

Н.А. Шидловська, С.М. Захарченко, М.Ф. Захарченко, М.А. Куліда, С.А. Закусило, Р.А. Яковенко

Розподіли об'ємів складових плазмових каналів розрядних струмів між гранулами металів у робочих рідинах

Вступ. Розширення можливостей та підвищення якості продукції іскроерозійних технологій потребує залучення не тільки електричних, а і оптичних методів контролю процесів. **Проблема.** Створення методів керування властивостями іскроерозійних частинок на основі даних оптичних вимірювань потребує вирішення декількох науково-практичних задач. **Мета.** Визначення законів розподілу об'ємів кольорових гало та білих іскрових ядер плазмових каналів, які виникають у шарі гранул металів в результаті протікання імпульсних розрядних струмів. **Методологія.** Аналіз якості апроксимації отриманих в ході експериментів розподілів об'ємів складових плазмових каналів низкою теоретичних розподілів. **Отримані результати.** Найбільш адекватним серед усіх розглянутих теоретичних законів, що описують розподіли об'ємів гало і ядер плазмових каналів, а також їхніх відношень, є логарифмічно-нормальний. **Оригінальність.** Вперше досліджено розподіли об'ємів гало і ядер плазмових каналів та наведено їх порівняльний аналіз з розподілами розмірів ерозійних частинок і дунок на поверхні гранул Al. **Практична значимість.** Розроблено методику побудови розподілів об'ємів гало і ядер плазмових каналів. Бібл. 53, рис. 7, табл. 5.

Ключові слова: плазмові канали, іскра, розрядний струм, статистичні розподіли, металеві гранули, ерозійні частинки.

Вступ і постановка задачі досліджень. Утворення в результаті протікання імпульсних розрядних струмів плазмових каналів між поверхнями сусідніх гранул металів і сплавів у їхніх шарах, які знаходяться у робочих рідинах, є електрофізичною основою низки технологічних процесів. Найбільш поширені з них можуть бути віднесені до чотирьох основних груп.

До першої відноситься виробництво мікродисперсних порошків металів і сплавів із спеціальними властивостями: жароміцних і тугоплавких [1], твердих [2], магнітом'яких [3], аморфних [4, 5], з пам'яттю форми [6], корозійно стійких [7] та ін. [8, 9]. До другої – електророзрядне спікання порошків металів під тиском [10]. До третьої – виробництво нанодисперсних гідрозолів біоцидних металів (Ag, Cu, Zn) для застосування у ветеринарії [11] та біогенних металів (Fe, Mg, Mn, Co, Mo) для застосування у рослинництві [12]. До четвертої – виробництво гідроксидів Al та Fe для очищення [13] і знезараження [14] природних вод, в тому числі для потреб теплової і атомної енергетики [15].

Ключові параметри розрядних імпульсів: їхня тривалість [16], кількість мод [17], середня за час імпульсу потужність [18], амплітуда та форма [19, 20] розрядного струму і напруги на шарі металевих гранул (ШМГ) разом з технологічними умовами протікання зазначених вище процесів [21] визначають властивості продукції, що отримується [22]. До теперішнього часу основу керування описаними вище процесами становив контроль та підтримання у визначених рамках усереднених за певний час значень деяких параметрів розрядних імпульсів: амплітуд струму і напруги, їхньої тривалості та частоти повторення, а також висоти ШМГ, швидкості протоку і температури робочої рідини в розрядній камері [18, 21–23].

В залежності від співвідношення розмірів розрядної камери (РК) та металевих гранул, які в ній знаходяться, їхня кількість в активній зоні камери може сягати 100 тис. В таких умовах контролювати традиційним вимірюванням електричних величин хоча б один параметр розрядного імпульсу в кожному окремому плазмовому каналі неможливо навіть у випадку багатоелектродних систем [24]. Велика кількість місць імовірного виникнення плазмових каналів та квазіоднаковість умов на кожному рівні висоти ШМГ

[21] є підставою для залучення статистичних методів дослідження цих процесів [25].

На відміну від вимірювання параметрів розрядних струмів, вимірювання параметрів плазмових каналів оптичними методами дає змогу одночасно отримувати інформацію про їх переважну більшість. Кількість плазмових каналів, за якими одночасно може вестися спостереження, залежить від кількості гранул в кожному напрямку спостереження, щільності їхнього пакування у шарі та прозорості робочої рідини [26].

Як відомо, потік електромагнітного випромінювання як у радіочастотному, так і у інфрачервоному, оптичному і ультрафіолетовому діапазонах пропорційний потужності електричного струму, яка виділяється у плазмовому каналі [27–33]. Тому досліджуючи такі складові потоки випромінювання як розміри ділянок, що світяться, їх енергетичну світимість та спектр випромінювання, можливо отримати інформацію про потужність, яка виділяється у кожному плазмовому каналі, а знаючи залежність потоку випромінювання від часу – також і про енергію, від якої залежать розміри ерозійних частинок металів та продуктивність їх отримання [16, 22].

Кореляція між складовими потоками випромінювання плазмових каналів та розмірами ерозійних частинок, а також їхні залежності від параметрів розрядних імпульсів становитимуть теоретичну основу законів регулювання властивостей частинок за параметрами плазмових каналів. Це непроста задача, яка вирішується у декілька етапів. На першому етапі необхідно визначити закони розподілів об'ємів складових плазмових каналів у ШМГ.

Метою роботи є дослідження характерних ділянок плазмових каналів, що виникають внаслідок протікання розрядних струмів у ШМГ, встановлення отриманих на практиці дискретних і теоретичних безперервних законів розподілів їхніх об'ємів та їх співвідношень і знаходження параметрів цих законів.

Методика проведення експериментів, обладнання, режими і матеріали. Об'єктами досліджень були утворені внаслідок дії розрядних струмів іскрові ядра плазмових каналів між гранулами Al у дистильованій воді, які мали суцільний спектр випромінювання білого кольору та кольорові гало навколо них, які мали

лінійчатий спектр випромінювання [26]. Гало спричинені стримерними та лідерними каналами [34–36] на ранніх етапах еволюції плазмових каналів, а також їхнє випромінювання може бути індуковане ультрафіолетовим випромінюванням іскрових ядер. Більш детально це питання розглянуто у [26]. Там же наведено функціональну схему лабораторного обладнання на якому проводились експерименти та детальний опис його роботи. Тут наведено лише скорочений опис обладнання та режимів його роботи.

Тиристорний генератор розрядних імпульсів забезпечував вільний аперіодичний розряд робочого конденсатора ємністю $C=100$ мкФ з фіксованою частотою повторення імпульсів $f=50$ Гц. Індуктивність розрядного контуру генератора складала $L=2$ мкГн, а опір резистивного шунта $R=3$ Ом. Шунт був під'єднаний паралельно РК для зменшення імовірності одночасного протікання струму у зарядному і розрядному контурах генератора внаслідок затримки процесу розряду через стохастичне збільшення опору ШМГ. Середні значення амплітуд імпульсів напруги на ШМГ становили приблизно $U_m \approx 220$ В, а струму в ньому $I_m \approx 180$ А. Середня тривалість імпульсів τ складала близько 100 мкс.

Гранули алюмінію марки А7Е, поверхня яких попередньо пройшла іскрову електроерозійну обробку, мали квазікулькову форму діаметром приблизно 4 мм. Відстань між вертикальними алюмінієвими електродами марки АД0 у РК складала 52 мм. Висота ШМГ була 30 мм, а його ширина 22 мм. Проток води був направлений знизу догори і становив приблизно 12 мл/с, що забезпечувало стабільність процесу і виніс ерозійних частинок з активної зони РК без суттєвого переміщення гранул алюмінію в ній. Для фіксації зображень складових плазмових каналів використовувалась побутова веб-камера з матрицею 640×480 пікселів в режимі запису відео. Отриманий потік відео потім розкладався на окремі кадри, зображення плазмових каналів на котрих аналізувалось за допомогою спеціалізованої програми TourView [37], яка є у вільному доступі та призначена для роботи з цифровими оптичними камерами мікроскопів і телескопів. Зображення ядер і гало апроксимувалися еліпсами еквівалентної площі, а розміри їхніх осей великої $2a$ і малої $2b$ автоматично розраховувалися програмою. Потім за ними розраховувалися об'єми еквівалентних еліпсоїдів обертання. Більш детально цю процедуру висвітлено у [26].

Оптикометричний аналіз об'ємів складових плазмових каналів. Один з багатьох кадрів, отриманих та оброблених за описаною вище методикою, представлено на рис. 1. На ньому зображено існуючі протягом розрядного імпульсу плазмові канали між зануреними у дистильовану воду гранулами алюмінію, які знаходяться у темряві, що необхідно для збільшення контрасту. Еквівалентні за площею еліпси, якими апроксимувались проєкції на площину веб-камери іскрових ядер плазмових каналів, мають червоний колір, а їхніх кольорових гало – блакитний. В [26] було обґрунтовано безперервний спектр випромінювання білого кольору іскрових ядер та лінійчатий синьо-фіолетовий спектр випромінювання кольорових гало плазмових каналів, які містять атоми алюмінію

та їх сполуки з киснем та воднем. Це дає змогу визначити розміри відповідних зон на рис. 1 за їх яскравістю та кольором, хоча цей процес містить певний елемент суб'єктивної оцінки. У друкованій версії статті рисунки представлено у градаціях сірого кольору. Кольорові версії доступні на сайті журналу «Електротехніка і електромеханіка».

Програма TourView автоматично генерує службові надписи: позначення еліпса (велика буква E), його порядковий номер (у іскрових ядер непарний, починаючи з 1, а у кольорових гало парний, починаючи з 2), значення довжини великої $2a$ та малої $2b$ осей еліпсів, записані через кому та одиниці вимірювання (у даному випадку px – пікселі). Тобто у парі порядкових номерів менший непарний номер буде відповідати еквівалентному за площею еліпсу проєкції іскрового ядра плазмового каналу, а наступний за ним парний номер – його кольорового гало. Таким чином отримано 134 еліпса із значеннями довжини їхніх осей, які апроксимують відповідно іскрові ядра і кольорові гало 67 плазмових каналів. Цієї кількості достатньо щоб говорити про наближення частоти випадків спостереження до їхньої ймовірності та побудови гістограм отриманих в ході експериментів дискретних розподілів об'ємів плазмових каналів [25, 38, 39].

Ширина зображення на рис. 1 відповідає ширині ШМГ в РК (електроди знаходяться за межами кадру), яка становить приблизно 50 мм. В той же час ширина зображення в програмі TourView становить 162 пікселі (px). Це означає, що одному міліметру реального об'єкта відповідає приблизно 3,2 пікселя зображення в програмі TourView. Цей коефіцієнт використовувався для перерахунку розмірів об'єктів з пікселів в міліметри в програмі Microsoft Office Excel 2003 в процесі подальшої обробки результатів вимірювань.

