентрується на коротко- та середньотермінових циклах, у яких економіка проходить через фази експансії, піку, рецесії, дна.

Економічний часовий ряд є сукупністю чотирьох компонент: тренда, циклу, сезонності та нерегулярної похибки. Ці складові можуть бути представлені як адитивною, так і мультиплікативною моделлю. Мультиплікативна модель є більш гнучкою та реалістичною, оскільки допускає міжчасові зміни у параметрах коливань часового ряду – амплітуда, тривалість тощо. Видалення сезонності з часового ряду не є простим завданням, оскільки сезонність може бути спричинена різними факторами, може бути стійкою або рухатись у часі, може змінювати статистичні характеристики часового ряду залежно від способу її видалення. Однак за наявності сучасного програмного забезпечення та методичних матеріалів з цього питання вона є набагато простішою за проблему декомпозиції ряду на тренд та цикл.

Для коректної декомпозиції часового ряду на тренд та цикл необхідно коректно виділити одну з компонент, якою зазвичай є тренд. Тренд вважається деякою довгостроковою траєкторією розвитку економіки, навколо якої відбуваються циклічні коливання. Тренд є нестационарною складовою часового ряду, цикл є стаціонарним<sup>1</sup>. Протягом довгого часу економісти, не приділяючи значної уваги статистичним характеристикам досліджуваних рядів, вважали тренд детерміністичною лінійною функцією, будували регресію часового ряду на функцію часу і вважали отримані залишки циклом. Наявність лінійного тренда в макроекономічних часових рядах, передусім у ВВП, є досить наївною ідеєю як з погляду економічної теорії, так і статистичних властивостей, що показано в революційній статті Нельсона та Плоссера (Nelson, Plosser, 1982).

Величезна кількість економічних процесів характеризується наявністю тренда, що ставить важливе статистичне завдання, як урахувати в моделях цю довгострокову поведінку. Зазвичай у літературі використовують-

<sup>1</sup> У прикладних економічних дослідженнях мова зазвичай йде про слабостационарний процес, що має наступні якості: середнє значення часового ряду є константою, тобто не залежить від моменту часу; варіація часового ряду є константою; коваріація є функцією від відстані в часі між двома випадковими змінними і не залежить від часу.

ся два підходи. Так звана тренд-стаціонарна (*trend stationary, TS*) модель передбачає, що довгостроковий елемент (тренд) є детермінованою функцією від часу, який часто вважається лінійним, і до нього має додаватись стаціонарна компонента, що представлена авторегресійним процесом з плаваючим середнім (ARMA) – цикл. Різнично-стаціонарна (*difference stationary, DS*) модель передбачає, що для перетворення у стаціонарну форму потрібно взяти різниці певного порядку.

Економічну динаміку у спрощеному вигляді можна представити двома різними процесами:

$$y_t = a + bt + e_t, \quad (1)$$

$$y_t = a + \rho y_{t-1} + e_t, \quad (2)$$

де  $y_t$  – економічний показник;  $t$  – часовий тренд;  $e_t$  – похибка з нульовим середнім та визначеною варіацією. Модель, показана в (1), вказує на те, що змінна зростає з постійним темпом ( $b$ ), а похибка пояснює відхилення від тренда, тобто процес представлено стаціонарними коливаннями навколо часового тренда ( $a+bt$ ). Таким чином, економічна динаміка представлена тренд-стаціонарним процесом, який стає стаціонарним після видалення тренда. Важливою властивістю моделі є те, що варіація часового ряду обмежена варіацією похибки, а прогноз зі збільшенням горизонту зводиться до детерміністичної частини. Модель (2) у свою чергу вказує на процес, що зростає на величину  $a$  кожного періоду (якщо  $\rho=1$ ) відносно попередніх значень, а похибка моделі постійно впливає на наступні значення показника. Як видно з умов моделі, зображений процес є не-стаціонарним, але після взяття перших різниць переходить у стаціонарну форму, тому і називається різнично-стаціонарним. Модель (2) є однією з найпростіших форм процесу AR (1) і може сприйматись як випадкове блукання зі зміщенням (*random walk with drift*). Процес, що описується мо-

деллю, є випадковими коливаннями, які задаються похибкою ( $e_t$ ), що додається до траєкторії зростання функції, заданої постійним зміщенням ( $a$ ). На відміну від моделі (1), цей процес не має тенденції повернення до постійної траєкторії зростання, оскільки сама траєкторія є акумуляцією минулих похибок (шоків). Іншими словами, похибки впливають не тільки на стан процесу у поточному періоді, а й на динаміку показника у всіх наступних періодах. Для кращої візуалізації в модель (2) можна почергово вставляти лагові значення змінної  $y$  і отримати таку формулу:

$$y_t = y_0 + at + \sum_{i=1}^t e_i. \quad (3)$$

З цього виразу видно, що варіація змінної з часом зростає без обмежень, і шоки, які входять у систему ( $e_t$ ), впливають на неї перманентно. Модель (2) фактично становить зміст гіпотези про одиничний корінь, згідно з якою, якщо  $\rho=1$ , то процес належить до класу *DS* з усіма відповідними наслідками й властивостями. Якщо  $\rho < 1$ , то процес є стаціонарним і випадкові шоки мають зникати з часом (Libanio, 2005). Тестування нульової гіпотези про одиничний корінь є фактично тестом, де альтернативна гіпотеза полягає у тяжінні змінної до свого середнього значення (*mean-reversion*). Чим нижча ймовірність нульової гіпотези, тим сильніше тяжіння змінної до свого середнього значення або середнього значення зростання (Hassler, Wolters, 2006). Формулювання проблеми одиничного кореня в контексті

