
МЕТОДЫ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

УДК 338.583–621.771.23

Р. В. НАЗАРЕНКО,
*ведущий специалист отдела по методологии ООО “Интерпайп Украина”
(Днепропетровск)*

О ПРАКТИЧЕСКОМ ПРИМЕНЕНИИ МОДЕЛИ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РАЗМЕРА ЗАКАЗА

Предложена методика расчета экономического размера заказа при управлении поставками в условиях операционной деятельности на промышленных предприятиях, которую можно сочетать с традиционными моделями управления запасами. Показано, что ее внедрение в комплексе с мерами формирования страховых запасов позволит на 20% уменьшить потери, связанные с иммобилизацией оборотных активов.

Ключевые слова: экономический размер заказа, математическая модель, управление запасами, управление целью снабжения, централизация закупок.

R. V. NAZARENKO,
*Leading expert of the Department of Methodology Company “Interpipe Ukraine”
(Dnipropetrovsk)*

ON THE PRACTICAL USE OF THE MODEL OF ECONOMIC ORDER QUANTITY

The author proposes a method to calculate the “economic order quantity” that can be utilized during operational activities of industrial enterprises. This approach can be reconciled with traditional models of inventory management. It is shown that the introduction of this model along with arrangements of making the reserve stock can reduce the losses associated with the immobilization of liquid assets by 20%.

Keywords: economic order quantity, mathematical model, inventory management, supply chain management, centralized procurement.

Актуальным вопросом при управлении производственными запасами на промышленных предприятиях является снижение закупочных расходов потребленных ресурсов, а также расходов, связанных с обработкой заказов на материальные ресурсы для любого участка предприятия и дистрибутивных складов. Размер заказа непосредственно определяет объем самой крупной составляющей запасов, а именно – текущего запаса ресурса на предприятии. С размером запасов связаны затраты материальных, энергетических и трудовых ресурсов предприятия на их подготовку, перемещение и хранение, а также затраты, связанные с иммобилизацией оборотных активов в текущем запасе. Таким образом, в области исследования деятельности предприятий по обеспечению производства материальными ресурсами одним из главных предметов изучения является определение оптимального размера заказа с целью минимизации общей стоимости владения ресурсами, потребляемыми предприятием [1].

Наиболее известной методикой оптимизации размера заказа является модель ЕОQ (от англ. “Economic order quantity” — экономический размер заказа), применяемая тогда, когда спрос на ресурс равномерен. При этом ограничения максимальной партии поставки на склад отсутствуют; время между заказом и его исполнением равно нулю; дефицит ресурса на складе не допустим [2].

Следует отметить, что предприятия часто применяют заказы на совокупность позиций ресурсов, выделенных в спецификации. Это не дает возможности вычислить для конкретной позиции необходимую величину условно-постоянных расходов, связанных с оформлением заказа на i -й ресурс S_i (дол.), включающий стоимость подписания контрактов, оформление заказа на партию ресурса, контроль выполнения заказа и др. Поскольку промышленные предприятия, как правило, имеют определенное количество складских помещений (с разными оборудованием и назначением), где хранятся сотни артикулов, которые обслуживаются разным количеством персонала, то существует проблема расчета величин, отображающих стоимость хранения единицы ресурса. К ним относятся: условно-постоянные расходы, связанные с хранением единицы i -го ресурса в течение года H_i (дол./ед. измерения), включающие амортизацию основных средств складов, расходы на содержание и ремонты складов и складского оборудования, фонд оплаты труда постоянного персонала и т. п.; переменные расходы на внедрение ресурса в производство V_i (дол./ед. измерения), то есть расходы на дополнительный персонал для проведения складских погрузочных операций и подготовки ресурса перед использованием. Таким образом, несмотря на то, что модель ЕОQ известна с 1913 г., на пути ее применения до сих пор существует множество препятствий.

На промышленном предприятии можно собрать данные, которые относятся к совокупным расходам на закупку, хранение и подготовку ресурсов:

- фонд оплаты труда персонала, отвечающего за закупку, с максимальной дифференциацией к уровню группы материалов (как правило, группирование идет по технологической однородности: горюче-смазочные материалы, инструмент, подшипники и т. п.);

- количество спецификаций в год;

- количество номенклатурных артикулов, которые закупаются (заказываются) в течение месяца, квартала, года;

- фонд оплаты труда персонала, отвечающего за хранение материалов и складские операции с максимальной дифференциацией к определенному складу;

- расходы, связанные с текущими ремонтами основных средств складского хозяйства с максимальной дифференциацией к определенному складу.