У [26] показано, що для визначення об'ємів складових плазмових каналів у зазначених вище умовах їх можна представити еквівалентними еліпсоїдами обертання, розміри осей яких знаходяться за їхніми проєкціями на площину веб-камери. Камера розташована у площині, перпендикулярній площинам поверхонь електродів, тобто паралельній площинам протікання переважної більшості розрядних струмів у ШМГ. Тому у більшості випадків з такого ракурсу спостерігається справжній розмір осей еквівалентних еліпсоїдів обертання без спотворень. А у випадку збігу напрямків відповідних осей еліпсоїдів іскрового ядра і кольорового гало, їхнє відношення, а також відношення об'ємів відповідних еліпсоїдів не залежать від ракурсу спостереження [26].

Нажаль, з аналізу двовимірного зображення плазмових каналів неможливо достеменно визначити яка з двох осей проєкції еквівалентного еліпсоїда є його віссю обертання або її проєкцією. У разі, якщо розміри мікронерівностей на поверхні гранул значно менші за відстань між сусідніми гранулами, з більшою імовірністю велика вісь еліпса $2a$ є віссю обертання еліпсоїда або її проєкцією і еліпсоїд обертання є «видовженим». Об'єми еквівалентних еліпсоїдів складових плазмових каналів у цьому випадку позначено індексом a . Така ситуація більш характерна для верхніх шарів гранул, в яких тиск на гранули менший.

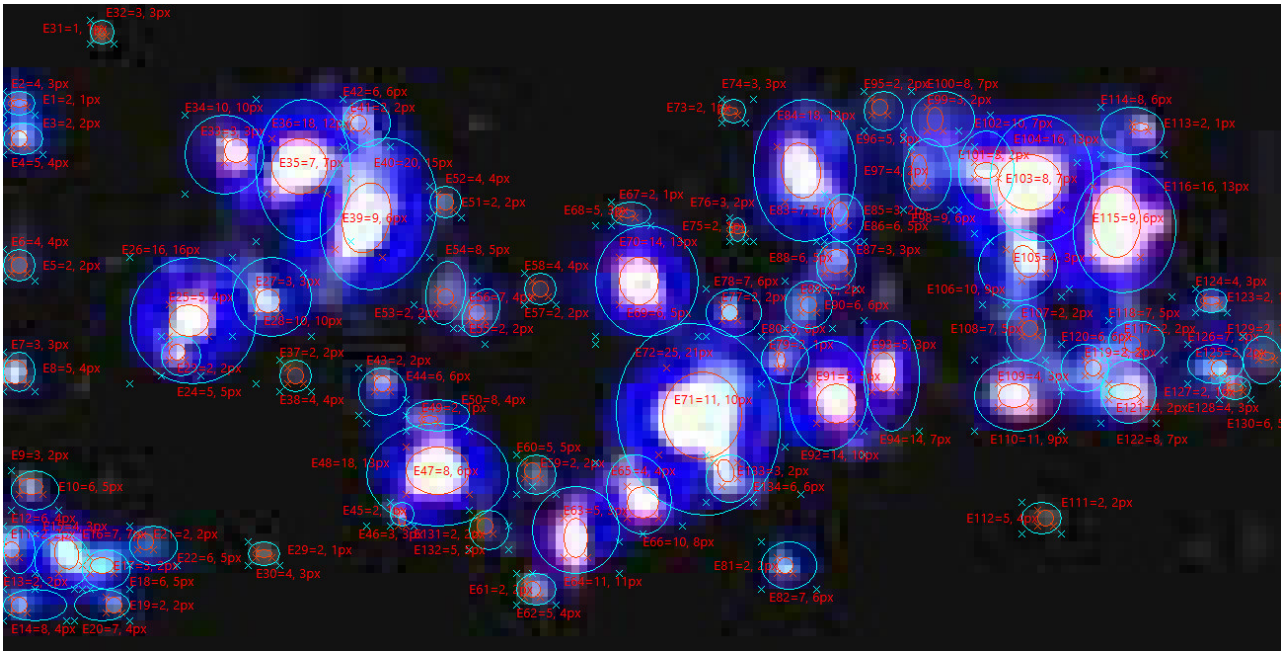


Рис. 1. Плазмові канали між гранулами алюмінію у воді в темряві

В іншому випадку, коли розміри мікронерівностей на поверхні гранул співмірні з відстанню між сусідніми гранулами, з більшою імовірністю мала вісь еліпса $2b$ є віссю обертання еліпсоїда або її проекцією і еліпсоїд обертання є «сплюснутим». У цьому випадку об'єми еквівалентних еліпсоїдів складових плазмових каналів позначено індексом b . Така ситуація більш характерна для нижніх шарів гранул, в яких тиск на гранули більший.

В реальних умовах можливі обидва варіанти, тому при аналізі об'ємів еквівалентних еліпсоїдів обертання складових плазмових каналів розрахунки їхніх об'ємів проводились для обох випадків (індекси a і b відповідно). Об'єм еліпсоїда обертання, еквівалентного об'єму іскрового ядра плазмового каналу (індекс s) для двох випадків положення осі обертання (велика вісь $2a$ або мала вісь $2b$) згідно відомій формулі [40] визначається:

$$V_s = \begin{cases} V_{sa} = 4\pi a_L b_L^2 / 3, & \text{if } 2a - \text{axis of rotation;} \\ V_{sb} = 4\pi b_L a_L^2 / 3, & \text{if } 2b - \text{axis of rotation.} \end{cases} \quad (1)$$

Вважалося, що об'єми кольорових гало (позначені індексом L) були різницею загальних об'ємів плазмових каналів та їхніх іскрових ядер і розраховувались для двох випадків положення осі обертання як:

$$V_L = \begin{cases} V_{La} = 4\pi (a_L b_L^2 - a_s b_s^2) / 3, & \text{if } 2a - \text{rotation;} \\ V_{Lb} = 4\pi (b_L a_L^2 - b_s a_s^2) / 3, & \text{if } 2b - \text{rotation.} \end{cases} \quad (2)$$

Відношення об'ємів кольорових гало до об'ємів іскрових каналів для двох випадків положення осі обертання розраховувались на основі (1) і (2) за виразом:

$$V_L/V_s = \begin{cases} V_{La}/V_{sa} = (a_L b_L^2 / a_s b_s^2) - 1, & \text{if } 2a - \text{rotation;} \\ V_{Lb}/V_{sb} = (b_L a_L^2 / b_s a_s^2) - 1, & \text{if } 2b - \text{rotation.} \end{cases} \quad (3)$$

Для двох випадків положення осі обертання (співпадає з великою віссю $2a$ або співпадає з малою віссю $2b$) за (1) розраховані об'єми еліпсоїдів обертання V_{sa} та V_{sb} відповідно, еквівалентних об'ємам іскрових ядер 67 плазмових каналів, за (2) – еквівалентних об'ємам їхніх кольорових гало V_{La} та V_{Lb} відпо-

відно, а за (3) – відношень об'ємів цих областей каналів V_{La}/V_{sa} та V_{Lb}/V_{sb} відповідно.

Статистичний аналіз розподілів об'ємів складових плазмових каналів. Для кожної вибірки цих об'ємів та їхніх відношень загальною кількістю N елементів розраховані наступні статистичні моменти: математичне сподівання за вибіркою [41]:

$$M_S[V] = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N V_j, \quad (4)$$

дисперсія за вибіркою:

$$D_S[V] = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (V_j - M_S[V])^2, \quad (5)$$

та коефіцієнт варіації за вибіркою:

$$v_S[V] = \sqrt{D_S[V]} / M_S[V]. \quad (6)$$

У процесі побудови дискретних розподілів зазначених вище випадкових величин за результатами вимірювань визначались наступні їхні параметри. Мінімальне V_{\min} та максимальне V_{\max} значення відповідних об'ємів та їх відношень за вибірками, кількість їхніх значень у кожній вибірці N , кількість інтервалів дискретних розподілів n , кількість значень в кожному інтервалі N_j , частка в кожному інтервалі $n_j = N_j/N$, середнє значення об'єму (або відношення об'ємів) \bar{V}_{nj} в кожному j -му інтервалі дискретних розподілів, математичне сподівання за дискретним розподілом:

$$M_D[V] = \sum_{j=1}^n n_j \bar{V}_{nj}, \quad (7)$$

дисперсія за дискретним розподілом:

$$D_D[V] = \sum_{j=1}^n n_j (\bar{V}_{nj} - M_D[V])^2, \quad (8)$$

та коефіцієнт варіації за дискретним розподілом:

$$v_D[V] = \sqrt{D_D[V]} / M_D[V]. \quad (9)$$

Округлені значення перелічених вище параметрів наведено в табл. 1. Одиниці виміру об'ємів та їхніх математичних сподівань в табл. 1 – мм³, дисперсії їхніх розподілів – мм⁶, а відношення об'ємів і коефіцієнти варіації – безрозмірні величини.

Таблиця 1

Статистичні параметри вибірок об'ємів складових плазмових каналів та їхніх відношень

Вибірка	V_{\min}	V_{\max}	N	$M_S[V]$	$D_S[V]$	$v_S[V]$	$M_D[V]$	$D_D[V]$	$v_D[V]$
V_{sa0}	0,02	17,57	67	0,96	6,20	2,61	1,78	4,24	1,16
V_{sa1}	0,02	6,26	66	0,70	2,05	2,03	0,94	1,80	1,42
V_{sa2}	0,02	2,80	61	0,32	0,29	1,65	0,39	0,22	1,21
V_{sb0}	0,02	19,34	67	1,17	8,36	2,47	2,09	5,76	1,15
V_{sb1}	0,02	7,77	66	0,89	3,41	2,07	1,16	2,73	1,42
V_{La0}	0,16	158,6	67	11,31	549,2	2,07	17,21	372,5	1,12
V_{La1}	0,16	66,73	66	9,08	223,8	1,65	10,81	174,8	1,22
V_{Lb0}	0,22	190,4	67	14,00	820,0	2,05	22,35	645,1	1,14
V_{Lb1}	0,22	88,11	66	11,32	353,9	1,66	14,11	300,6	1,23
$(V_{La}/V_{sa})_0$	1,96	143,0	67	21,79	499,9	1,03	22,26	489,3	0,99
$(V_{La}/V_{sa})_1$	1,96	74,00	65	18,62	167,5	0,70	18,68	155,1	0,67
$(V_{Lb}/V_{sb})_0$	2,70	92,30	67	19,92	239,4	0,78	19,93	224,6	0,75
$(V_{Lb}/V_{sb})_1$	2,70	63,00	66	18,79	156,4	0,67	18,77	150,0	0,65

Як видно з табл. 1, статистичні моменти за вибірками (4) – (6) відрізняються від відповідних ним статистичних моментів за дискретними розподілами (7) – (9). Це пов'язано з процесом дискретизації розподілів відносно невеликих кількостей елементів вибірок. Статистичні моменти за вибірками є первинною інформацією, тому вони більш точно відображають параметри розподілів.