дослідження циклів економіки може бути таким. Існує два фундаментально різні типи шоків для економіки. Одні є "великими шоками", вони відбуваються нечасто та впливають на функцію тренда перманентно – змушують змінюватись тренд, вносять у нього коливання. "Звичайні шоки" відбуваються постійно й можуть як впливати, так і не впливати на тренд. Проблема виявлення одиничного кореня у цьому контексті полягає у питанні: чи мають звичайні шоки перманентний вплив на тренд (Campbell, Perron, 1991)?

Як уже зазначалося, протягом довгого часу динаміка рівня ВВП вважалася подібною до моделі (1). Альтернативна гіпотеза щодо природи часових рядів, пов'язана з їхньою нестационарністю, була популяризована Боксом та Дженкінсом (Box, Jenkins, 1970) і полягала в тому, що ряди даних є акумуляцією (інтеграцією) змін перших різниць даних. Це означало, що в основі економічної динаміки може лежати не детермінована функція, а стохастичний процес. Експлуатуючи цю ідею, Нельсон та Плоссер у своїй статті (Nelson, Plosser, 1982) застосовували новий на той час інструментарій для тестування даних на наявність одиничного кореня (тест Діккі-Фуллера). Вони стверджували, що більшість часових рядів в економіці, включаючи реальний ВНП, не є стаціонарними навколо лінійного тренда. Натомість вони є стаціонарними після взяття різниць. З того часу проведено багато досліджень, які відкидали гіпотезу про те, що шоки випуску продукції не мають перманентного ефекту на тренд. Це рівнозначно спростуванню гіпотези про наявність лінійного тренда, зокрема і в часовому ряді ВНП. Нельсон та Плоссер піддавали критиці припущення, що трендова компонента не може сильно коливатись у коротких періодах, таких як рік чи квартал, натомість ця перманентна складова рухається повільно і плавно відносно циклічної компоненти. Наявність двох можливих моделей економічної динаміки невідвратно призвела до проблем ідентифікації моделі та виділення тренда.

Традиційна економетрика передбачає стаціонарність часових рядів, з цієї причини в економічних дослідженнях дуже часто потрібно трансформувати змінні з нестационарного у стаціонарний вид. Це може бути зроблено через видалення детерміністичного тренда з тренд-стаціонарного ряду та взяття перших різниць для різнично-стаціонарного ряду. Але для того, щоб провести правильну процедуру декомпозиції, потрібно знати, з яким саме процесом ми маємо справу. У статтях Нельсона та Канга (Nelson, Kang, 1981), Дюрлафа та Філіпса (Durlauf, Phillips, 1988) показано, що у разі неправильної ідентифікації процесу та видалення тренда у неправильний спосіб у дослідників виникають серйозні проблеми. Ліквідація нестационарності у TS-процесі через взяття перших різниць веде до видалення лінійного тренда, але стаціонарна стохастична частина стає "передиференційованою" (*overdifferenced*), тобто процесом, з якого взяли різниці декілька раз. Як наслідок, отримуються хибні короткострокові цикли. З іншого боку, якщо процес є DS, а видалення тренда відбувалося через побудову регресії з константою та часом як екзогенною змінною, то буде отримано хибні довгострокові цикли. Виділення хибних циклів економічних процесів, очевидно, веде до хибних висновків в економічних дослідженнях. Більш того, побудова регресії з незалежних DS-процесів призводить до проблеми хибної регресії, як показано у дослідженні Гренжера та Ньюболда (Granger, Newbold, 1974), тобто дослідник виявить хибну кореляцію між змінними. Саме тому важливість ідентифікації статистичної природи процесу є критичною для проведення емпіричних досліджень в економіці та фінансах.

Отже, для коректного аналізу часових рядів та їх декомпозиції необхідно здійснити процедуру ідентифікації часового ряду, ця процедура проводиться через тест на наявність одиничного кореня. Таких тестів є чима-

ло і вони мають різну потужність для різних умов застосування. Правильна ідентифікація часового ряду дозволяє визначитися з коректною процедурою декомпозиції часового ряду на тренд та цикл та уникнути хибної регресії, коли два непов'язані процеси, що містять стохастичний тренд, демонструють сильний зв'язок.

