УДК 621.311.014

Ю.Н. Веприк, О.А. Небера

УНИФИЦИРОВАННЫЕ МОДЕЛИ ЭЛЕМЕНТОВ СИСТЕМ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ НА ОСНОВЕ УРАВНЕНИЙ В ФАЗНЫХ КООРДИНАТАХ

У статті розглядаються методи математичного моделювання елементів електричних систем, що засновані на складанні систем диференціальних рівнянь та їх розв'язанні методами чисельного інтегрування. Представлені дискретні рівняння електричних машин в системі координат d-q-0 і в системі фазних координат. Запропоновано алгоритм моделювання окремих елементів електричних систем для розробки математичної моделі систем електропостачання в перехідних режимах. Бібл. 7.

Ключові слова: **енергосистема, перехідні процеси, математична модель, електричні машини, синхронний генератор, асинхронний двигун, фазні координати.**

В статье рассматриваются методы математического моделирования элементов электрических систем, которые основаны на составлении систем дифференциальных уравнений и их решении методами численного интегрирования. Представлены дискретные уравнения электрических машин в системе координат d-q-0 и в системе фазных координат. Предложен алгоритм моделирования отдельных элементов электрических систем для разработки математической модели систем электроснабжения в переходных режимах. Библ. 7.

Ключевые слова: **энергосистема, переходные процессы, математическая модель, электрические машины, синхронный генератор, асинхронный двигатель, фазные координаты.**

Введение. Постановка проблемы. Современный этап развития методов и средств исследования режимов электрических систем характеризуется тем, что задачи исследования их режимов работы при проектировании и в эксплуатации решаются с использованием ЭВМ. ЭВМ обеспечивают возможность ставить и решать значительно более широкий круг задач и с более высокой точностью на основе применения более полных математических моделей электрических систем.

Поэтому в последние годы получают все более широкое распространение исследования электрических систем с использованием современной вычислительной техники, хотя и переход к решению задач на ЭВМ не снимает полностью всех технических трудностей [1, 2].

Анализ последних исследований и публикаций указывает на то, что возможности имеющихся программных средств, позволяющих воспроизводить либо только электромагнитную составляющую переходных процессов (периодические составляющие токов короткого замыкания (КЗ)), либо только электромеханическую (в расчетах электромеханических переходных процессов при самозапуске электродвигателей [3, 4]) недостаточны для решения этих задач.

Кроме того, уравнения вращающихся электрических машин в фазных координатах в научной и учебной литературе приводятся, но применяются они, как правило, лишь для того, чтобы использовать их в качестве исходных для преобразований с целью перехода к другим системам координат [5]. Возможности современных ЭВМ позволяют переходить к более полным и точным моделям, учитывающим емкостные и индуктивные параметры элементов, периодически изменяющиеся параметры вращающихся электрических машин, нелинейные характеристики защитных аппаратов и другие факторы.

Цель статьи. Предлагаются модели электрических машин в системе фазных координат, универсальный алгоритм моделирования отдельных элементов как в системе координат *d-q-0*, так и в системе фазных координат.

Математическое моделирование. Компьютерные методы исследования переходных процессов в электрических системах основаны на составлении систем дифференциальных уравнений и их решении методами численного интегрирования.

Одним из факторов в пользу выбора неявных методов численного интегрирования для решения поставленных задач является то, что при этом обеспечивается возможность полного структурного моделирования – т.е. разработки сначала моделей отдельных элементов сложной системы, а затем формирования модели системы в целом.

Для математического моделирования электромагнитных переходных процессов в элементах электрических систем принят неявный метод Эйлера-Коши, так как при этом обеспечиваются более высокие точность и устойчивость вычислительных процессов.

При разработке моделей элементов целесообразно выделить две группы элементов:

- статические элементы [6, 7] и электрические машины в координатах *d-q*;
- вращающиеся электрические машины в фазных координатах.

Уравнения элементов во вращающейся системе координат.

Синхронные генераторы в координатах d-q-0.