При визначенні оптимальної кількості інтервалів дискретних розподілів n [42] рекомендується користуватися співвідношенням $n \leq \text{int}[\sqrt{N}]$. У випадку рівномірного розподілу це співвідношення забезпечує приблизно однакову кількість інтервалів розподілу і значень випадкової величини в кожному з них, що призводить до близьких значень похибок дискретизації як за інтервалами, так і за значеннями в них. До того ж рекомендується щоб кількість інтервалів дискретного розподілу була у межах від 6 до 20. Якщо розподіл квазісиметричний, то краще вибирати непарну кількість його інтервалів. В розглянутих тут розподілах N лежить у межах від 61 до 67 (табл. 1), тому з урахуванням сказаного вище, для всіх розподілів обрано $n=7$.

При побудові дискретних розподілів за результатами вимірювань випадкових величин важливою операцією є відсіювання «аномальних» значень вхідних даних [43]. Отримані на практиці розподіли результатів вимірювань будь-якої величини у квазіоднакових умовах можуть істотно відрізнитися від теоретичних розподілів випадкової величини для таких умов. Це може бути зумовлено низкою причин.

По-перше, похибками вимірювання, внаслідок яких деякі значення випадкової величини істотно відрізняються від її математичного сподівання. По-друге, недостатньою кількістю вимірювань, що призводить до неточного визначення математичного сподівання, дисперсії та інших моментів та параметрів розподілів випадкової величини. По-третє, неконтрольованою зміною параметрів реальних процесів, які впливають на результати вимірювання та порушують квазіоднаковість умов експериментів. Це може привести до появи певної кількості «аномальних» результатів вимірювань, які унеможливають якісну апроксимацію

отриманих на практиці дискретних розподілів безперервними теоретичними розподілами.

Відомо декілька статистичних критеріїв відсіювання «аномальних» результатів вимірювань. Серед них: критерій Граббса [44], $2m - 3m$, Райта (інша назва 3σ) [45], Z , Діксона, Шарльє, коефіцієнтів Стьюдента, Ірвіна та ін. [43, 46]. Але жоден з них не гарантує відсіювання всіх «аномальних» результатів та збереження всіх безпомилкових, а тим більше усунення всіх ділянок з нульовими значеннями у тілі експериментальних розподілів. В [43] показано, що одним з найефективніших критеріїв відсіювання «аномальних» результатів вимірювань є критерій Райта, тому саме його ми і використовували у своїх дослідженнях.

У табл. 1 – 5 індексом «0» позначені вхідні вибірки без відсіювання «аномальних» результатів вимірювань. У табл. 1 – 5 їхні параметри наведено у рядках із затіненням. Індексом «1» позначені вибірки, в яких відсіювання «аномальних» результатів вимірювань відбувалося в одну ітерацію за критерієм Райта. Індексом «2» позначено вибірку, в якій відсіювання «аномальних» результатів вимірювань відбувалося у дві ітерації до усунення всіх ділянок з нульовими значеннями у тілі експериментальних розподілів.

Відсіювання «аномальних» результатів вимірювань за критерієм Райта звужує діапазон значень, які можуть приймати більшість розглянутих випадкових величин більше, ніж у 2 рази, а відсіювання до усунення всіх ділянок з нульовими значеннями – більше, ніж у 6 разів (табл. 1). В усіх розглянутих вибірках відбувалось відсіювання найбільших значень вимірних величин. Імовірність помилки вимірювання найбільших значень значно менша, ніж найменших. При виконанні операцій відсіювання помітно зменшуються математичні сподівання і дисперсії, як за вибірками, так і за дискретними розподілами, а також коефіцієнти варіації за вибірками. Ці факти наводять на думку, що значення відсіані помилково.

Розподіли об'ємів іскрових ядер, кольорових гало та їхніх відношень наведено на рис. 2 – 7. Дискретні розподіли, отримані безпосередньо в результаті експериментів, представлені гістограмами. Отримані за ними теоретичні безперервні розподіли, значення параметрів яких знайдено методом статистичних моментів вхідних вибірок, представлено кривими. Синім кольором представлені розподіли для випадків, коли великі осі еліпсоїдів є їхніми осями обертання, а червоним – коли малі. Точки, в яких розраховано значення теоретичних розподілів позначені на рис. 2 – 7 трикутниками з вершинами угорі для випадків, коли великі осі еліпсоїдів є їхніми осями обертання, а з вершиною вниз – коли малі. На рис. 2, 4, 6 представлено розподіли за всіма масивами отриманих даних без попереднього відсіювання, а на рис. 3, 5, 7 – за даними, які пройшли попереднє відсіювання за критерієм Райта.

Із порівняння пар рис. 2 і рис. 3, рис. 4 і рис. 5 та рис. 6 і рис. 7 видно, що в усіх розглянутих випадках відсіювання «аномальних» результатів вимірювань за критерієм Райта не призводить до покращення вигляду розподілів. Більше того, відсіювання результатів значно спотворює вигляд розподілів відношень об'ємів кольорових гало до іскрових ядер на рис. 7 у порівнянні з рис. 6.

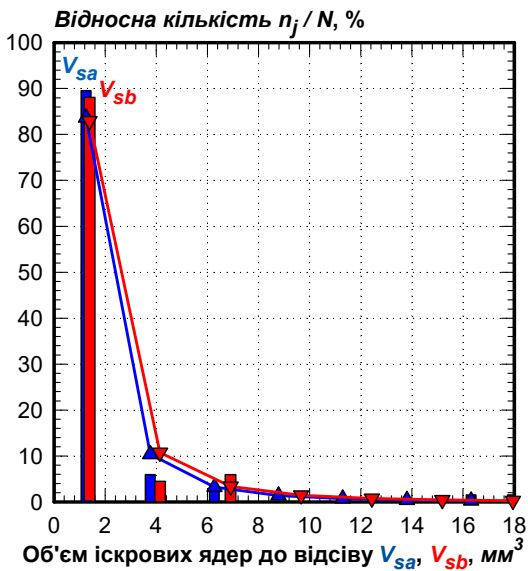


Рис. 2. Розподіли об'ємів іскрових ядер до відсіву

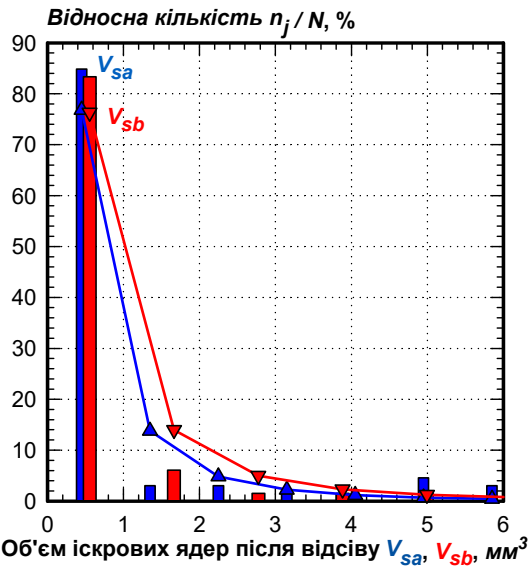


Рис. 3. Розподіли об'ємів іскрових ядер після відсіву

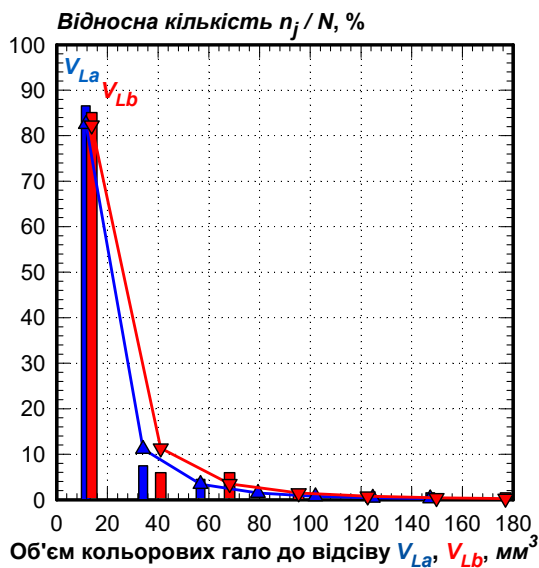


Рис. 4. Розподіли об'ємів кольорових гало до відсіву

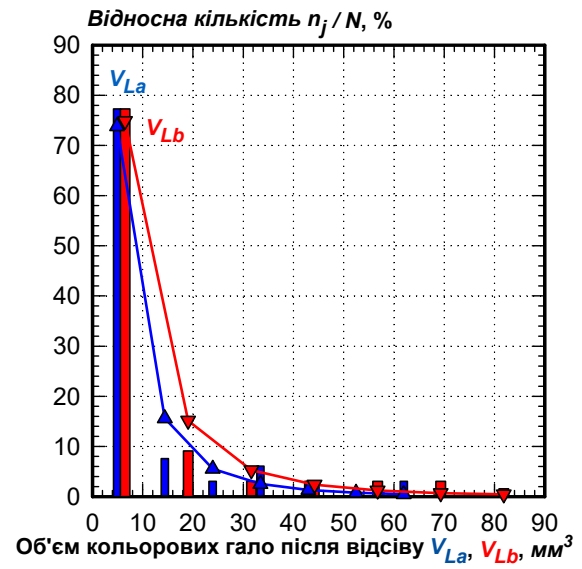


Рис. 5. Розподіли об'ємів кольорових гало після відсіву

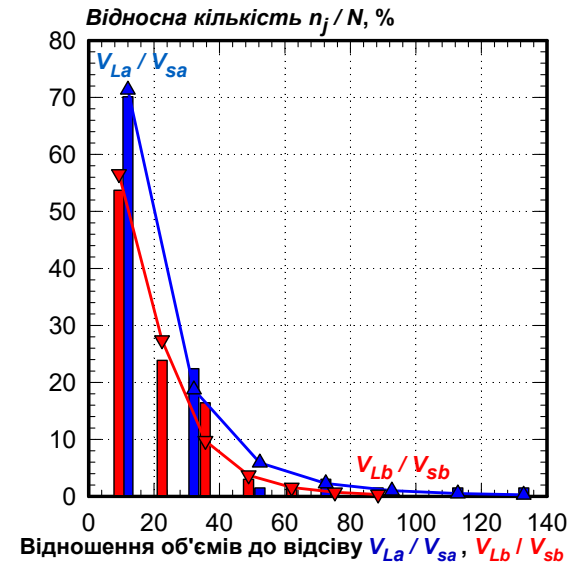


Рис. 6. Розподіли відношень об'ємів кольорових гало до об'ємів іскрових каналів без відсіву

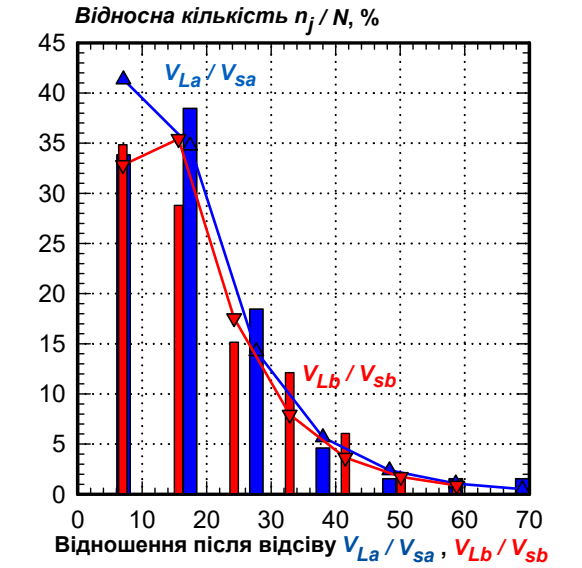


Рис. 7. Розподіли відношень об'ємів кольорових гало до об'ємів іскрових каналів після відсіву

Всі розподіли рис. 2, 4, 6 мають схожі форми, що нашою думкою, що вони можуть бути описані одним теоретичним розподілом з різними значеннями параметрів. Розподіли об'ємів, в яких еквівалентні еліпсоїди вважались «сплюснутими», тобто вісь обертання була малою (позначені індексом b) більш монотонні та краще співпадають з теоретичними розподілами, ніж розподіли об'ємів, в яких еквівалентні еліпсоїди вважались «видовженими», тобто вісь обертання була великою (позначені індексом a). Найкраще це видно на рис. 6 для розподілів відношень об'ємів кольорових гало до іскрових ядер. Це нашою думкою, що у розглянутих умовах більшість складових плазмових каналів коректніше апроксимувати «сплюснутими» еліпсоїдами обертання, ніж «видовженими».