Повертаючись до характеристик тренда у рівні випуску країни, зазначимо, що, крім технічних аспектів, які свідчать проти моделі з лінійним трендом у динаміці ВВП, є також і теоретичні міркування, які ставлять під сумнів цю гіпотезу. Коли ми передбачаємо TS-процес в економічних змінних, ми обмежуємо невизначеність та вплив минулих подій на майбутнє. Однак чи є такі припущення реалістичними? DS-процес різко відрізняється від попереднього тим, що порівняно короткострокові рухи в економічній динаміці матимуть певний вплив на довгострокові показники. Іншими словами, зміни в циклічній компоненті впливають на форму тренда, у TS-моделі такий вплив обмежено й параметри тренда є постійними.

Лінійний детерміністичний тренд не демонструє, звичайно, будь-яких циклічних або стохастичних короткострокових рухів. Така декомпозиція економічного часового ряду на довгострокову та короткострокову компоненти є дуже зручною, однак емпірично неприйнятною. Насправді, дуже неправдоподібно, що лінійний тренд буде спостерігатись протягом довгого часу, потрібно враховувати вплив технологічного прогресу, експансійну та рестрикційну економічну політику, фінансові кризи та вплив екзогенних факторів. Варто усвідомлювати, що, передбачаючи лінійний тренд у динаміці економічного розвитку, ми неявно стверджуємо, що економіка може розвиватись постійними темпами нескінченно довго і рівень виробництва може зростати до необмежених величин. Але це не стосується реальності, темпи зростання і величина виробництва обмежені ресурсами, шоки екзогенного та ендогенного характеру змушують тренд коливатись. Результатом застосування лінійного тренда є також те, що до циклічної компоненти належать, крім самого циклу, коливання у тренді та нерегулярна компонента. Тому варіативність циклічної компоненти невиправдано висока.

Оскільки ідея лінійного тренда у ВВП досить часто відкидається, то для виділення тренда та циклічної компоненти застосовуються інші методики, які умовно можна розділити на такі: методи, що базуються на використанні виробничої функції різних модифікацій; одномірні фільтри, що використовують спостережені дані і проводять декомпозицію через побудову моделей типу ARIMA або механічних процедур (фільтр Ходріка-Прескотта); багатомірні моделі, що виявляють довгострокові зв'язки між змінними (VECM); структурні моделі часових рядів. При цьому немає загальноприйнятої методики оцінки розриву випуску, що можна ототожнити з циклічною компонентою ВВП. Зупинимось на характеристиках кожного з підходів.

Побудова виробничої функції для виявлення довгострокового значення рівня випуску (або потенційного випуску продукції) є, здавалося б, найбільш раціональним кроком. Дослідник намагається таким чином виявити, скільки потенційно може виробляти економіка за наявних факторів виробництва. Зазвичай праця та капітал уводяться у виробничу функцію експліцитно, технологічний прогрес передбачається імпліцитно. Однак виникають проблеми з обранням форми виробничої функції, тому що функціональна форма базується на припущеннях дослідника, а не об'єктивних критеріях. Інша проблема полягає в тому, що, оцінюючи потенційний ВВП, нам потрібно ввести в модель потенційний рівень робочої сили й потенційний рівень капіталу. Якими є ці потенційні рівні, визначити важко, особ-

ливо враховуючи хибність статистики щодо рівня безробіття. Інша проблема полягає у процедурі оцінки параметрів виробничої функції. Для оцінок застосовується економетричний підхід, який передбачає стаціонарність даних, однак такі часові ряди, як ВВП або накопичення капіталу, є нестационарними. Для коректного перетворення їх у стаціонарну форму необхідно провести тести на наявність одиничного кореня, що наперед уводить в аналіз припущення про певну форму тренда. Якщо змінні керуються однаковою трендом, то проблем з оцінками не виникає, однак такий збіг є рідкістю. Було багато спроб ідентифікувати тренд через побудову регресій рівня випуску на фактори виробництва – робочу силу, капітал, затрати енергії та технологічні зміни, які вважались часовим трендом. Гіпотеза полягала в тому, що нестационарний тренд походить від змін у цих факторах, а залишки таких моделей є стаціонарними циклічними компонентами економічного зростання. Однак аналіз залишків таких моделей показав, що вони ідентичні до регресій випадкового блукання на час, з усіма відповідними наслідками (Nelson, Plosser, 1982. Р. 139–162).