Полная система уравнений Парка-Горева в матричной форме включает:

- уравнения напряжений:

$$\begin{bmatrix} r_d & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_q & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_Q \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \\ \Psi_f \\ \Psi_D \\ \Psi_Q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\omega\Psi_q \\ \omega\Psi_d \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \\ u_f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix};$$

- уравнения потокосцеплений:

$$\begin{bmatrix}\Psi_d\\ \Psi_q\\ \Psi_f\\ \Psi_D\\ \Psi_Q\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}L_d & 0 & L_{ad} & L_{ad} & 0\\ 0 & L_q & 0 & 0 & L_{aq}\\ L_{ad} & 0 & L_f & L_{ad} & 0\\ L_{ad} & 0 & L_{ad} & L_D & 0\\ 0 & L_{aq} & 0 & 0 & L_Q\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}i_d\\ i_q\\ i_f\\ i_D\\ i_Q\end{bmatrix}. \quad (1)$$

Если при анализе электромагнитной составляющей переходного процесса считать, что скорость вращения ротора генератора постоянна (ω = const = 1), ток возбуждения за время КЗ не изменяется и u_f = const, то уравнения Парка-Горева преобразуются в линейную систему уравнений, что значительно упрощает решение.

Исключив потокосцепления подстановкой уравнений напряжений в (1), получим в матричной форме:

$$[U]=[R]\cdot[I]+\omega[L_1]\cdot[I]+[L]\cdot\frac{d}{dt}[I]\ ,$$

где

$$[L]=\begin{bmatrix}L_d & 0 & L_{ad} & L_{ad} & 0\\ 0 & L_q & 0 & 0 & L_{aq}\\ L_{ad} & 0 & L_f & L_{ad} & 0\\ L_{ad} & 0 & L_{ad} & L_D & 0\\ 0 & L_{aq} & 0 & 0 & L_Q\end{bmatrix};$$

$$[L_1]=\begin{bmatrix}0 & -x_q & 0 & 0 & -x_{aq}\\ x_d & 0 & x_{ad} & x_{ad} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

или, после приведения подобных, в окончательном виде:

$$\begin{bmatrix}r_d & -x_q & 0 & 0 & -x_{aq}\\ x_d & r_q & x_{ad} & x_{ad} & 0\\ 0 & 0 & r_f & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & r_D & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_Q\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}i_d\\ i_q\\ i_f\\ i_D\\ i_Q\end{bmatrix}+$$

$$+\begin{bmatrix}L_d & 0 & L_{ad} & L_{ad} & 0\\ 0 & L_q & 0 & 0 & L_{aq}\\ L_{ad} & 0 & L_f & L_{ad} & 0\\ L_{ad} & 0 & L_{ad} & L_D & 0\\ 0 & L_{aq} & 0 & 0 & L_Q\end{bmatrix}\cdot\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}i_d\\ i_q\\ i_f\\ i_D\\ i_Q\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}u_d\\ u_q\\ u_f\\ 0\\ 0\end{bmatrix}. \quad (2)$$

Введя для первой матрицы в (2) обозначение

$$[R]+\omega[L_1]=[R]_1\ ,$$

получим

$$[L]\cdot\frac{d}{dt}[I]+[R]_1\cdot[I]=[U]\ ,$$

т.о. при принятых условиях система уравнений Парка-Горева линейна, не содержит переменных коэффициентов и имеет вид такой же, как для статических элементов [7].

Асинхронные двигатели в координатах d-q-0. Уравнения переходных процессов в АД в матричной форме и при отсутствии токов нулевой последовательности имеют вид:

- уравнения напряжений:

$$\begin{bmatrix}U_{sd}\\ U_{sq}\\ 0\\ 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}r_c & & & \\ & r_c & & \\ & & r_p & \\ & & & r_p\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_{sd}\\ i_{sq}\\ i_{rd}\\ i_{rq}\end{bmatrix}+$$

$$+\begin{bmatrix}-\omega_k\Psi_{cq}\\ \omega_k\Psi_{rd}\\ -(\omega_k-\omega)\Psi_{rq}\\ (\omega_k-\omega)\Psi_{rd}\end{bmatrix}+\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}\Psi_{cd}\\ \Psi_{cq}\\ \Psi_{rd}\\ \Psi_{rq}\end{bmatrix}; \quad (3)$$

- уравнения потокосцеплений:

$$\begin{bmatrix}\Psi_{cd}\\ \Psi_{cq}\\ \Psi_{rd}\\ \Psi_{rq}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}L_{c1} & & L_{ad} & \\ & L_{c1} & & L_{ad}\\ L_{ad} & & L_{p1} & \\ & L_{ad} & & L_{p1}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_{sd}\\ i_{sq}\\ i_{rd}\\ i_{rq}\end{bmatrix}. \quad (4)$$