Значення об'ємів «сплюснутих» еліпсоїдів на рис. 2 – 5 завжди були трошки більші за значення об'ємів «видовжених» еліпсоїдів у тих же умовах, що впливає з аналізу (1) і (2). Що стосується відношень об'ємів кольорових гало до іскрових ядер (рис. 6, 7), то там спостерігається зворотна тенденція.

Апроксимація розподілів об'ємів складових плазмових каналів та їхніх відношень теоретичними розподілами. Виходячи з виду дискретних розподілів, значень їхніх коефіцієнтів варіації та найбільш характерних випадків застосування теоретичних розподілів [47], для знаходження найкращого з них розглядалися наступні: логарифмічно-нормальний, Вейбулла та Розіна-Раммлера [48].

Густина імовірності випадкової величини V за логарифмічно-нормальним законом визначається [49]:

$$f_{LN}(V) = \frac{1}{V\alpha\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\ln V - \mu)^2}{2\alpha^2}\right], \quad (10)$$

де $\alpha = \sqrt{\ln[D[V]/M^2[V]+1]}$ – стандартне відхилення натуральних логарифмів випадкової величини; $\mu = \ln\left[M[V]/\sqrt{D[V]/M^2[V]+1}\right]$ – середнє натуральних логарифмів випадкової величини.

Густина імовірності випадкової величини V згідно розподілу Вейбулла [50]:

$$f_W(V) = \begin{cases} \frac{w}{\lambda} \left(\frac{V}{\lambda}\right)^{w-1} \exp\left[-\left(\frac{V}{\lambda}\right)^w\right], & V \geq 0; \\ 0, & V < 0, \end{cases} \quad (11)$$

де w – коефіцієнт форми; λ – коефіцієнт масштабу.

Густина імовірності випадкової величини V згідно розподілу Розіна-Раммлера визначається [51]:

$$f_R(V) = \begin{cases} 1 - \exp\left[\ln(0,2) \cdot (V/P_{80})^m\right], & V \geq 0; \\ 0, & V < 0, \end{cases} \quad (12)$$

де P_{80} – 80-ий процентиль розподілу; m – параметр розмаху розподілу.

Розглянуті нами теоретичні розподіли задано на інтервалах зміни випадкової величини $V \in (0; +\infty)$ для (10) і на $V \in [0; +\infty[$ для (11) і (12), у той час як отримані у ході експериментів розподіли задано на значно менших інтервалах (табл. 1). Тому для забезпечення значення 100 % функцій розподілів в реальних інтервалах

зміни їх аргументів, густину імовірності кожного теоретичного закону розподілу $f(V)$ у кожному випадку необхідно домножити на відповідні поправочні коефіцієнти діапазонів:

$$k = 100\% \int_{V_{\min}}^{V_{\max}} f(V) dV. \quad (13)$$

Знаходження оптимальних значень параметрів теоретичних законів розподілів відбувалось за двома основними групами методів: статистичних моментів та найменшого відхилення теоретичних значень від результатів експериментів [48].

Методи статистичних моментів, на відміну від методів найменшого відхилення теоретичних значень від результатів експериментів, дають однозначні результати, а не нескінчену кількість груп параметрів законів розподілів. Тому, за можливістю, цим методом слід надавати перевагу.

Однак, у ситуаціях, коли кількість елементів вибірок відносно невелика, як у наших дослідженнях, точно розрахувати значення параметрів розподілів Розіна-Раммлера та Вейбулла першою групою методів дуже складно. Наприклад, за нашими вибірками точно знайти значення P_{80} майже неможливо. Тоді у нагоді стає друга група методів. Для кожного j -го інтервалу отриманих в результаті експериментів дискретних розподілів знаходилися різниці кількості об'єктів які спостерігались в ньому n_{jO} та кількості об'єктів, яка в ньому повинна бути згідно безперервного теоретичного закону розподілу n_{jE} . Із залученням всіх отриманих різниць у відповідності з обраною оптимізаційною функцією розраховувалось її значення. Потім з використанням надбудови «Solver» англійської програми Microsoft Office Excel 2003 виконувався пошук оптимальних значень параметрів теоретичних законів розподілу за умови найменшого значення обраної оптимізаційної функції.

В якості таких функцій нами були використані наступні. Сума квадратів різниць (СКР) значень отриманого в ході експерименту дискретного та безперервного теоретичного розподілів:

$$S = \sum_{j=1}^n (n_{jO} - n_{jE})^2, \quad (14)$$

критерій узгодженості Пірсона Хі квадрат [52]:

$$\chi_n^2 = \sum_{j=1}^n (n_{jO} - n_{jE})^2 / n_{jE}, \quad (15)$$

та середній модуль відносних відхилень значень отриманого в ході експериментів дискретного та безперервного теоретичного розподілів:

$$|\delta| = \frac{100\%}{n} \sum_{j=1}^n |(n_{jO} - n_{jE}) / n_{jO}|. \quad (16)$$

СКР (14) є однією з найдавніших оптимізаційних функцій в процесах пошуку коефіцієнтів апроксимуючих функцій. Вона дуже проста у використанні та не потребує великих об'ємів обчислень. Але слід звернути увагу і на недоліки СКР як оптимізаційної функції і як критерію якості апроксимації. В СКР використовуються квадрати абсолютних, а не відносних оцінок, тому

якість апроксимацій за умови мінімального значення СКР буде вище на тих ділянках, де апроксимуюча функція має великі значення і нижче на ділянках, де її значення малі. Залежність СКР від числа її членів робить її не універсальною при порівнянні апроксимацій дискретно заданих залежностей з різною кількістю елементів.

Традиційно можливість застосування безперервних теоретичних розподілів для апроксимації отриманих в результаті експериментів дискретних розподілів оцінювалась за допомогою критерію узгодженості Пірсона χ^2 квадрат (15). Тому обрання його в якості оптимізаційної функції цілком логічно. Але критерій (15) також не позбавлений недоліків. Хоча, на відміну від (14), критерій (15) має знаменник, у його чисельнику квадрат різниці. Тобто, критерій (15), також, як і (14) не є безрозмірним і універсальним. Крім того, він також, як і (14) залежить від кількості інтервалів дискретного розподілу.

Серед всіх розглянутих тут виразів для оптимізаційних функцій і критеріїв якості апроксимації (14) – (16) тільки середній модуль відносних відхилень (16) є універсальним. Він забезпечує відносну оцінку, є безрозмірним та не залежить від кількості елементів дискретної залежності. При використанні його в якості оптимізаційної функції слід звернути увагу, що якість апроксимації на ділянках з малими значеннями апроксимуючої функції може виявитись вищою, ніж на ділянках з її великими значеннями. Це зумовлено застосуванням відносних, а не абсолютних оцінок.

Недоліком групи методів найменшого відхилення теоретичних значень від результатів експериментів є неоднозначність отриманих результатів, обумовлена тим, що кількість рівнянь, яка відповідає кількості інтервалів дискретних розподілів, є більшою, ніж кількість параметрів теоретичних розподілів. Тобто система рівнянь є надлишковою і може мати нескінчену кількість розв'язків (комбінацій значень параметрів теоретичних законів розподілів). Це приводить до різних результатів, отриманих за різними оптимізаційними функціями для одних і тих же розподілів (табл. 2 – 4). Отримані таким чином значення параметрів можуть бути незручними для подальших розрахунків та бути далекими від значень, обумовлених фізичним змістом величин, які досліджуються.

Для всіх тринадцяти вибірок (табл. 1) значення коефіцієнтів діапазонів (13) і критерію узгодженості Пірсона χ^2 квадрат (15), знайдені методами найменших значень СКР (14), χ^2 квадрат (15) та середнього модуля відносних відхилень (16), а також параметрів теоретичних законів розподілів наведено в табл. 2 – 4. Для розподілу Вейбулла – у табл. 2, Розіна-Раммлера – у табл. 3, логарифмічно-нормального розподілу – у табл. 4.

Прийняття рішення про відповідність або невідповідність теоретичного закону експериментальним даним відбувалось за класичною методикою відкидання або прийняття нульової гіпотези про узгодженість частот попадання дискретної випадкової величини у визначені інтервали її розподілу, які отримані у ході вимірювання, та значень теоретичних функцій густини розподілів безперервних випадкових величин. Значимість похибки першого роду ζ відхилення нульової гіпотези, коли вона є істиною, тобто коли теоретичний розподіл відхиляється, а насправді він узгоджений з даними експериментів була задана на рівні $\zeta = 0,05$. Кількість ступенів свободи розподілу χ^2 квадрат визначається $\zeta = n-1$ та у розглянутих розподілах становить: $\zeta = 7-1 = 6$.

Значення критичної точки розподілу χ^2 квадрат розраховувалось за допомогою вбудованої функції CHINV(ζ ; ζ) англійської програми Microsoft Office Excel 2003 і для $\zeta = 0,05$ та $\zeta = 6$ воно становить приблизно $\chi_k^2 \approx 12,5916$. Тобто, якщо знайдені за (15) значення менші, ніж 12,5916, то з рівнем значимості похибки першого роду $\zeta = 5\%$ нульова гіпотеза не відхиляється і теоретичний розподіл з поточними параметрами проходить перевірку за критерієм узгодженості Пірсона χ^2 квадрат (позначено «pass» в табл. 2 – 4 та «р» в табл. 5).