Таким образом, для адаптации модели ЕОQ к условиям деятельности украинских промышленных предприятий необходимо от показателей расходов, связанных с размещением заказа на артикул и сохранением артикула в течение года, которые являются базовыми величинами в модели, перейти к агрегированным данным, известным из управленческого и бухгалтерского учета. При внедрении корректной структуризации номенклатурных артикулов фактические значения указанных показателей будут подвергаться незначительным колебаниям в пределах группы. Группирование номенклатурных артикулов должно предоставить возможность агрегировать позиции, имеющие схожие процессы и трудозатраты при закупках, а также группировать по принципу схожести условий хранения и объема складских операций в производственном процессе. Кроме того, необходимо установить границы применения данной модели и учитывать влияние иммоби-

лизации оборотных активов на общую стоимость i -го ресурса (TC_i). Величина TC_i , согласно модели EOQ, определяется по формуле

$$TC_i = C_i D_i + S_i D_i / Q_i + V_i D_i + 0,5 Q_i H_i, \quad (1)$$

где C_i – средняя стоимость единицы i -го ресурса за год (дол./ед. измерения); D_i – количественный годовой спрос i -го ресурса (ед. измерения); Q_i – размер заказа на i -й ресурс (ед. измерения); величина $0,5 Q_i$ – средний уровень текущего запаса между поставками. Оптимальный размер заказа (Q_{i0}) для i -го ресурса [2] рассчитывается так:

$$Q_{i0} = (2D_i S_i / H_i)^{0,5}. \quad (2)$$

Следует отметить, что эффект иммобилизации оборотных активов возникает при размере заказа, превышающем критический:

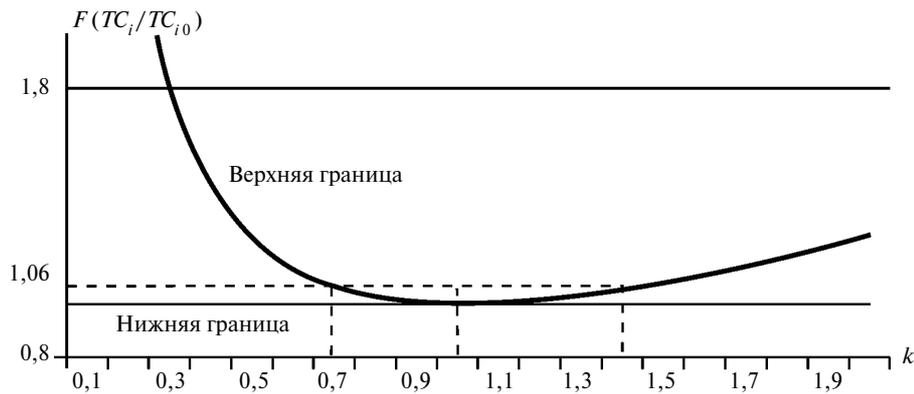
$$Q_{ik} = D_i f / 360, \quad (3)$$

где f – продолжительность финансового цикла (с момента поступления ресурса до получения выручки от покупателя готовой продукции за вычетом периода оборота кредиторской задолженности) (дни). Годовая стоимость иммобилизации избыточной доли текущего запаса в TC_i будет равна: $0,5(Q_{i0} - Q_{ik})Cr$ (дол.), где r – коэффициент дисконтирования, который может быть принят на уровне ставки процента депозитов юридических лиц как альтернативный способ использования денежных активов, по данным НБУ, в 2012 г. составил около 0,174. Если подставить формулу (3) в формулу (2), то при $S_i / H_i > D_i f^2 / 259200$ оптимальная партия поставки приобретает значения, при которых обнаруживается эффект иммобилизации активов. Эта величина интересна с точки зрения управления логистическим процессом.

С целью выяснения поля возможных значений TC_i исследуем, как они меняются в случае отклонения Q_i от Q_{i0} . Допустим, что $Q_i = kQ_{i0} = k(2D_i S_i / H_i)^{0,5}$, где k – произвольный коэффициент, $k \in [0; +\infty)$. Если подставить полученное значение в формулу (1), то величина общих расходов будет выглядеть так: $TC_i = C_i D_i + S_i D_i (H_i / 2D_i S_i)^{0,5} / k + V_i D_i + 0,5 H_i k (2D_i S_i / H_i)^{0,5}$.