Одномірні фільтри за своєю сутністю є досить різними. Так, фільтри на основі ARIMA-моделей (Беверіджа-Нельсона) намагаються ідентифікувати процес, що генерує дані (*data generating process*), і виокремити усереднене значення траєкторії руху змінної в часі. Фільтр Ходріка-Прескотта (H-P) не містить генеруючого процесу, натомість автоматично відфільтровує високочастотні коливання:

$$\min_{\{x_t\}_{t=1}^T} \left[ \sum_{t=1}^T c_t^2 + \lambda \sum_{t=2}^T ((x_{t+1} - x_t) - (x_t - x_{t-1}))^2 \right], \lambda > 0, \quad (4)$$

де  $T$  – це кількість спостережень;  $\lambda$  – параметр, що обмежує варіативність тренда;  $c$  – циклічна компонента;  $x$  – тренд. Зі збільшенням  $\lambda$  стають більш жорсткими обмеження на варіацію тренда, а він – більш плавним. Оптимальне значення досягається при  $\lambda = \sigma_x^2 / \sigma_c^2$ , де  $\sigma_x^2$  та  $\sigma_c^2$  – стандартні відхилення похибок у тренді й циклічній компоненті. Функціонуючи таким чином, H-P-фільтр виділяє тренд, який є стохастичним, плавно рухається і не корелює з циклічною компонентою (Canova, 1998. Р. 475–512).

Одномірні процедури видалення тренда з часових рядів часто сприймаються як "чорна скринька". Можна сформулювати три основних питання до одномірних процедур детрендингу: як ми можемо знати з самого початку ключові характеристики, що потрібно ввести у фільтр; яким є економічний механізм, що штовхає економічні змінні до їхнього тренда; що говорять нам виділені циклічні коливання про майбутню динаміку змінної?

Проблема застосування ARIMA-підходу полягає в тому, що він придатний для простих моделей довгих часових рядів, але він не підходить для побудови складних моделей коротких рядів даних. Інакше кажучи, через свої конструкції ці моделі не можуть уловити процеси, що мають довгострокову природу, особливо коли вони застосовуються до порівняно коротких часових рядів. Якщо тренд у таких рядах даних змінюється повільно, то ARIMA модель стає близькою до стану необоротності (*noninvertibility*), тобто для якісної апроксимації даних в авторегресію необхідно буде включити велику кількість лагів. Ситуація стає ще гіршою, коли до часового ряду додаються інші елементи, що повільно змінюються, наприклад сезонність (Harvey, 1997. Р. 192–201).

Статистичний підхід Ходріка та Прескотта не використовує стандартний аналіз часових рядів. Головна гіпотеза цього алгоритму, базуючись на мірку-

ваннях теорії економічного зростання, полягає у тому, що тренд рухається плавно в часі. Цей метод декомпозиції є одним із найпоширеніших, однак і одним із таких, що часто критикується. Більшість критичних зауважень можна знайти в працях (Cogley, Nason, 1995. Р. 253–278; Harvey, Jaeger, 1993. Р. 231–247). Однак існує і величезний масив робіт, в яких доводиться, що Н-Р-фільтр має право на емпіричне застосування (Zarnowitz, Ozyildirim, 2002). Зазначимо лише, що механічне застосування фільтра Н-Р може привести до виявлення хибних циклів як для інтегрованих процесів, так і для тих, що містять детерміністичний тренд. Ще одним недоліком фільтра Ходріка-Прескотта є неточність відображення крайніх точок часового ряду.

Побудова систем рівнянь часових рядів з урахуванням довгострокових тенденцій також не позбавлена недоліків. Значна кількість економістів стверджують, що аналіз фундаментальних змінних повинен бути центральною ланкою у процесі виділення тренда. Тобто виділення тренда повинне базуватись на виявленні довгострокових стабільних зв'язків між економічними змінними, що в економетриці виявляється через експлуатацію явища коінтеграції. Такий підхід дає можливість знайти відповіді на запитання, що виникають при використанні одномірних фільтрів (Robertson et al, 2006. Р. 521–542). Однак і тут є свої труднощі. Якщо відкинути технічні проблеми, постають питання: яким повинен бути набір змінних, щоб їхні довгострокові рівноважні зв'язки визначали тренд економіки? Як інтерпретувати зміни тренда за виключення певної змінної, який з набору трендів є "істинним"?

Підхід, який популяризується останнім часом, є альтернативою всім попереднім і полягає у побудові структурних моделей часових рядів. Цей метод особливо популярний серед економістів, що належать до лондонської школи економіки (LSE) і жорстко критикують саму концепцію одиничного кореня у часових рядах, застосування авторегресійних моделей як фільтрів та для проведення тестів. Оскільки гіпотеза про детерміністичний тренд є обмежувальною, очевидним виходом із цієї ситуації було надання їй більшої гнучкості, дозволяючи змінюватися з часом параметрам рівня тренда та куту нахилу. В структурних моделях часових рядів припускається, що ці параметри є випадковим блуканням. Це веде до формування стохастичного тренда, в якому рівень та кут можуть змінюватися з часом. Детерміністичний тренд є граничним випадком таких моделей. До моделі, що містить тренд та похибку, можуть додаватися інші параметри, під якими передусім мається на увазі цикл та сезонність. Обидві ці додаткові складові вважаються стохастичними, але також можуть ставати детерміністичними у граничному випадку. Таким чином, вся модель складається з компонент, що мають пряму інтерпретацію. Говорячи економетричною мовою, це – регресійна модель, у якій пояснючі змінні є функціями від часу, а параметри варіюють у часі. Валідність моделі може бути оцінена через діагностичну статистику та тестування робастності розрахованих компонент. Дослідник сам проводить калібрування параметрів моделі, визначаючи характеристики тренда. В структурних моделях містяться неспостережні компоненти, які специфікуються в моделі напряму. Маючи деякі попередні міркування, дослідник встановлює певні обмеження на неспостережні компоненти, які його цікавлять, і формують структурну модель. Попередні припущення не стосуються економічної теорії, а належать до форми тренда та сезонних коливань (Pauly, 1989. Р. 245–261). Сутність побудови структурних моделей часових рядів для виділення трендової та циклічної складової полягає у тому, щоб увести в аналіз ряд структурних рівнянь та аналізувати їх через накладення обмежень на різні компоненти. Зокрема, розглядається така система:

$$y_t = \mu_t + \psi_t + \varepsilon_t, \quad (5)$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \beta_{t-1} + \eta_t, \quad \eta_t \sim NID(0, \sigma_\eta^2), \quad (6)$$

$$\beta_t = \beta_{t-1} + \zeta_t, \quad \zeta_t \sim NID(0, \sigma_\zeta^2), \quad (7)$$

$$\psi_t = \rho \cos \lambda_c \psi_{t-1} + \rho \sin \lambda_c \psi_{t-1}^* + X_t, \quad (8)$$

$$\psi_t^* = -\rho \sin \lambda_c \psi_{t-1} + \rho \cos \lambda_c \psi_{t-1}^* + X_t^*, \quad (9)$$

де  $y_t$  – часовий ряд;  $\mu_t$  – тренд;  $\psi_t$  – цикл;  $\varepsilon_t$  – похибка;  $\beta_t$  – кут нахилу;  $\eta_t$  та  $\zeta_t$  – нормально розподілені білі шуми, некорельовані між собою;  $\rho$  – фактор затухання коливань ( $0 \leq \rho \leq 1$ );  $\lambda_c$  – частота циклу в радіанах;  $X_t$  та  $X_t^*$  – похибки з  $NID(0, \sigma_x^2)$ . Похибки всіх трьох компонентів часового ряду є незалежними між собою.

Тренд, таким чином, є еквівалентним до ARIMA-процесу (0,2,1). Однак, якщо  $\sigma_\zeta^2 = 0$ , то тренд стає випадковим блуканням зі зміщенням (*random walk with drift*). Якщо ж  $\sigma_\eta^2 = 0$ , то тренд стає детерміністичним. Коли  $\sigma_\eta^2 = 0$  та  $\sigma_\zeta^2 > 0$ , тренд залишається інтегрованим процесом другого порядку й трендова компонента є досить плавною (*smooth*). Важливим питанням є виправданість встановлення обмеження  $\sigma_\eta^2 = 0$ . Для деяких економічних процесів невиправдано закладати в модель плавний тренд, і встановлення таких обмежень потребують емпіричних тестів.

Циклічна компонента  $\psi_t$  є стаціонарною, якщо  $\rho$  менше за 1. Такий процес еквівалентний ARMA-моделі (2,1). Також у модель може бути введено фактор сезонності.

Порівнюючи властивості структурного підходу та фільтра Н-Р було виявлено, що цикли, виділені для реального ВВП США через структурні моделі часових рядів та Н-Р-фільтр є дуже близькими. Такий результат досягається через те, що в американському часовому ряді сильною є детерміністична складова з плавним трендом:  $\sigma_\eta^2 = 0$ ;  $\sigma_\varepsilon^2 = 0$ ;  $\sigma_\zeta^2$  – дуже мале число. З іншого боку, як показано, для реального ВВП Австрії Н-Р-фільтр демонструє менш подібні до структурного підходу результати (Harvey, Jaeger, 1993. Р. 231–247). У зв'язку з отриманими результатами Ендрю Херві критикує Н-Р-фільтр, стверджуючи, що його застосування до випадкового блукання або до I(2)-процесу продукує хибні цикли. Важливим моментом при виборі методу декомпозиції є теоретичні уявлення про тренд, якщо для ВВП плавність тренда є обґрунтованим положенням, то для цін, наприклад, ні. Ціни за своїми статистичними якостями більш наближені до випадкового блукання, тому Н-Р-фільтр не прийнятний для виявлення тренда в цінах.

Будь-який метод декомпозиції часових рядів на тренд та цикл стикається з однією головною проблемою – ці дві компоненти постійно взаємодіють і впливають одна на одну. Після роботи Нельсона та Пlossера проводились численні емпіричні дослідження, які показали, що концепція DS-моделі нічим не краща за застосування лінійного тренда й гіпотези про неодмінне повернення циклу до довгострокового середнього значення. Проблема в тому, що часові ряди, які виглядають як такі, що містять

одиночний корінь, насправді є стаціонарними навколо тренда з коренем, що близький до одиниці. Часто тести, які на сьогодні застосовуються в економетриці, не можуть розрізнити процеси двох типів.