У випадках коли знайдені за (15) значення більші за $\chi_k^2 = 12,5916$, з рівнем значимості похибки першого роду $\zeta = 5\%$ нульова гіпотеза відхиляється і теоретичний розподіл з поточними параметрами не проходить перевірку за критерієм узгодженості Пірсона χ^2 квадрат (позначено «fail» в табл. 2 – 4 та «f» в табл. 5).

Таблиця 2

Параметри розподілу Вейбулла, знайдені методами найменших значень трьох різних оптимізаційних функцій

Вибірка	min [S]					min [χ_n^2]					min [$ \delta $]				
	w	λ	k, %	χ_n^2	p / f	w	λ	k, %	χ_n^2	p / f	w	λ	k, %	χ_n^2	p / f
V_{sa0}	0,3175	0,0413	4,7687	7,0	pass	0,3175	0,0413	4,7687	7,0	pass	0,2676	0,1033	8,8405	16,708	fail
V_{sa1}	0,2629	0,0222	20,466	17,0	fail	0,2629	0,0222	20,466	17,0	fail	0,2192	0,0625	27,132	22,287	fail
V_{sa2}	0,2629	0,0222	61,081	6,2162	pass	0,2629	0,0222	61,081	6,2162	pass	0,2629	0,0222	61,081	6,2162	pass
V_{sb0}	0,2417	0,0052	1,7299	7,9	pass	0,2417	0,0052	1,7299	7,9	pass	0,2117	0,0182	4,6001	14,974	fail
V_{sb1}	0,2565	0,025	16,193	14,6	fail	0,2565	0,025	16,193	14,6	fail	0,1805	0,0757	19,706	22,418	fail
V_{La0}	0,2417	0,0418	0,2072	5,2283	pass	0,2417	0,0418	0,2072	5,2283	pass	0,2417	0,4443	0,7664	13,015	fail
V_{La1}	0,152	0,0007	0,3723	7,3	pass	0,152	0,0007	0,3723	7,3	pass	0,1489	0,0752	1,5269	13,01	fail
V_{Lb0}	0,2220	0,0317	0,1664	5,2	pass	0,222	0,0317	0,1664	5,2	pass	0,2028	0,1163	0,4087	10,87	pass
V_{Lb1}	0,152	0,0007	0,2453	3,5411	pass	0,152	0,0007	0,2453	3,5411	pass	0,1608	0,0079	0,5841	5,2353	pass
$(V_{La}/V_{sa})_0$	1,3650	19,431	4,9005	5433,1	fail	0,5122	6,2985	1,8523	6,0046	pass	0,4049	5,2134	1,8523	7,8918	pass
$(V_{La}/V_{sa})_1$	0,0773	0,0303	0,772	26,01	fail	0,0773	0,0303	0,772	26,01	fail	0,1195	0,0259	0,9303	26,74	fail
$(V_{Lb}/V_{sb})_0$	1,0373	17,694	6,4297	4,3846	pass	0,9841	17,913	6,2926	4,0738	pass	0,8173	17,92	5,7197	5,3612	pass
$(V_{Lb}/V_{sb})_1$	0,0438	0,0205	0,5216	9,3733	pass	0,0438	0,0205	0,5216	9,3733	pass	0,0543	0,0181	0,6275	9,4	pass

Параметри розподілу Розіна-Раммлера, знайдені методами найменших значень трьох різних оптимізаційних функцій

Вибірка	min [S]					min [χ_n^2]					min [$[\delta]$]				
	P_{80}	m	$k, \%$	χ_n^2	p / f	P_{80}	m	$k, \%$	χ_n^2	p / f	P_{80}	m	$k, \%$	χ_n^2	p / f
V_{sa0}	0,1805	-2,386	1,7423	7,1642	pass	0,3056	-2,113	9,1709	4,7	pass	0,2109	-1,553	13,482	12,346	pass
V_{sa1}	0,0902	-2,151	5,7473	37,317	fail	0,0315	-1,586	3,21	14,3	fail	0,0688	-1,161	29,691	25,631	fail
V_{sa2}	0,0315	-1,586	11,352	2,9173	pass	0,0315	-1,586	11,352	2,9173	pass	0,0315	-1,586	11,352	2,9173	pass
V_{sb0}	0,2541	-2,365	3,1993	11,926	pass	0,3593	-1,987	12,585	6,9	pass	0,5663	-1,684	41,008	10,81	pass
V_{sb1}	0,0268	-2,032	0,4036	26,204	fail	0,0386	-1,577	3,2734	11,9	pass	0,0207	-1,321	3,2212	15,113	fail
V_{La0}	3,1312	-2,256	9,446	5,9963	pass	3,1485	-2,01	13,663	4,3	pass	2,0014	-1,535	14,892	10,414	pass
V_{La1}	0,3209	-1,759	1,7134	9,0664	pass	0,2343	-1,57	1,8828	6,7	pass	0,0545	-1,175	1,4054	12,782	fail
V_{Lb0}	4,7658	-2,172	17,249	6,0331	pass	9,3091	-2,054	64,144	5,0	pass	4,8744	-1,64	35,202	7,9189	pass
V_{Lb1}	0,6282	-1,774	3,2521	3,7653	pass	0,9564	-1,643	9,1006	2,9	pass	0,9436	-1,519	11,861	3,4959	pass
$(V_{La}/V_{sa})_0$	22,353	-3,877	140,96	19,576	fail	16,758	-2,465	143,2	4,861	pass	16,768	-2,225	153,39	5,925	pass
$(V_{La}/V_{sa})_1$	23,413	-4,757	274,1	3,6183	pass	21,604	-3,728	275,76	1,615	pass	21,751	-3,174	295,45	2,918	pass
$(V_{Lb}/V_{sb})_0$	14,942	-2,318	186,75	4,9948	pass	17,048	-2,613	195,52	4,663	pass	14,131	-2,215	183,03	5,269	pass
$(V_{Lb}/V_{sb})_1$	16,286	-2,381	289,31	1,8529	pass	17,945	-2,664	301,44	1,733	pass	16,182	-2,39	286,95	1,857	pass

Таблиця 4

Параметри логарифмічно-нормального розподілу, знайдені методами найменших значень трьох різних оптимізаційних функцій

Вибірка	min [S]					min [χ_n^2]					min [$[\delta]$]				
	α	μ	$k, \%$	χ_n^2	p / f	α	μ	$k, \%$	χ_n^2	p / f	α	μ	$k, \%$	χ_n^2	p / f
V_{sa0}	8,6955	-103,7	$4 \cdot 10^{-31}$	7,309	pass	6,6476	-46,08	$1 \cdot 10^{-10}$	4,7	pass	6,2159	-17,82	0,1082	13,442	fail
V_{sa1}	18,404	-395,3	$9 \cdot 10^{-100}$	39,943	fail	49,085	-1365	$3 \cdot 10^{-168}$	14,23	fail	52,117	-394,6	$1 \cdot 10^{-12}$	24,06	fail
V_{sa2}	0,9723	-1,541	263,58	9,518	pass	10,205	-72,53	$8 \cdot 10^{-10}$	2,4384	pass	2,6315	-4,37	61,525	3,22	pass
V_{sb0}	24,509	-785,3	$1 \cdot 10^{-223}$	10,705	pass	5,5296	-27,49	$2 \cdot 10^{-5}$	6,9	pass	6,451	-19,36	0,062	12,971	fail
V_{sb1}	23,061	-559,1	$2 \cdot 10^{-127}$	29,516	fail	60,265	-1985	$6 \cdot 10^{-236}$	12,541	pass	$7,27 \cdot 10^7$	$2,71 \cdot 10^7$	$1,8 \cdot 10^{-6}$	29,51	fail
V_{La0}	20,409	-490,8	$3 \cdot 10^{-128}$	5,3465	pass	2,0235	-0,447	0,7664	5,0	pass	4,8108	-7,974	0,0998	10,885	pass
V_{La1}	19,56	-300,1	$1 \cdot 10^{-52}$	9,9285	pass	55,37	-1628	$1 \cdot 10^{-189}$	6,628	pass	15,135	-37,21	0,0348	12,773	fail
V_{Lb0}	3,936	-13,95	$1,2 \cdot 10^{-4}$	6,1062	pass	35,524	-1135	$2 \cdot 10^{-224}$	4,3916	pass	4,0878	-4,537	0,2195	9,6915	pass
V_{Lb1}	35,888	-1013	$4 \cdot 10^{-175}$	4,0159	pass	53,404	-1760	$6 \cdot 10^{-238}$	2,812	pass	4,1267	-4,297	0,731	4,6711	pass
$(V_{La}/V_{sa})_0$	0,5598	2,9365	6,028	98,108	fail	1,1351	2,5125	4,2804	5,6784	pass	2,2447	0,0739	1,1808	6,7514	pass
$(V_{La}/V_{sa})_1$	0,5845	2,8055	10,033	2,3175	pass	0,6167	2,8278	10,045	1,9421	pass	0,5339	2,7318	10,047	7,839	pass
$(V_{Lb}/V_{sb})_0$	0,8487	2,7798	7,699	3,0661	pass	0,7934	2,826	7,8837	4,0480	pass	0,98	2,8135	7,2359	5,0016	pass
$(V_{Lb}/V_{sb})_1$	0,7858	2,8143	2,023	11,356	pass	0,753	2,811	11,484	1,3663	pass	0,7623	2,6991	11,593	2,4707	pass

3 аналізу даних табл. 2 – 4 впливає наступне.

1. З усіх 39 розглянутих випадків за критерієм узгодженості Пірсона χ^2 квадрат розподіл Вейбулла проходить у 25, Розіна-Раммлера – у 32, логарифмічно-нормальний – у 30.

2. З 18 розглянутих випадків для кожного з трьох розподілів для вибірок без відсіювання «аномальних» значень за критерієм Райта, проходять за критерієм узгодженості Пірсона χ^2 квадрат: розподіл Вейбулла у 14 випадках, Розіна-Раммлера у 17, логарифмічно-нормальний у 15.

3. Для вибірок з однією ітерацією відсіювання «аномальних» значень за критерієм Райта з 18 розглянутих випадків за критерієм узгодженості Пірсона χ^2 квадрат проходять: розподіл Вейбулла у 8 випадках, Розіна-Раммлера та логарифмічно-нормальний у 12. Для вибірки з двома ітераціями відсіювання «аномальних» значень за критерієм Райта до повної відсутності ділянок з нульовою кількістю значень всі розподіли проходять за критерієм узгодженості Пірсона χ^2 квадрат в усіх випадках. Але діапазон розподілу випадкової величини при цьому зменшується більше, ніж у 6 разів, що викликає сумніви у доцільності такого відсіювання.