Исключив потокосцепления подстановкой (4) в (3), обозначив $\omega_s = \omega_k - \omega$ и приведя подобные, получим уравнения АД в матричной форме:

$$\begin{bmatrix}r_c & -\omega_k L_{c1} & & -\omega_k L_{ad}\\ \omega_k L_{c1} & r_c & \omega_k L_{ad} & \\ & -\omega_s L_{ad} & r_p & -\omega_s L_{p1}\\ \omega_s L_{ad} & & \omega_s L_{p1} & r_p\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_{cd}\\ i_{cq}\\ i_{pd}\\ i_{pq}\end{bmatrix}+$$

$$+\begin{bmatrix}L_{c1} & & L_{ad} & \\ & L_{c1} & & L_{ad}\\ L_{ad} & & L_{p1} & \\ & L_{ad} & & L_{p1}\end{bmatrix}\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}i_{cd}\\ i_{cq}\\ i_{pd}\\ i_{pq}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}u_{cd}\\ u_{cq}\\ u_{pd}\\ u_{pq}\end{bmatrix}. \quad (5)$$

Решение уравнений позволяет исследовать электромагнитные переходные процессы в асинхронном двигателе, при этом напряжения на зажимах статора U_{dc} , U_{qc} и ротора U_{dp} , U_{qp} должны быть либо заданы, либо связаны с токами соответственно статорных и роторных обмоток. Угловая скорость вращения координатных осей ω_k также должна быть задана.

Для угловой скорости вращения координатных осей ω_k разные авторы берут разные значения:

- $\omega_k = \omega_0$, где ω_0 – синхронная скорость;
- $\omega_k = \omega$, при этом координатные оси неподвижны относительно ротора;
- $\omega_k = 0$, при этом координатные оси неподвижны относительно статора.

Если считать, что $\omega_k = \omega_0$ уравнения (5) будут иметь вид:

$$\begin{bmatrix}r_c & -\omega_0 L_{c1} & & -\omega_0 L_{ad}\\ \omega_0 L_{c1} & r_c & \omega_0 L_{ad} & \\ & -\omega_s L_{ad} & r_p & -\omega_s L_{p1}\\ \omega_s L_{ad} & & \omega_s L_{p1} & r_p\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_{cd}\\ i_{cq}\\ i_{pd}\\ i_{pq}\end{bmatrix}+$$

$$+\begin{bmatrix}L_{c1} & & L_{ad} & \\ & L_{c1} & & L_{ad}\\ L_{ad} & & L_{p1} & \\ & L_{ad} & & L_{p1}\end{bmatrix}\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}i_{cd}\\ i_{cq}\\ i_{pd}\\ i_{pq}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}u_{cd}\\ u_{cq}\\ u_{pd}\\ u_{pq}\end{bmatrix}. \quad (6)$$

Введя для первой матрицы в (6) обозначение

$$[R]+\omega[L_1]=[R]_1,$$

получим:

$$[L]\cdot\frac{d}{dt}[I]+[R]_1\cdot[I]=[U],$$

т.о. при принятых условиях система уравнений Парка-Горева линейна, не содержит переменных коэффициентов и имеет вид такой же, как для уже рассмотренных статических элементов.

Модели электрических машин в фазных координатах.

Синхронные машины. Полная система дифференциальных уравнений СМ содержит

- уравнения потокосцеплений обмоток:

$$\begin{aligned}[\Psi]_S^F&=[L]_S^F[i]_S^F+[L_{SR}][i]_R;\\ [\Psi]_R&=[L]_{RS}[i]_S^F+[L]_R[i]_R;\end{aligned}\qquad(7)$$

- уравнения равновесия напряжений всех электрических контуров на статоре и роторе:

$$\begin{aligned}[U]_S^F&=-\frac{d}{dt}[\Psi]_S^F-[R]_S[i]_S^F;\\ [U]_R&=\frac{d}{dt}[\Psi]_R-[R]_R[i]_R;\end{aligned}\qquad(8)$$

- уравнение равновесия моментов (уравнение движения ротора):

$$T_j\frac{d\omega}{dt}=M_{\text{ЭМ}}-M_{\text{Т}},\qquad(9)$$

где T_j – постоянная инерции вращающихся масс; $M_{\text{Т}}$, $M_{\text{ЭМ}}$ – вращающий момент турбины и электромагнитный тормозящий момент СГ.