Проблема декомпозиції часового ряду ускладнюється ще й тим, що в сучасних підходах питання вже стоїть не просто про стохастичні та детерміновані складові тренда, а й про можливість включення циклічних коливань у сам тренд. Це має дуже серйозні наслідки як для статистичних процедур декомпозиції, так і для теорії, яка повинна пояснити ці коливання. Невизначеність з методами декомпозиції ряду посилюється через те, що немає достатньо потужних тестів на одиночний корінь. Це проблема, яка не дає можливості з упевненістю говорити про стохастичну складову тренда. Критики стверджують, що у кінцевому наборі спостережень даних неможливо розрізнити процес з одиночним коренем та стаціонарний. До того ж тести на одиночний корінь часто вводяться в оману нелінійними трендами, які ідентифікуються ними як випадкове блукання. Небезпека сліпого слідування тестам на одиночний корінь полягає в тому, що вони часто не ідентифікують довгострокову поведінку змінної з повернення до середнього значення через обмеженість часового ряду (Cochrane, 1991. Р. 201–210).

Суттєвій критиці піддається як сама концепція наявності одиночного кореня у ВВП, так і відповідні процедури тестування. В різних дослідженнях було виявлено як велику частку випадкового блукання (Nelson, Plosser, 1982. Р. 139–162; Campbell, Mankiw, 1987. Р. 111–117), так і незначну (Watson, 1986. Р. 49–75; Cochrane, 1988. Р. 893–920). Однак учені визнають, що модель ВВП повинна містити деякий стохастичний компонент (випадкове блукання). Якщо припустити, що ВВП насправді є стаціонарним навколо лінійного тренда, тоді варіація помилок прогнозування має бути однаковою для всіх часових відрізків. Ця ситуація навряд чи є реалістичною. Якщо до моделі включити випадкове блукання, то варіація помилок прогнозу зростатиме безкінечно зі збільшенням горизонту прогнозу. Для того щоб ці, більш реалістичні, припущення реалізувалися, в модель достатньо ввести незначний компонент випадкового блукання (Cochrane, 1988. Р. 893–920).

Еволюція поглядів на характеристики тренда та циклічної компоненти в економічних процесах і розроблення відповідних статистичних методик привели до формування усталених методів проведення прикладних досліджень. Першим етапом дослідження часових рядів в економіці є їх тестування на наявність одиночного кореня з метою визначення методики подальшого дослідження й отримання інформації, яка потім впливатиме на інтерпретацію результатів. Проблема досліджень, у яких фігурує аналіз макроекономічних часових рядів, полягає в тому, що в Україні подібні тести майже не застосовуються. Дослідники або імпліцитно передбачають лінійний тренд у часовому ряді, або взагалі не беруть до уваги різні складові динаміки змінних. Це могло б бути не такою великою проблемою, якби дослідники звертали увагу на залишки, які вони отримують або після процедури декомпозиції часових рядів, або після побудови регресій між змінними, що містять неідентифікований тренд. Першим сигналом щодо можливих проблем повинна бути висока автокореляція залишків моделі. Якщо при декомпозиції часового ряду дослідник візьме перші різниці з  $TS$ -процесу та побудує авторегресійне рівняння, то в похибках такої регресії можна знайти значну автокореляцію, тобто процедуру видалення тренда проведено неправильно. Якщо до  $DS$ -процесу застосувати  $TS$ -мо-

дель, то сформовані залишки будуть нестационарним процесом. Це проявлятиметься в автокореляції залишків моделі та в можливій гетероскедастичності. У відомій статті автори показують, які негативні наслідки виникають у результаті застосування моделі з лінійним трендом до процесу, що містить випадкове блукання (DS) (Nelson, Kang, 1984. P. 73–82). Такі самі проблеми виникають і при побудові хибних регресій. Розглядаючи процеси (1) і (2), зрозуміло, що вони містять сильний тренд, тому не дивно, що регресії, які включають такі змінні, майже завжди вказують на сильний зв'язок. Сильна кореляція є наслідком тренда, що керує змінними, незважаючи на те, чи є реальний зв'язок між цими змінними і чи пов'язані між собою тренди (Green, 2007. P. 632). Гренжер та Ньюболд показали, що процеси, які є чистим випадковим блуканням, можуть показувати в регресіях зв'язки навіть тоді, коли їх немає насправді. Формальне правило для виявлення хибної регресії виглядає так:  $RI > DW$  – дуже високий коефіцієнт детермінації і статистика Дарбіна-Уотсона, що вказує на автокореляцію залишків (Granger, Newbold, 1974).