4. Параметри, знайдені за мінімальними значеннями СКР (14) та χ^2 квадрат (15) співпадають у 12 випадках з 39. Можливо, це пов'язано з тим, що обидві функції побудовані на абсолютних різницях. Параметри, знайдені за мінімальними значеннями (16) співпадають зі знайденими за іншими критеріями

тільки у 2 випадках з 39. Можливо, це відбувається через те, що на відміну від функцій (14) і (15), функція (16) використовує відносні, а не абсолютні оцінки. Крім одного випадку з 39, значення χ^2 квадрат для розподілів, параметри яких були знайдені за критерієм мінімального значення (15) були менші або дорівнювали відповідним значенням для розподілів, значення параметрів яких були знайдені за іншими критеріями. Це логічно і впливає із суті критерію пошуку оптимальних значень параметрів розподілів за мінімальними значеннями функції (15).

5. Значення параметра χ^2 квадрат, знайдені за критерієм мінімального значення функції χ^2 квадрат (15) для розподілу Вейбулла у вибірках без відсіювання «аномальних» значень у 5 випадках з 6 були менші, ніж відповідні значення для вибірок з однією ітерацією відсіювання «аномальних» значень. Для розподілів Розіна-Раммлера і логарифмічно-нормального ці значення розподілились порівну: по 3 випадки для вибірок без відсіювання та з відсіюванням.

6. З усіх 13 вибірок значення χ^2 квадрат, знайдені за критерієм мінімального значення функції χ^2 квадрат (15) для розподілу Вейбулла завжди були більші відповідних значень для інших розглянутих розподілів. Значення цього параметру для розподілів Розіна-Раммлера та логарифмічно-нормального співпадали у 2 випадках з 13. У 7 випадках з 13 для логарифмічно-нормального розподілу значення цього параметру були менші, ніж для розподілу Розіна-Раммлера. Відповідно у 4 випадках

з 13 значення цього параметру для розподілу Розіна-Раммлера були менші, ніж для логарифмічно-нормального розподілу.

7. Для вибірок без відсіву «аномальних» значень менші значення параметру χ^2 квадрат для логарифмічно-нормального розподілу спостерігались у 2 випадках з 6. У 2 випадках з 6 значення цього параметра розпадало зі значеннями, знайденими для розподілу Розіна-Раммлера та у 2 з 6 випадків ці значення для розподілу Розіна-Раммлера були меншими, ніж значення для логарифмічно-нормального розподілу.

8. Для вибірок з однією ітерацією відсіву «аномальних» значень менші значення параметру χ^2 квадрат для логарифмічно-нормального розподілу спостерігались у 4 випадках з 6, а для розподілу Розіна-Раммлера – у 2 з 6. Для вибірки з двома ітераціями відсіву «аномальних» значень найменші значення параметру χ^2 квадрат знайдено для логарифмічно-нормального розподілу.

Узагальнюючи результати наведеного вище аналізу, зазначимо, що з усіх розглянутих теоретичних розподілів найгірше описує отримані на практиці дискретні розподіли розподіл Вейбулла, а найкраще – логарифмічно-нормальний. Тому саме для нього значення параметрів були знайдені ще і методом статистичних моментів як за вхідними даними, так і за даними дискретних розподілів (табл. 5).

Таблиця 5

Параметри логарифмічно-нормального розподілу, знайдені методами статистичних моментів за вхідними даними та дискретними розподілами

Вибірка	За вхідними даними					За дискретними розпод.				
	α	μ	$k, \%$	χ_n^2	p/f	α	μ	$k, \%$	χ_n^2	p/f
V_{sa0}	1,433	-1,07	17,6	7,23	p	0,922	0,152	41,5	15,9	f
V_{sa1}	1,279	-1,17	86,6	31,4	f	1,053	-0,62	114	34,2	f
V_{sa2}	1,146	-1,78	222	5,66	p	0,951	-1,39	275	7,68	p
V_{sb0}	1,401	-0,83	17,6	9,51	p	0,917	0,317	38,5	16,9	f
V_{sb1}	1,289	-0,94	70,4	29,0	f	1,053	-0,41	93,0	33,1	f
V_{La0}	1,291	1,592	2,63	7,07	p	0,902	2,439	4,74	14,4	f
V_{La1}	1,146	1,549	9,61	18,2	f	0,956	1,924	11,5	21,6	f
V_{Lb0}	1,283	1,816	2,24	7,76	p	0,911	2,692	3,98	12,9	f
V_{Lb1}	1,151	1,765	7,09	11,1	p	0,959	2,187	8,65	13,3	f
$(V_{La}/V_{sa})_0$	0,848	2,722	5,27	8,92	p	0,829	2,759	5,36	9,07	p
$(V_{La}/V_{sa})_1$	0,628	2,727	10,3	3,84	p	0,607	2,743	10,2	3,41	p
$(V_{Lb}/V_{sb})_0$	0,687	2,756	8,23	6,68	p	0,670	2,768	8,27	7,09	p
$(V_{Lb}/V_{sb})_1$	0,606	2,750	11,9	3,97	p	0,596	2,755	11,9	4,32	p

Аналіз даних табл. 5 дозволяє зробити наступні узагальнення.

1. У 12 випадках з 13 значення χ^2 квадрат для логарифмічно-нормальних розподілів, параметри яких знайдені за вхідними даними, виявилися меншими, ніж для аналогічних розподілів, параметри яких знайдені за даними дискретних розподілів. Лише в одному випадку спостерігалась зворотна ситуація.

2. В усіх розглянутих 6 випадках логарифмічно-нормальний розподіл, параметри якого було знайдено за вхідними даними без відсіювання «аномальних» значень проходить за критерієм узгодженості Пірсона χ^2 квадрат. Логарифмічно-нормальний розподіл, параметри якого були знайдені за параметрами дискретних розподілів без відсіювання «аномальних» значень за критерієм Пірсона χ^2 квадрат, проходить у 2 випадках з 6.

3. Логарифмічно-нормальний розподіл, параметри якого було знайдено за вхідними даними з відсіюванням

«аномальних» значень за одну ітерацію проходить за критерієм узгодженості Пірсона χ^2 квадрат в 3 з 6 випадків, а за даними дискретних розподілів – у 2 випадках з 6.

3 наведеного вище аналізу впливає, що для розглянутих вибірок найкращі результати показують логарифмічно-нормальні розподіли, параметри яких знайдено методами статистичних моментів за вхідними даними без відсіювання «аномальних» значень.

Методика побудови розподілів об'ємів складових плазмових каналів. Одним з результатів описаних вище досліджень і аналізу отриманих даних є розроблена нами методика побудови розподілів, яка полягає у наступному.

1. Для апроксимації еквівалентних об'ємів іскрових ядер та кольорових гало плазмових каналів використовуються «сплюснуті» еліпсоїди обертання.

2. Відсіювання «аномальних» результатів вимірювання не проводиться.

3. Для апроксимації отриманих дискретних розподілів використовується безперервний аналітичний логарифмічно-нормальний розподіл.

4. Параметри логарифмічно-нормального розподілу визначаються методом статистичних моментів за (10) і (13) на основі даних вхідних вибірок без відсіювання «аномальних» результатів вимірювання.

5. Гіпотеза про відповідність теоретичних розподілів отриманим на практиці дискретним розподілам перевіряється за критерієм узгодженості Пірсона χ^2 квадрат.

6. Для порівняння якості апроксимації отриманих на практиці дискретних розподілів безперервними теоретичними розподілами використовується універсальний безрозмірний критерій – середній модуль відносних відхилень значень отриманого в ході експериментів дискретного та безперервного теоретичного розподілів.

Порівняльний аналіз розподілів за розмірами ерозійних частинок і лунок на поверхні гранул та складових плазмових каналів. В [48] показано, що розподіл за діаметрами іскроерозійних лунок на поверхні алюмінієвих гранул найкраще описується розподілом Розіна-Раммлера, а отриманих з них частинок – нормальним розподілом. Об'єм лунки середньостатистичного діаметру у гіпотезі, що вона має форму півкулі, на 15 % перевищує об'єм частинки середньостатистичного діаметру у гіпотезі, що вона має форму кулі. Тобто за середньостатистичними параметрами лунок можна прогнозувати середньостатистичні параметри ерозійних частинок, але їхні розподіли за діаметрами описуються різними законами і максимальний діаметр лунок може вдвічі перевищувати максимальний діаметр частинок.

Отже, розподіли за об'ємами кольорових гало плазмових каналів, їх іскрових ядер та їхні відношення найкраще описуються логарифмічно-нормальним законом, але можуть бути описані законом Розіна-Раммлера. Розподіл за діаметрами ерозійних лунок на поверхні гранул описується законом Розіна-Раммлера, а розподіл за діаметрами ерозійних частинок – нормальним розподілом. Тобто, існує імовірність, що кореляційний зв'язок між об'ємами складових плазмових каналів і ерозійних лунок на поверхні гранул сильніший, ніж між об'ємами складових плазмових каналів і ерозійних частинок. Це наштотує на думку, що процес формування ерозійних частинок більш складний,

ніж конденсація і затвердіння об'єму металу однієї ерозійної частинки з однієї ерозійної лунки [53]. Але для її верифікації необхідні додаткові дослідження.

Узагальнення і висновки.

1. У процесі визначення об'ємів іскрових ядер та кольорових гало плазмових каналів, вони можуть бути з достатньою для статистичних досліджень точністю апроксимовані еліпсоїдами обертання. Судячи з якості апроксимації теоретичними розподілами отриманих в результаті експериментів їхніх розподілів за розмірами у гіпотезах «видовжених» та «сплюснутих» еліпсоїдів в досліджених режимах імовірність появи «сплюснутих» еліпсоїдів вища, ніж «видовжених».

2. Отримані в результаті вимірювань розподіли об'ємів складових плазмових каналів та їхніх відношень мають подібний вигляд і можуть бути апроксимовані одним теоретичним розподілом з різними значеннями параметрів. З усіх розглянутих теоретичних розподілів (Вейбулла, Розіна-Раммлера та логарифмічно-нормального) найкращу апроксимацію отриманих в результаті вимірювань дискретних розподілів забезпечує логарифмічно-нормальний, а найгіршу – Вейбулла.

3. Відсіювання «аномальних» результатів вимірювань за критерієм Райта у розглянутих випадках не тільки істотно звужує діапазон розподілів випадкових величин (більше, ніж у 2 рази при одній ітерації відсіювання та більше, ніж у 6 разів при двох ітераціях), а і у переважній більшості випадків призводить до погіршення якості апроксимації отриманих на практиці дискретних розподілів безперервними теоретичними розподілами за критерієм узгодженості Пірсона χ^2 квадрат. Тому у розглянутих умовах воно недоцільне.

4. У більшості випадків метод пошуку оптимальних значень параметрів теоретичних законів розподілів випадкових величин за найменшим відхиленням теоретичних значень від результатів експериментів дає менші значення χ^2 квадрат, ніж метод статистичних моментів. Але знайдені за першим методом значення параметрів розподілів не є єдиним можливим рішенням та не завжди відповідають фізично обумовленим діапазонам через надлишковість систем рівнянь, які розв'язуються для їх знаходження.

5. Серед усіх розглянутих оптимізаційних функцій, за мінімальними значеннями яких методом найменших відхилень теоретичних значень від результатів експериментів знаходились оптимальні значення параметрів теоретичних законів розподілу випадкових величин, найменші значення χ^2 квадрат очікувано забезпечує функція на основі критерію узгодженості Пірсона χ^2 квадрат.