Упрощая выражение, мы придем к: $TC_i = C_i D_i + V_i D_i + (k + k^{-1})(0,5 S_i D_i H_i)^{0,5}$. Приравняв первую производную функции $f(k) = k + k^{-1}$ к 0, найдем значение k , при котором $f(k)$ минимально: $0 = 1 - k^{-2}$, с учетом $k \in [0; +\infty)$, $k = 1$. Для оптимального размера заказа ($k = 1$) данная формула приобретает вид: $TC_{i0} = C_i D_i + V_i D_i + (2S_i D_i H_i)^{0,5}$. Введем функцию $F(TC_i / TC_{i0})$, показывающую отношение общих расходов к оптимальному значению при варьировании соотношения произвольного размера заказа и оптимального: $F(TC_i / TC_{i0}) = (C_i D_i + V_i D_i + (k + k^{-1})(0,5 S_i D_i H_i)^{0,5}) / (C_i D_i + V_i D_i + (2S_i D_i H_i)^{0,5})$. Преобразовав выражение, установим, что функция $F(TC_i / TC_{i0})$ при $C_i + V_i \gg (0,5 S_i D_i H_i)^{0,5}$ достигает 1, а при $C_i + V_i \ll (0,5 S_i D_i H_i)^{0,5}$ равна $0,5(k + k^{-1})$. Графически $F(TC_i / TC_{i0})$ представлена на рисунке множеством кривых, которые находятся между верхней и нижней границами.

На рисунке показано, что при отклонении заказа от оптимального объема на -30% или $+40\%$ TC_i превысит минимальное значение менее чем на 6% . Таким образом, формула оптимального размера заказа имеет решение, которое может успешно корректироваться в зависимости от объективных обстоятельств в достаточно большом диапазоне без существенных экономических затрат [3]. Это свойство можно применять в двух аспектах – варьирования размера заказа исходя из логистических ограничений (в частности, размер склада, тип транспортного средства и тары для доставки) и использования приближенных величин для расчета субоптимального размера заказа.



Зависимость роста общих расходов от изменения размера заказа относительно оптимального

Мы предлагаем следующий вариант модификации модели EOQ. Вся совокупность артикулов Ψ , принимающих участие в производственном процессе, необходимо классифицировать по группам в три итерации.

Первая: Ψ раскладывают на группы по принципу схожести условий хранения и объема складских операций в производственном процессе: $\Psi = B_1 + B_2 + \dots + B_j + \dots$, где j – индекс произвольной группы.

Вторая: агрегирование с учетом однородности по технологическому принципу и частоте оформления заказов. Так, на промышленном предприятии склад, оборудованный для хранения и погрузочных работ с насыпными и запакованными материалами, может вмещать несколько групп, сформированных по указанному принципу: раскислители, насыпные ферросплавы, огнеупорный кирпич и т. д. Каждую группу B_j можно представить совокупностью следующих групп: $B_j = B'_1 + B'_2 + \dots + B'_t + \dots + B'_m$, где t – индекс произвольной группы, m – количество групп данной категории.

Третья: классификация каждой группы B'_t по поставщикам ($B'_t = B''_1 + B''_2 + \dots + B''_x + \dots$). Представим условно-постоянные расходы, связанные с формированием заказа на группу ресурсов B'_t , в следующем виде: $S(B'_t) = S(\Psi)qW(B'_t)/O(B'_t)$, где $S(\Psi)$ – годовой бюджет персонала, принимающего участие в процессе оформления заказов на расходные материалы, которые используются при закупках (фонд оплаты труда, расходы на командировки, обучение, конференции, бумагу, бланки и др.) (дол./год); q – доля трудозатрат персонала, задействованного в оформлении заказов (для персонала службы закупок $q = 1$, для персонала на производственных участках можно принимать $q = 0,1$ или провести хронометраж для уточнения); $W(B'_t)$ – доля расходов на формирование заказов группы B'_t (как правило, соответствует доле бюджета определенного департамента службы закупок в общем бюджете службы, а на уровне цеха отражает долю трудозатрат материально ответственного лица в связи с оформлением заказов на материалы данной группы в общих трудозатратах заказа материалов); $O(B'_t)$ – проектное количество заказов, которые могут оформляться за год в группе B'_t . Из правила группирования следует, что для $\forall B'_x \in B'_t$ справедливо уравнение: $S(B'_x) = S(B'_t)/N(B'_t)$, где $N(B'_t)$ – количество поставщиков в группе B'_t . Следовательно,

$$S(B'_x) = S(\Psi)qW(B'_t)/(N(B'_t)O(B'_t)). \quad (4)$$

Представим условно-постоянные годовые расходы на хранение единицы i -го артикула из группы B_j в виде:

$$H_i = (A_j + L_j) / M_j, \quad (5)$$

где A_j – амортизационные начисления и ремонтные расходы, связанные со зданиями, сооружениями и оборудованием j -го склада (дол./год); L_j – фонд оплаты труда постоянного персонала склада, на котором хранится i -й артикул (дол./год); M_j – количество материалов на складе вместе с i -м ресурсом в течение операционного периода (для упрощения можно брать период одного месяца) (ед. измерения). Таким образом, с учетом формул (4) и (5) общая стоимость для совокупности B_x'' приобретает вид:

$$TC(B_x'') = D(B_x'')(C(B_x'') + V(B_x'') + S(\Psi)qW(B_i') / (Q(B_x'')(N(B_i')O(B_i')) + (0,5Q(B_x'')(A_j + L_j) / M_j), \quad (6)$$

где $C(B_x'')$ – средневзвешенная цена ресурсов группы B_x'' в течение года. С целью определения экстремума функции (6) берем первую производную по $Q(B_x'')$ и приравниваем ее к 0. Упростив функцию, мы получим размер оптимальной партии поставки для группы B_x'' :

$$Q(B_x'')_0 = [2D(B_x'')S(\Psi)qW(B_i')M_j / (N(B_i')O(B_i')(A_j + L_j))]^{0,5}. \quad (7)$$

Партию i -го материала из группы B_x'' можно рассчитать по принципу пропорциональности: $Q_i = Q(B_x'')_0 \cdot D_i / D(B_x'')$. При необходимости для совокупности $Q(B_x'')_0$ партии материалов можно в определенной степени регулировать.

После введения величины χ в качестве критерия эффективности расходов, связанных с освоением ресурса $\chi = S(\Psi)qW(B_i')M_j / (N(B_i')O(B_i')(A_j + L_j))$, формула (7) приобретет вид:

$$Q(B_x'')_0 = (2D(B_x'')\Psi)^{0,5}. \quad (8)$$

Если подставить формулу (3) в формулу (8), то получим выражение, характеризующее критическое значение $\chi_{кр}$ при условиях размера спроса, финансового цикла и проектного количества оформляемых в течение года заказов по группе B_i' : $D(B_x'')f/360 = (2D(B_x'')\chi_{кр})^{0,5}$, отсюда

$$\chi_{кр} = D(B_x'')f^2 / 259200. \quad (9)$$

При $\chi > \chi_{кр}$ расчетные значения оптимального размера заказа влекут за собой эффект иммобилизации оборотных активов.

Следует отметить, что модель EOQ можно применять и в случае, когда спрос в течение года подвергается значительным колебаниям. Если дефицит ресурса не допустим и время реализации заказа больше 0, то необходимо создавать дополнительный буферный запас $BS(S_x'')$, который будет включать в себя страховой, транспортный, подготовительный и технологический запасы. Для их расчетов могут быть применены детерминированные и стохастические подходы [4]. При этом величина $TC(B_x'')$ будет равна:

$$TS(B_x'') = D(B_x'')(C(B_x'') + V(B_x'') + S(\Psi)qW(B_i') / (Q(B_x'')(N(B_i')O(B_i')) + (0,5Q(B_x'')(A_j + L_j) / M_j) + BS(B_x'')C(B_x'')r.$$

Рассмотрим пример расчета оптимальной партии поставки группы B_x'' ферросплавных материалов железнодорожным транспортом на центральный материальный склад предприятия (табл.).

Если подставим данные в формулу (7), то получим $Q_{i0} = 157$ т. Поскольку вагонная норма составляет 70 т, возможны два субоптимальных решения – 140 т и 210 т, которые имеют отклонения от расчетного значения, соответственно, на

–12% и +32%. Если маневровые работы с железнодорожным транспортом являются “узким местом”, то Q_{j0} может быть принято на уровне 210 т, что соответствует почти 4 поставкам в месяц. При $f=30$ дням $\chi=0,937$, что меньше критической величины ($\chi_{кр}=45,8$). Следовательно, при данных условиях эффект имобилизации не возникает.

Приблизительные исходные данные для расчета экономического размера заказа

| Данные | FeSiMn (МНС-17) | FeSi |
|-------------------|------------------|--------------|
| D_i | 3600 (т/год) | 9600 (т/год) |
| $O(B'_i)$ | 240 | |
| $S(\Psi)qW(B'_i)$ | 30000 (дол./год) | |
| $N(B'_i)$ | 20 | |
| $A_i + L_i$ | 40000 (дол./год) | |
| M_j | 6000 | |

Таким образом, модель ЕОQ позволяет минимизировать общие расходы предприятий при управлении поставками материальных ресурсов. При этом ее можно адаптировать для большинства технологических материалов, а также материалов и комплектующих, применяемых в текущих ремонтах. К преимуществам предложенной модификации формулы (7) можно

отнести то, что она позволяет вычислять оптимальный уровень заказа на артикул на любом этапе логистической цепочки: от поставок внешнего поставщика – на центральный склад, с центрального склада – на склады или технологические участки цехов, с участка – на участок и т. д. к поставкам со склада готовой продукции – конечным потребителям. Все расчеты можно выполнять исходя из доступных для любого украинского предприятия учетных данных. Для этого можно применять как сложные ERP-системы, так и MS EXCEL или подобные программные продукты.