Индуктивности обмоток статора и ротора в уравнениях (7)

$$\begin{bmatrix}\Psi_S\\ \Psi_R\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}L_S & L_{SR}\\ L_{RS} & L_R\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_S\\ i_R\end{bmatrix}$$

являются функциями угла γ. Поэтому производные от потокосцеплений по времени с учетом этой зависимости имеют вид:

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}\Psi_S\\ \Psi_R\end{bmatrix}=\left[\frac{dL(\gamma)}{d\gamma}\frac{d\gamma}{dt}\right]\begin{bmatrix}i_S\\ i_R\end{bmatrix}+[L(\gamma)]\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}i_S\\ i_R\end{bmatrix}.$$

Подставив производные от потокосцеплений в уравнения (8), получим

$$\begin{bmatrix}L_S & L_{SR}\\ L_{RS} & L_R\end{bmatrix}\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}i_S\\ i_R\end{bmatrix}+\left(\omega\left[\frac{dL(\gamma)}{d\gamma}\right]+\begin{bmatrix}r_S & \\ & r_R\end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix}i_S\\ i_R\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}U_S\\ U_R\end{bmatrix}.$$

Уравнения электрических машин, если в них для выражения в скобках принять обозначение

$$\left(\omega\left[\frac{dL}{d\gamma}\right]+[R]\right)=[R_1],$$

и записать их в виде

$$[L]\frac{d}{dt}[i]+[R_1][i]=\begin{bmatrix}u_S\\ u_R\end{bmatrix},$$

то можно сказать, что они аналогичны уравнениям в системе координат *d-q-0* и отличаются тем, что в уравнениях в фазных координатах элементы матриц индуктивностей фаз являются периодическими функциями времени.

Кроме того, переходные процессы в электрических машинах имеют наряду с электромагнитной еще и электромеханическую составляющую, обусловленную изменениями скоростей вращения роторов и взаимного положения контуров, расположенных на статоре и роторе.

Далее, решаем полученные уравнения относительно производных, переходим к разностной аппроксимации в соответствии с формулой Эйлера, переносим элементы, содержащие токи обмоток статора i_S и ротора i_R на (k+1)-м шаге, в левую сторону и вводим обозначение

$$\left[A(\gamma)^{(k+1)}\right]=[E]+h\left[L(\gamma)^{(k+1)}\right]^{-1}\left(\omega\left[\frac{dL(\gamma)}{d\gamma}\right]^{(k+1)}+\begin{bmatrix}r_S & \\ & r_R\end{bmatrix}\right).$$

Тогда уравнения примут вид:

$$\left[A(\gamma)^{(k+1)}\right]\begin{bmatrix}i_S\\ i_R\end{bmatrix}^{(k+1)}=h\left[L(\gamma)^{(k+1)}\right]^{-1}\begin{bmatrix}u_S\\ u_R\end{bmatrix}^{(k+1)}+\begin{bmatrix}i_S\\ i_R\end{bmatrix}^{(k)}.$$

Умножив обе части уравнения на обратную матрицу $[A(\gamma)^{(k+1)}]$, получим окончательно:

$$\begin{bmatrix}i_S\\ i_R\end{bmatrix}^{(k+1)}=\left[Y(\gamma)^{(k+1)}\right]\begin{bmatrix}u_S\\ u_R\end{bmatrix}^{(k+1)}+\begin{bmatrix}j_S\\ j_R\end{bmatrix}^{(k)},$$

где

$$\left[Y(\gamma)^{(k+1)}\right]=h\left[A(\gamma)^{(k+1)}\right]^{-1}\left[L(\gamma)^{(k+1)}\right]^{-1},$$

$$\begin{bmatrix}j_S\\ j_R\end{bmatrix}^{(k)}=\left[A(\gamma)^{(k+1)}\right]^{-1}\begin{bmatrix}i_S\\ i_R\end{bmatrix}^{(k)}.$$

Дискретные параметры СМ являются переменными и должны вычисляться на каждом шаге вычислительного процесса в функции углового положения роторов СМ. В такой унифицированной форме уравнения СМ могут быть включены в систему уравнений, решаемых на шаге численного интегрирования.