В численних академічних роботах, які публікуються у наукових виданнях України і в яких досліджуються часові ряди, автори припускаються "класичних" методичних помилок. У дослідженнях будуються регресії на основі динамічних макроекономічних рядів. При цьому кількість ступенів свободи є критично низькою (у деяких випадках регресія фактично будується на кількох спостереженнях), що саме собою є неприйнятним. Характеристики часових рядів і параметри отриманих залишків не аналізуються<sup>2</sup>. Тому ми не знаємо, якого типу тренд міститься в даних, чи є хибною отримана регресія, хоча тестування залишків моделей на автокореляцію могло б сигналізувати про явні проблеми, які ми окреслили вище. Застосування статистики Дарбіна-Уотсона не покращує ситуації, цей тест має численні недоліки: тестується тільки автокореляція похибок першого порядку; при малій кількості спостережень потужність тесту стрімко падає (великим стає відрізок невизначеності); межі розподілу тесту залежать від типу даних. На сьогодні цей тест рідко використовується в прикладних дослідженнях. Отримані моделі є фактично "чорними скриньками", які не продукують надійних результатів. При цьому дослідники апелюють до коефіцієнта детермінації, як до показника, що вказує на "адекватність" регресій. На жаль, коефіцієнт детермінації мало свідчить про адекватність моделі. Якщо регресія хибна, то й він теж не відображає реальних зв'язків між змінними. Цей коефіцієнт використовується для розрахунку ряду статистик при тестуванні гіпотез, але не вказує на реалістичність виявлених співвідношень. Висновки, отримані після подібного аналізу, викликають серйозні сумніви відносно надійності.

Часто відсутність тестів на наявність одиничного кореня не заважає дослідникам висувати гіпотезу про детерміністичний нелінійний тренд у ВВП. Ця гіпотеза може здатись більш складною й реалістичною, але вона не є такою, тренд залишається детерміністичним, а про істинну природу тренда нам нічого невідомо. Звичайно, більш логічно уявити собі тренд у формі випуклої функції, це відповідає уявленням про форму виробничої функції, відображає відповідні властивості і порівняно легко вводиться в модель за допомогою квадратичної функції часу. Але потрібно усвідомлювати, що, вводячи в модель детерміністичний тренд, дослідник не уникає

<sup>2</sup> Маючи набір даних з кількох спостережень, автокореляцію залишків фактично неможливо оцінити, програмні статистичні пакети, швидше за все, відмовляться розраховувати значення цієї функції.

тих проблем, що мають місце, коли детерміністичний тренд підлаштовується під процеси, які містять стохастичний тренд і про які вже йшлося вище (Nelson, Kang, 1981. P. 741–751). Крім того, дослідник автоматично передбачає відсутність впливу шоків в економічних змінних на параметри тренда, а результати декомпозиції постійно змінюватимуться з оновленням інформації, тобто форма тренда і його статистична значимість не будуть фіксованими і важко буде визначити, де справжній тренд.

Окреслені проблеми і недоліки дуже сильно впливають на результати досліджень і можливість їх використання для прийняття політичних рішень. На нашу думку, якість українських емпіричних досліджень можна було б значно підвищити, якби дослідники враховували досвід дослідження часових рядів, що був набутий у світовій економічній теорії за останні 40–50 років і який автор спробував узагальнити у цій статті. Паралельна еволюція теоретичних уявлень про економічну динаміку та статистичних методів, що доповнювали один одного і надавали позитивні імпульси для взаємного розвитку, привели до усвідомлення необхідності у більш якісному аналізі макроекономічних процесів. При проведенні якісного емпіричного дослідження вчений повинен керуватись сучасними положеннями економічної теорії, методами економетрики і власними досвідом для того, щоб врахувати особливості трендів у досліджуваних процесах і отримати адекватні оцінки короткострокових та довгострокових зв'язків між змінними. Це означає, що статистичне тестування характеристик тренда є обов'язковим. Якщо змінні містять спільний тренд, тоді можна використати моделі з урахуванням коінтеграції даних. Якщо властивості трендів у даних є різними, тоді необхідною є декомпозиція із застосуванням одного з наведених в цій статті підходів. Обов'язковим етапом проведення прикладних досліджень є тестування залишків моделей на нормальність розподілу, відсутність автокореляції та гетероскедастичність. Ігнорування цих моментів часто веде до виділення хибних циклічних компонент часових рядів, отримання хибних регресій або переоцінки зв'язків між змінними, і говорити про надійність досліджень у такому разі не варто.