6. Універсальність критерію якості апроксимації розподілів серед всіх розглянутих функцій забезпечує лише середній модуль відносних відхилень значень отриманого в ході експериментів дискретного та безперервного теоретичного розподілів, оскільки не залежить ні від кількості інтервалів дискретних розподілів, ні від абсолютних значень випадкових величин.

7. Пошук значень параметрів теоретичних законів розподілів випадкових величин за статистичними моментами вибірок є більш точним, ніж за статистичними моментами дискретних розподілів. Метод статистичних моментів забезпечує однозначність результатів та відповідність їх фізично обумовленим діапазонам. У випадку узгодженості отриманого на практиці та теоретичного розподілів за критерієм Пірсона χ^2 квадрат, метод

статистичних моментів забезпечує знаходження задовільних значень параметрів теоретичних розподілів.

8. Розроблено методу побудови розподілів об'ємів складових плазмових каналів, адаптовану саме для таких об'єктів.

Фінансування. Роботу виконано за підтримки Міністерства освіти і науки України (тема ДБ № 0121U107443).

Конфлікт інтересів. Автори статті заявляють про відсутність конфлікту інтересів.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Gilchuk A., Monastyrsky G. «Core-shell» nanoparticles produced from Ti-Ni-Hf and Ti-Ni-Zr alloys by spark erosion method. *Applied Nanoscience*, 2023, vol. 13, no. 11, pp. 7145-7154. doi: <https://doi.org/10.1007/s13204-023-02864-9>.
2. Jin C.H., Si P.Z., Xiao X.F., Feng H., Wu Q., Ge H.L., Zhong M. Structure and magnetic properties of Cr/Cr₂O₃/CrO₂ microspheres prepared by spark erosion and oxidation under high pressure of oxygen. *Materials Letters*, 2013, vol. 92, pp. 213-215. doi: <https://doi.org/10.1016/j.matlet.2012.10.126>.
3. Berkowitz A.E., Hansen M.F., Parker F.T., Vecchio K.S., Spada F.E., Lavernia E.J., Rodriguez R. Amorphous soft magnetic particles produced by spark erosion. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 2003, vol. 254-255, pp. 1-6. doi: [https://doi.org/10.1016/S0304-8853\(02\)00932-0](https://doi.org/10.1016/S0304-8853(02)00932-0).
4. Aur S., Egami T., Berkowitz A.E., Walter J.L. Atomic Structure of Amorphous Particles Produced by Spark Erosion. *Physical Review B*, 1982, vol. 26, no. 12, pp. 6355-6361. doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.26.6355>.
5. Hong J.I., Parker F.T., Solomon V.C., Madras P., Smith D.J., Berkowitz A.E. Fabrication of spherical particles with mixed amorphous/crystalline nanostructured cores and insulating oxide shells. *Journal of Materials Research*, 2008, vol. 23, no. 06, pp. 1758-1763. doi: <https://doi.org/10.1557/JMR.2008.0199>.
6. Perekos A.E., Chernenko V.A., Bunyaev S.A., Zalutskiy V.P., Ruzhitskaya T.V., Boitsov O.F., Kakazei G.N. Structure and magnetic properties of highly dispersed Ni-Mn-Ga powders prepared by spark erosion. *Journal of Applied Physics*, 2012, vol. 112, no. 9, art. no. 093909. doi: <https://doi.org/10.1063/1.4764017>.
7. Harrington T., McElfresh C., Vecchio K.S. Spark erosion as a high-throughput method for producing bimodal nanostructured 316L stainless steel powder. *Powder Technology*, 2018, vol. 328, pp. 156-166. doi: <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2018.01.012>.
8. Wang W., Zhu F., Weng J., Xiao J., Lai W. Nanoparticle morphology in a granular Cu-Co alloy with giant magnetoresistance. *Applied Physics Letters*, 1998, vol. 72, no. 9, pp. 1118-1120. doi: <https://doi.org/10.1063/1.120942>.
9. Berkowitz A.E., Walter J.L. Spark Erosion: A Method for Producing Rapidly Quenched Fine Powders. *Journal of Materials Research*, 1987, no. 2, pp. 277-288. doi: <https://doi.org/10.1557/JMR.1987.0277>.
10. Shen B., Inoue A. Fabrication of large-size Fe-based glassy cores with good soft magnetic properties by spark plasma sintering. *Journal of Materials Research*, 2003, vol. 18, no. 9, pp. 2115-2121. doi: <https://doi.org/10.1557/jmr.2003.0297>.
11. Youssef F.S., El-Banna H.A., Elzorba H.Y., Gabal A.M. Application of Some Nanoparticles in the Field of Veterinary Medicine. *International Journal of Veterinary Science and Medicine*, 2019, vol. 7, no. 1, pp. 78-93. doi: <https://doi.org/10.1080/23144599.2019.1691379>.
12. Batsmanova L., Taran N., Konotop Ye., Kalenska S., Novytska N. Use of a Colloidal Solutions of Metal and Metal Oxide-Containing Nanoparticles as Fertilizer for Increasing Soybean Productivity. *Journal of Central European Agriculture*, 2020, vol. 21, no. 2, pp. 311-319. doi: <https://doi.org/10.5513/JCEA01/21.2.2414>.
13. Petrov O., Petrichenko S., Yushchishina A., Mitryasova O., Pohrebennyk V. Electrospark Method in Galvanic Wastewater Treatment for Heavy Metal Removal. *Applied Sciences*, 2020, vol. 10, no. 15, art. no. 5148. doi: <https://doi.org/10.3390/app10155148>.
14. Гончарук В.В., Щерба А.А., Захарченко С.Н., Савлук О.С., Потапченко Н.Г., Косинова В.Н. Дезинфицирующее действие объёмного электроискрового разряда в воде. *Химия и технология воды*, 1999, Т. 21, № 3, С. 328-336.
15. Шидловська Н.А., Захарченко С.М., Захарченко М.Ф., Мазуренко І.Л., Куліда М.А. Фізичні і техніко-економічні аспекти сучасних методів підготовки води для теплової та атомної енергетики.