Асинхронные двигатели. Подставив уравнения для потокосцеплений в уравнения для напряжений обмоток, получим уравнения электромагнитных переходных процессов АД в виде

$$\begin{aligned}&\begin{bmatrix}L_S & L_{SR}\\ L_{RS} & L_R\end{bmatrix}\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}i_S\\ i_R\end{bmatrix}+\omega\begin{bmatrix}0 & \dfrac{dL_{SR}(\gamma)}{d\gamma}\\ \dfrac{dL_{RS}(\gamma)}{d\gamma} & 0\end{bmatrix}\times\\ &\times\begin{bmatrix}i_S\\ i_R\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}r_S & \\ & r_R\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_S\\ i_R\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}u_S\\ 0\end{bmatrix},\end{aligned}\qquad(10)$$

где

$$L_S=\begin{bmatrix}L_{11} & & \\ & L_{11} & \\ & & L_{11}\end{bmatrix};\ L_R=\begin{bmatrix}L_{22} & & \\ & L_{22} & \\ & & L_{22}\end{bmatrix},$$

$[L_{SR}]$ = $L_{12}[\cos\gamma]$, $[L_{RS}]$ = $L_{21}[\cos\gamma]^t$ – индуктивности собственные и взаимные обмоток статора и ротора, а

$$[C_\gamma]=\begin{bmatrix} \cos\gamma & \cos\left(\gamma+\frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\gamma-\frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\gamma-\frac{2\pi}{3}\right) & \cos\gamma & \cos\left(\gamma+\frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\gamma+\frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\gamma-\frac{2\pi}{3}\right) & \cos\gamma \end{bmatrix}.$$

Или в более компактном виде:

$$[L_{АД}]\frac{d}{dt}[i]+\left(\omega\left[\frac{dL}{d\gamma}\right]+[R]\right)[i]=\begin{bmatrix} u_S \\ 0 \end{bmatrix}. \qquad (11)$$

Решив (11) относительно производных токов в обмотках статора и ротора и выполнив разностную аппроксимацию уравнений, получим:

$$\begin{bmatrix} i_S \\ i_R \end{bmatrix}^{(k+1)}=\begin{bmatrix} A_S & A_{SR} \\ A_{RS} & A_R \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_S \\ i_R \end{bmatrix}^{(k)}+\begin{bmatrix} Y_S & Y_{SR} \\ Y_{RS} & Y_R \end{bmatrix}\times$$
$$\times\begin{bmatrix} u_S \\ 0 \end{bmatrix}^{(k)}+\begin{bmatrix} Y_S & Y_{SR} \\ Y_{RS} & Y_R \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_S \\ 0 \end{bmatrix}^{(k+1)}$$

или в окончательном виде:

$$\begin{aligned}
&[i_S]^{(k+1)}=[Y_S][u_S]^{(k+1)}+[Y_S][u_S]^{(k)}+[A_S][i_S]^{(k)}+\\
&+[A_{SR}][i_R]^{(k)};\\
&[i_R]^{(k+1)}=[Y_{RS}][u_S]^{(k+1)}+[Y_{RS}][u_S]^{(k)}+\\
&+[A_{RS}][i_S]^{(k)}+[A_R][i_R]^{(k)};\\
&\begin{bmatrix} i_S \\ i_R \end{bmatrix}^{(k+1)}=\begin{bmatrix} A_S & A_{SR} \\ A_{RS} & A_R \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_S \\ i_R \end{bmatrix}^{(k)}+\begin{bmatrix} Y_S & Y_{SR} \\ Y_{RS} & Y_R \end{bmatrix}\times\\
&\times\begin{bmatrix} u_S \\ 0 \end{bmatrix}^{(k)}+\begin{bmatrix} Y_S & Y_{SR} \\ Y_{RS} & Y_R \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_S \\ 0 \end{bmatrix}^{(k+1)}.
\end{aligned} \qquad (12)$$

Полученные уравнения также представлены в форме, унифицированной для включения в систему уравнений переходных процессов электрической сети. В них также токи в обмотках статора и ротора на текущем шаге интегрирования выражены через напряжения на текущем шаге, а также через известные из предыдущего шага напряжения и токи в обмотках.