### **Література**

- Кондратьев Н. Д. (1989) Проблемы экономической динамики / Кондратьев Н. Д. М. : Экономика. 526 с.
- Box G.E.P. (1970) Time Series Analysis: Forecasting and Control / Box G. E. P., Jenkins G. M. Holden day, San Francisco, 1970. 500 p.
- Burns A.F. (1946) Measuring Business Cycles / Burns A. F., Mitchell W. C. NBER. 590 p.
- Campbell J. (1987) Permanent and Transitory Components in Macroeconomic Fluctuations / J.Campbell G. Mankiw // American Economic Review Vol. 77. Issue 2. P. 111–117.
- Campbell J. (1991) Pitfalls and opportunities: what macroeconomists should know about unit roots /J.Campbell, P.Perron // NBER Macroeconomics annual. Vol. 6. P.141–220.
- Canova F. (1998) Detrending and business cycle facts / F. Canova // Journal of Monetary Economics. Vol. 41. № 3. P. 475–512.
- Cochrane J.H. (1988) How Big Is the Random Walkin GNP? / J. H. Cochrane // Journal of Political Economy. Vol. 96. Issue 5. P. 893–920.
- Cochrane J.H. (1991) [Pitfalls and opportunities: what macroeconomists should know about unit roots]: Comment / J. H. Cochrane // NBER Macroeconomics annual. Vol. 6. 1991. P. 201–210.
- Cogley T. (1995) Effects of the Hodrick-Prescott filter on trend and difference stationary time series: implications for business cycle research / T. Cogley, J. M. Nason // Journal of Economic Dynamics and Control. Vol. 19. Issue 1–2. P. 253–278;

- Durlauf S.N.* (1988) Trends versus Random Walks in Time Series Analysis / S.N. Durlauf, P.C. Phillips // *Econometrica*. Vol. 56. Issue 6. P. 1333–1354.
- Granger C.W.J.* (1974) Spurious regressions in econometrics / C.W.J. Granger, P. Newbold // *Journal of Econometrics*. Vol. 2 Issue 2. 1974. P. 111–120.
- Green W.* (2007) *Econometric Analysis* / Green W. PrenticeHall, 2007. 1216 p. P. 632.
- Harvey A.* (1993) Detrending, Stylized Facts and the Business Cycle / A. Harvey, A. Jaeger // *Journal of Applied Econometrics*. Vol.8. Issue 3. P. 231–247.
- Harvey A.* (1997) Trends, Cycles and Autoregressions / A. Harvey // *Economic Journal*. Vol. 107. № 440. P. 192–201.
- Juglar C.* (2001) Des Crises Commerciales et de leur retour periodique en France, an Angleterre et aux Etats-Unis / Juglar C. Adamant Media Corporation. 281 p.
- Libanio G.* (2005) Unit roots in macroeconomic time series: theory, implications, and evidence / G. Libanio // *NovaEconomia* Vol. 15. Issue 3.P. 145–176.
- Nelson C.R.* (1981) Spurious Periodicity in Inappropriately Detrended Time Series/ C. R. Nelson, H. Kang // *Econometrica* Vol. 45. Issue 3. P. 741–751.
- Nelson C.R.* (1982) Trends and random walks in macroeconomic time series: some evidence and implications / C. R. Nelson, C. R. Plosser // *Journal of Monetary Economics* Vol. 10. Issue 2. 1982. P. 139–162.
- Nelson C.R.* (1984) Pitfalls in the use of Time as an Explanatory Variable in Regression / C. R. Nelson, H. Kang // *Journal of business and economic statistics* Vol. 2. № 1. pp. 73–82.
- Pauly R.* (1989) A general structural model for decomposing time series and its analysis as a generalized regression model / R. Pauly // *Statistical Papers*. Vol. 30. № 1. P. 245–261.
- Robertson D.* (2006) Permanent vs transitory components and economic fundamentals / D. Robertson, A. Garratt, S. Wright // *Journal of Applied Econometrics* – Vol. 21. – Issue 4. 2006. P. 521–542.
- Watson M.* (1986) Univariate detrending methods with stochastic trends / M. Watson // *Journal of Monetary Economics* – Vol.18. P. 49–75.
- Wolters J.* (2006) Unit root testing / J. Wolters, U. Hassler // *AStA Advances in Statistical Analysis*. Vol. 90. Issue 1. P. 43–58.
- Zarnowitz V.* (2002) Time Series Decomposition and Measurement of Business Cycles, Trends and Growth Cycles / V. Zarnowitz, A. Ozyildirim // *NBER Working Paper*. – January 2002. WP8736. 50 p. [Електронний ресурс]. Режим доступу : <http://www.nber.org/papers/w8736>.

---

---

## PROBLEMS OF THE DETECTION OF ECONOMIC DYNAMICS CYCLES: APPLICATION ASPECT

*Artiom Vdovychenko*

**Author affiliation:** PhD in Economics, Head, Research Department on Learning the international experience and European integration, Research Institute of Financial Law (Kyiv).

The article highlights the main statistical approaches to the decomposition of economic time series into a trend and cyclical component. The author pays significant attention to emerging of time series decomposition problem and evolution of the methods of its resolution. Attention is drawn to the problem of identifying the trend and disadvantages of different approaches. Concepts of transitory and permanent shocks are distinguished in the article. The paper analyzes the statistical properties of Hodrick-Prescott filter, its advantages, disadvantages and the theoretical background of its application. Theoretical implications of statistical properties of the identified time series are indicated. Author points out the major shortcomings of national empirical studies related to the neglect of the characteristics of the trend in economic data. Were formed recommendations concerning the methods of researching time series in economic investigations.

**Keywords:** trend, unit root, stationary process, auto regression, permanent and transitory shock.

**JEL:** C40.