В предложенном подходе учитывается консолидация артикулов при оформлении заказов и хранении на складах, что устраняет погрешность традиционного расчета для отдельных позиций. Результат расчета размера заказа может корректироваться с учетом незначительных складских, транспортных и других ограничений. Рекомендованный диапазон корректирования: от –30% до +40% оптимального значения. Введенный критерий эффективности расходов, связанных с освоением ресурса χ , можно использовать для контроля и управления процессом поставок в оптимальном режиме, минимизируя и избегая имобилизации активов в текущем запасе, а также для проектной оптимизации закупок.

На предприятиях горно-металлургического комплекса текущие запасы в среднем составляют 10–15 суток (30–45% общего уровня запасов). Для их освоения необходимы значительные финансовые и трудовые ресурсы. Таким образом, внедрение оптимизации поставок имеет важное значение как для отдельных предприятий, так и для ассоциаций. При ассоциированных закупках ресурсов внедрение методики ЕОQ дает дополнительную экономию также за счет того, что сумма заказов n артикулов по децентрализованной схеме снабжения условно пропорциональна $D_1^{0,5} + D_2^{0,5} + D_3^{0,5} + \dots + D_n^{0,5}$, а при централизованной – $(D_1 + D_2 + D_3 + \dots + D_n)^{0,5}$. При централизованной схеме средний уровень текущего запаса меньше, чем при децентрализованной, что имеет важное прикладное значение в крупных производственных компаниях с централизованной схемой закупок. С учетом практических результатов средний уровень запасов для крупной компании может быть снижен на 20–38%. Для металлургической компании с годовым объемом реализации 1800 млн. дол. и себестоимостью реализованной продукции 1200 млн. дол. при применении страхового запаса и

методики ЕОQ могут быть введены в оборот 9–17 млн. дол. [4]. Благодаря внедрению методов, позволяющих минимизировать промышленные запасы предприятий Украины, на макроуровне усиливается деловая активность и, как результат, увеличиваются поступления в государственный бюджет.

Список использованной литературы

1. Назаренко Р.В. Централізація функцій аналізу ринку та проведення закупівель при управлінні підприємствами корпорацій // *Металургическая и горно-рудная промышленность*. – 2011. – № 1. – С. 113–116.
2. Wilson R.H. A Scientific Routine for Stock Control // *Harvard Business Review*. – 1934. – № 13. – P. 116–128.
3. Макаров В.М. Модели и методы производственного менеджмента и логистики. Управление запасами: практикум. – СПб. : СПбГПУ, 2003. – 59 с.
4. Назаренко Р.В. Совершенствование методики формирования страхового запаса на промышленных предприятиях // *Экономика Украины*. – 2012. – № 12. – С. 65–71.

References

1. Nazarenko R.V. *Tsentralizatsiya funktsii analizu rynku ta provedennyya zakupivel' pry upravlinni pidpryemstvamy korporatsii* [The centralization of market analysis functions and the procurements in the management of the enterprises of corporations]. *Metallurg. i Gornorud. Promysh.* – *Metallurg. and Mining Industry*, 2011. – No. 1, pp. 113–116 [in Ukrainian].
2. Wilson R.H. A scientific routine for stock control. *Harvard Business Review*, 1934, No. 13, pp. 116–128.
3. Makarov V.M. *Modeli i Metody Proizvodstvennogo Menedzhmenta i Logistiki. Upravlenie Zapasami* [Models and Methods of Production Management and Logistics. Control over Inventories]. St.-Petersburg, SPSPU, 2003 [in Russian].
4. Nazarenko R.V. *Sovershenstvovanie metodiki formirovaniya strakhovogo zapasa na promyshlennykh predpriyatiyakh* [Improvement of the method of formation of a reserve stock at industrial enterprises]. *Ekonomika Ukrainy – Economy of Ukraine*, 2012, No. 12, pp. 65–71 [in Russian].

Статья поступила в редакцию 14 января 2013 г.