Унифицированный алгоритм моделирования переходных процессов в электрических машинах неявными методами численного интегрирования.

Приведенные примеры и формулы (1) – (12) иллюстрируют общий подход к моделированию переходных процессов и могут служить основанием для того, чтобы сформулировать общий алгоритм решения задачи. Алгоритм применительно к задаче моделирования отдельно взятого элемента электрической системы должен содержать следующие этапы:

1. Составить систему дифференциальных уравнений, отражающих переходные процессы в рассматриваемом элементе электрической системы.

2. Определить параметры R, L элемента, влияющие на протекание переходных процессов.

3. Выполнить обращение матрицы индуктивностей $[L]$ и получить уравнения в форме Коши.

4. Выбрать шаг интегрирования h и перейти от уравнений в дифференциальной форме к конечно-разностным – выполнить формирование матриц дискретных параметров (дискретных проводимостей $[Y]$ и дискретных токовых коэффициентов $[A]$) на шаге.

5. Задать начальные условия параметров режима (начальные значения токов и напряжений) и выполнить формирование вектора-столбца $[J]$ правой части дискретных уравнений на шаге.

6. Выполнить расчет переходного процесса, повторяя в цикле вычисления токов и напряжений на текущем (k+1)-м шаге по известным напряжениям и токам на предыдущем (k)-м шаге. Перейти к следующему шагу.

7. Представить результаты расчета переходного процесса в форме, удобной для изучения и анализа.

Особенностями алгоритма моделирования переходных процессов в электрических машинах в фазных координатах, по сравнению с моделированием в системе координат *d-q-0*, являются следующие:

- уравнения, отражающие электромагнитные переходные процессы в ЭМ, имеют ту же структуру, что и для моделей в системе координат *d-q-0*, поэтому пункты алгоритма, обеспечивающие моделирование этих составляющих (п.п. 3-6) остаются неизменными;
- электромеханические составляющие переходных процессов определяются уравнением движения роторов ЭМ, поэтому алгоритм моделирования в системе фазных координат необходимо дополнить:

8. Численное уравнение движения для определения изменений скоростей $\omega(t)$ и углов $\gamma(t)$.

Алгоритмы моделирования переходных процессов в электрических машинах, можно рассматривать как модификации единого обобщенного алгоритма, основными элементами которого являются пункты 3 – 6, а в случае моделирования в фазной системе координат – пункт 8 – численное интегрирование уравнений движения. При моделировании в системе координат *d-q-0* элементы исходных матриц и матриц дискретных параметров элементов неизменны в течение переходного процесса, поэтому на шаге численного интегрирования в цикле выполняются пункты 5, 6. В случае же моделирования в фазных координатах элементы матриц электрических машин являются периодическими функциями времени, зависят от их взаимного положения и скорости вращения ротора, вычисления этих параметров выполняются на каждом шаге вычислительного процесса, поэтому в цикле выполняются пункты 3 – 8.

Выводы. Полученный обобщенный алгоритм и принятая унифицированная форма записи уравнений элементов обеспечивают возможность применения структурных методов при разработке математической модели систем электроснабжения в переходных режимах.

На базе данного алгоритма получена возможность создания программы, осуществляющей расчёты переходных режимов. Результаты расчета отражают как общую, качественную картину переходного процесса, так и его количественные характеристики (ударный и установившийся токи, кратности перенапряжений, время затухания электромагнитных и электромеханических составляющих переходного процесса и др.). Кроме того, при наличии компьютерной модели открывается возможность проведения многовариантных расчетов для исследования и изучения факторов, влияющих на количественные характеристики переходных процессов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Важнов А.И. Переходные процессы в машинах переменного тока. – Л.: Энергия, 1980. – 256 с.

2. Ерохин А.М., Коротков Б.А., Попков Е.Н. Уравнения и схемы замещения многообмоточной машины в фазных координатах // Труды ЛПИ. – 1986. – №421. – С. 68-76.

3. Черновец А.К., Семёнов К.Н., Федотов А.М. Математическое моделирование системы собственных нужд электростанций при расчётах самозапуска // Исследования электромагнитных процессов в энергетических установках. – 1988. – №1. – С. 52-57.

4. Голоднов Ю.М. Самозапуск электродвигателей. 2-е изд., перераб и доп. – М.: Энергоатомиздат, 1985.

5. Страхов С.П. Переходные процессы в электрических цепях, содержащих машины переменного тока. – М.: Госэнергоиздат, 1960.

6. Веприк Ю.Н. Базовая математическая модель электромагнитных переходных процессов в электрических системах с несимметрией // Східно-Європейський журнал передових технологій. – 2010. – Том 2. – №7(44). – С. 37-42.

7. Веприк Ю.Н., Лебедка С.Н., Веприк В.Ю. Математическое моделирование переходных процессов в электрических сетях с изолированной нейтралью в фазных координатах // Електротехніка і електромеханіка. – 2005. – №3. – С. 74-77.

REFERENCES

1. Vazhnov A.I. *Perekhodnye protsessy v mashinakh peremennogo toka* [Transients in an AC machines]. Leningrad, Energiia Publ., 1980. 256 p. (Rus).

2. Erokhin A.M., Korotkov B.A., Popkov E.N. The equations and equivalent circuit of the multiwinding machines in phase coordinates. *Trudyi LPI – Works of the Leningrad Polytechnic Institute*, 1986, no.421, pp. 68-76. (Rus).

3. Chernovets A.K., Semyonov K.N., Fedotov A.M. Mathematical modeling of own needs of power plants in calculations of automatic starting of motors. *Issledovaniya elektromagnitnyih protsessov v energeticheskih ustanovkah – Research of electromagnetic processes in power plants*, 1988, no.1, pp. 52-57. (Rus).

4. Golodnov Yu.M. *Samozapusk elektrodvigateley* [Automatic starting of motors]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1985. (Rus).

5. Strakhov S.P. *Perekhodnye protsessy v elektricheskikh tsepiakh, soderzhashchikh mashiny peremennogo toka* [Transients in electrical circuits containing AC machines]. Moscow, Gosenergoizdat Publ., 1960. (Rus).

6. Vepryk Yu.N. Base mathematical model of electromagnetic transient processes in electric systems with unsymmetry. *Skhidno-Yevropeiskyi zhurnal peredovykh tekhnolohii – Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2010, vol.2, no.7(44), pp. 37-42. (Rus).

7. Vepryk Yu.N., Lebedka S.N., Vepryk V.Yu. Mathematical modelling of transient processes in electric networks with an insulated neutral in phase coordinates. *Elektrotekhnika i elektromekhanika – Electrical engineering & electromechanics*, 2005, no.3, pp. 74-77. (Rus).

Поступила (received) 07.10.2015

Веприк Юрий Николаевич[1]*, д.т.н., проф.,*
Небера Ольга Алексеевна[1]*, аспирант,*
[1] Национальный технический университет
«Харьковский политехнический институт»,
61002, Харьков, ул. Фрунзе, 21,
e-mail: neberaolga@gmail.com

Yu.N. Vepryk[1], *O.A. Nebera*[1]
[1] National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute»,
21, Frunze Str., Kharkiv, 61002, Ukraine.

Unified models of elements of power supply systems based on equations in phase coordinates.

Purpose. *The models of electrical machines in the phase coordinates, the universal algorithm for the simulation of separate elements in a d-q coordinates system and in a phase-coordinates system are proposed.* ***Methodology.*** *Computer methods of investigation of transients in electrical systems are based on a compilation of systems of differential equations and their numerical integration solution methods. To solve differential equations an implicit method of numerical integration was chosen. Because it provides to complete structural simulation possibility: firstly developing models of separate elements and then forming a model of the complex system. For the mathematical simulation of electromagnetic transients in the elements of the electrical systems has been accepted the implicit Euler-Cauchy method, because it provides a higher precision and stability of the computing processes.* ***Results.*** *In developing the model elements identified two groups of elements: - Static elements and electrical machines in the d-q coordinates; - Rotating electrical machines in phase coordinates. As an example, the paper provides a model of synchronous and asynchronous electric machines in the d-q coordinates system and the phase coordinate system. The generalization algorithm and the unified notation form of equations of elements of an electrical system are obtained. It provides the possibility of using structural methods to develop a mathematical model of power systems under transient conditions.* ***Practical value.*** *In addition, the using of a computer model allows to implement multivariant calculations for research and study of factors affecting the quantitative characteristics of the transients.* References 7.

Key words: **power system, transients, mathematical model, electrical machines, synchronous generator, induction motor, phase coordinates.**