- Технічна електродинаміка*, 2022, № 4, С. 69-77. doi: <https://doi.org/10.15407/techned2022.04.069>.
16. Захарченко С.Н., Кондратенко И.П., Перекоз А.Е., Залуцкий В.П., Козырский В.В., Лопатко К.Г. Влияние длительности разрядных импульсов в слое гранул железа на размеры и структурно-фазовое состояние его электроэрозийных частиц. *Восточно-Европейский журнал передовых технологий*, 2012, Т. 6, № 5 (60), С. 66-72.
 17. Шидловська Н.А., Захарченко С.М., Черкаський О.П. Фізичні передумови побудови математичних моделей електричного опору плазмоерозійних навантажень. *Технічна електродинаміка*, 2017, № 2, С. 5-12. doi: <https://doi.org/10.15407/techned2017.02.005>.
 18. Шидловская Н.А., Захарченко С.Н., Черкацкий А.П. Анализ электромагнитных процессов в выходной цепи генератора разрядных импульсов с нелинейной моделью плазмоэрозийной нагрузки при изменении их параметров в широких диапазонах. *Технічна електродинаміка*, 2016, № 1, С. 87-95. doi: <https://doi.org/10.15407/techned2016.01.087>.
 19. Шидловська Н.А., Захарченко С.М., Черкаський О.П. Параметрична модель опору плазмоерозійного навантаження, адекватна в широкому діапазоні змін прикладеної напруги. *Технічна електродинаміка*, 2017, № 3, С. 3-12. doi: <https://doi.org/10.15407/techned2017.03.003>.
 20. Шидловская Н.А., Захарченко С.Н., Черкацкий А.П. Нелинейно-параметрическая модель электрического сопротивления гранулированных токопроводящих сред для широкого диапазона изменений приложенного напряжения. *Технічна електродинаміка*, 2014, № 6, С. 3-17.
 21. Захарченко С.Н., Перекоз А.Е., Шидловская Н.А., Устинов А.И., Бойцов О.Ф., Войнаш В.З. Электроискровое диспергирование металлических материалов. I. Влияние скорости протока рабочей жидкости на дисперсность порошков. *Металлофізика та новітні технології*, 2018, Т. 40, № 3. С. 339-357. doi: <https://doi.org/10.15407/mfint.40.03.0339>.
 22. Carrey J., Radousky H.B., Berkowitz A.E. Spark-eroded particles: influence of processing parameters. *Journal of Applied Physics*, 2004, vol. 95, no. 3, pp. 823-829. doi: <https://doi.org/10.1063/1.1635973>.
 23. Suprunovska N.I., Shcherba M.A., Roziskulov S.S., Synytsyn V.K. Improving the dynamic characteristics of electric discharge installations, which are significantly distant from the spark-erosion load. *Technical Electrodynamics*, 2022, no. 3, pp. 16-21. doi: <https://doi.org/10.15407/techned2022.03.016>.
 24. Komev I., Saprykin F., Lobanova G., Ushakov V., Preis S. Spark erosion in a metal spheres bed: Experimental study of the discharge stability and energy efficiency. *Journal of Electrostatics*, 2018, vol. 96, pp. 111-118. doi: <https://doi.org/10.1016/j.elstat.2018.10.008>.
 25. Gnedenko B.V. *Theory of Probability*. London, Routledge, 1998. 520 p. doi: <https://doi.org/10.1201/9780203718964>.
 26. Shydlovska N.A., Zakharchenko S.M., Zakharchenko M.F., Kulida M.A., Zakusilo S.A. Spectral and optic-metric methods of monitoring parameters of plasma channels caused by discharge currents between metals granules in working liquids. *Electrical Engineering & Electromechanics*, 2024, no. 6, pp. 72-83. doi: <https://doi.org/10.20998/2074-272X.2024.6.10>.
 27. Kim C.J. Electromagnetic Radiation Behavior of Low-Voltage Arcing Fault. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 2009, vol. 24, no. 1, pp. 416-423. doi: <https://doi.org/10.1109/TPWRD.2008.2002873>.
 28. Kozioł M., Nagi Ł., Kunicki M., Urbaniec I. Radiation in the Optical and UHF Range Emitted by Partial Discharges. *Energies*, 2019, vol. 12, no. 22, art. no. 4334. doi: <https://doi.org/10.3390/en12224334>.
 29. Kozioł M. Energy Distribution of Optical Radiation Emitted by Electrical Discharges in Insulating Liquids. *Energies*, 2020, vol. 13, no. 9, art. no. 2172. doi: <https://doi.org/10.3390/en13092172>.
 30. Kohut A., Ludvigsson L., Meuller B.O., Deppert K., Messing M.E., Galbács G., Geretovszky Z. From plasma to nanoparticles: optical and particle emission of a spark discharge generator. *Nanotechnology*, 2017, vol. 28, no. 47, art. no. 475603. doi: <https://doi.org/10.1088/1361-6528/aa8f84>.
 31. Korytchenko K.V., Essmann S., Markus D., Maas U., Poklonskii E.V. Numerical and Experimental Investigation of the Channel Expansion of a Low-Energy Spark in the Air. *Combustion Science and Technology*, 2019, vol. 191, no. 12, pp. 2136-2161. doi: <https://doi.org/10.1080/00102202.2018.1548441>.
 32. Lo A., Cessou A., Lacour C., Lecordier B., Boubert P., Xu D., Laux C.O., Vervisch P. Streamer-to-spark transition initiated by a nanosecond overvoltage pulsed discharge in air. *Plasma Sources Science and Technology*, 2017, vol. 26, no. 4, art. no. 045012. doi: <https://doi.org/10.1088/1361-6595/aa5c78>.
 33. Mylnikov D., Efimov A., Ivanov V. Measuring and optimization of energy transfer to the interelectrode gaps during the synthesis of nanoparticles in a spark discharge. *Aerosol Science and Technology*, 2019, vol. 53, no. 12, pp. 1393-1403. doi: <https://doi.org/10.1080/02786826.2019.1665165>.
 34. Raizer Yu.P. *Gas Discharge Physics*. Berlin, Springer, 1991. 449 p.
 35. Baranov M.I. A generalized physical principle of development of plasma channel of a high-voltage pulse spark discharge in a dielectric. *Electrical Engineering & Electromechanics*, 2024, no. 1, pp. 34-42. doi: <https://doi.org/10.20998/2074-272X.2024.1.05>.
 36. Korytchenko K.V., Shypul O.V., Samoilenko D., Varshamova I.S., Lisniak A.A., Harbuz S.V., Ostapov K.M. Numerical simulation of gap length influence on energy deposition in spark discharge. *Electrical Engineering & Electromechanics*, 2021, no. 1, pp. 35-43. doi: <https://doi.org/10.20998/2074-272X.2021.1.06>.
 37. *ToupTek*. Download. Режим доступу: <https://www.touptekphotonics.com/download/> (Дата звернення: 28.06.2024).
 38. Mishra P., Pandey C., Singh U., Gupta A., Sahu C., Keshri A. Descriptive statistics and normality tests for statistical data. *Annals of Cardiac Anaesthesia*, 2019, vol. 22, no. 1, pp. 67-72. doi: https://doi.org/10.4103/aca.ACA_157_18.
 39. Arya R., Antonisamy B., Kumar S. Sample Size Estimation in Prevalence Studies. *The Indian Journal of Pediatrics*, 2012, vol. 79, no. 11, pp. 1482-1488. doi: <https://doi.org/10.1007/s12098-012-0763-3>.
 40. Akagawa S., Odagaki T. Geometrical percolation of hard-core ellipsoids of revolution in the continuum. *Physical Review E*, 2007, vol. 76, no. 5, art. no. 051402. doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.76.051402>.
 41. Menzies N.A. An Efficient Estimator for the Expected Value of Sample Information. *Medical Decision Making*, 2016, vol. 36, no. 3, pp. 308-320. doi: <https://doi.org/10.1177/0272989X15583495>.
 42. Wu Z., Yang X., Tu J., Chen X. Optimal consistency and consensus models for interval additive preference relations: A discrete distribution perspective. *Journal of the Operational Research Society*, 2020, vol. 71, no. 9, pp. 1479-1497. doi: <https://doi.org/10.1080/01605682.2019.1621219>.
 43. Бурштынская Х.В., Едунов А.В. Исследование различных статистических критериев при отбраковке ошибочных точек в процессе определения элементов взаимного ориентирования. *Геодезия, картография и аэрофотоъемка*, 1984, № 39. С. 114-118.
 44. Adikaram K.K.L.B., Hussein M.A., Effenberger M., Becker T. Data Transformation Technique to Improve the Outlier Detection Power of Grubbs' Test for Data Expected to Follow Linear Relation. *Journal of Applied Mathematics*, 2015, vol. 2015, art. no. 708948. doi: <https://doi.org/10.1155/2015/708948>.
 45. Zhao Y., Lehman B., Ball R., Mosesian J., de Palma J.-F. Outlier detection rules for fault detection in solar photovoltaic arrays. *2013 Twenty-Eighth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC)*, 2013, pp. 2913-2920. doi: <https://doi.org/10.1109/APEC.2013.6520712>.
 46. Barbato G., Barini E.M., Genta G., Levi R. Features and performance of some outlier detection methods. *Journal of Applied Statistics*, 2011, vol. 38, no. 10, pp. 2133-2149. doi: <https://doi.org/10.1080/02664763.2010.545119>.
 47. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М.: Наука, 1969. 576 с.
 48. Шидловська Н.А., Захарченко С.М., Перекоз А.О. Особливості розподілів за діаметрами отриманих за субмілісекундний тривалості розрядних імпульсів іскроерозійних частинок алюмінію і лунок на поверхні його гранул. *Технічна електродинаміка*, 2021, № 1, С. 10-22. doi: <https://doi.org/10.15407/techned2021.01.010>.
 49. Mitzzenmacher M. A brief history of generative models for power law and lognormal distributions. *Internet Mathematics*, 2004, vol. 1, no. 2, pp. 226-251. doi: <https://doi.org/10.1080/15427951.2004.10129088>.
 50. Cuff V., Lewis A., Miller S.J. The Weibull distribution and Benford's law. *Involve, a Journal of Mathematics*, 2015, vol. 8, no. 5, pp. 859-874. doi: <https://doi.org/10.2140/involve.2015.8.859>.
 51. Kumar R., Gopireddy S.R., Jana A.K., Patel C.M. Study of the discharge behavior of Rosin-Rammler particle-size distributions from hopper by discrete element method: A systematic analysis of mass flow rate, segregation and velocity profiles. *Powder Technology*, 2020, vol. 360, pp. 818-834. doi: <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2019.09.044>.
 52. Franke T.M., Ho T., Christie C.A. The Chi-Square Test: Often Used and More Often Misinterpreted. *American Journal of Evaluation*, 2012, vol. 33, no. 3, pp. 448-458. doi: <https://doi.org/10.1177/1098214011426594>.

53. Кучерявая И.Н. Мультифизические процессы при электроэрозионной обработке токопроводящих гранул. *Технічна електродинаміка*, 2017, № 5, С. 32-38. doi: <https://doi.org/10.15407/techned2017.05.032>.

REFERENCES

1. Gilchuk A., Monastyrsky G. «Core-shell» nanoparticles produced from Ti-Ni-Hf and Ti-Ni-Zr alloys by spark erosion method. *Applied Nanoscience*, 2023, vol. 13, no. 11, pp. 7145-7154. doi: <https://doi.org/10.1007/s13204-023-02864-9>.

2. Jin C.H., Si P.Z., Xiao X.F., Feng H., Wu Q., Ge H.L., Zhong M. Structure and magnetic properties of Cr/Cr₂O₃/CrO₂ microspheres prepared by spark erosion and oxidation under high pressure of oxygen. *Materials Letters*, 2013, vol. 92, pp. 213-215. doi: <https://doi.org/10.1016/j.matlet.2012.10.126>.

3. Berkowitz A.E., Hansen M.F., Parker F.T., Vecchio K.S., Spada F.E., Lavernia E.J., Rodriguez R. Amorphous soft magnetic particles produced by spark erosion. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 2003, vol. 254-255, pp. 1-6. doi: [https://doi.org/10.1016/S0304-8853\(02\)00932-0](https://doi.org/10.1016/S0304-8853(02)00932-0).

4. Aur S., Egami T., Berkowitz A.E., Walter J.L. Atomic Structure of Amorphous Particles Produced by Spark Erosion. *Physical Review B*, 1982, vol. 26, no. 12, pp. 6355-6361. doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.26.6355>.

5. Hong J.L., Parker F.T., Solomon V.C., Madras P., Smith D.J., Berkowitz A.E. Fabrication of spherical particles with mixed amorphous/crystalline nanostructured cores and insulating oxide shells. *Journal of Materials Research*, 2008, vol. 23, no. 06, pp. 1758-1763. doi: <https://doi.org/10.1557/JMR.2008.0199>.

6. Perekos A.E., Chernenko V.A., Bunyaev S.A., Zalutskiy V.P., Ruzhitskaya T.V., Boitsov O.F., Kakazei G.N. Structure and magnetic properties of highly dispersed Ni-Mn-Ga powders prepared by spark-erosion. *Journal of Applied Physics*, 2012, vol. 112, no. 9, art. no. 093909. doi: <https://doi.org/10.1063/1.4764017>.

7. Harrington T., McElfresh C., Vecchio K.S. Spark erosion as a high-throughput method for producing bimodal nanostructured 316L stainless steel powder. *Powder Technology*, 2018, vol. 328, pp. 156-166. doi: <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2018.01.012>.

8. Wang W., Zhu F., Weng J., Xiao J., Lai W. Nanoparticle morphology in a granular Cu-Co alloy with giant magnetoresistance. *Applied Physics Letters*, 1998, vol. 72, no. 9, pp. 1118-1120. doi: <https://doi.org/10.1063/1.120942>.

9. Berkowitz A.E., Walter J.L. Spark Erosion: A Method for Producing Rapidly Quenched Fine Powders. *Journal of Materials Research*, 1987, no. 2, pp. 277-288. doi: <https://doi.org/10.1557/JMR.1987.0277>.

10. Shen B., Inoue A. Fabrication of large-size Fe-based glassy cores with good soft magnetic properties by spark plasma sintering. *Journal of Materials Research*, 2003, vol. 18, no. 9, pp. 2115-2121. doi: <https://doi.org/10.1557/jmr.2003.0297>.

11. Youssef F.S., El-Banna H.A., Elzorba H.Y., Gabal A.M. Application of Some Nanoparticles in the Field of Veterinary Medicine. *International Journal of Veterinary Science and Medicine*, 2019, vol. 7, no. 1, pp. 78-93. doi: <https://doi.org/10.1080/23144599.2019.1691379>.

12. Batsmanova L., Taran N., Konotop Ye., Kalenska S., Novytska N. Use of a Colloidal Solutions of Metal and Metal Oxide-Containing Nanoparticles as Fertilizer for Increasing Soybean Productivity. *Journal of Central European Agriculture*, 2020, no. 2 (21), pp. 311-319. doi: <https://doi.org/10.5513/JCEA01/21.2.2414>.

13. Petrov O., Petrichenko S., Yushchishina A., Mitryasova O., Pohrebennyk V. Electrosark Method in Galvanic Wastewater Treatment for Heavy Metal Removal. *Applied Sciences*, 2020, vol. 10, no. 15, art. no. 5148. doi: <https://doi.org/10.3390/app10155148>.

14. Goncharuk V.V., Shcherba A.A., Zakharchenko S.N., Savluk O.S., Potapchenko N.G., Kosinova V.N. Disinfectant action of the volume electrosark discharges in water. *Khimiia i tehnologija vody*, 1999, vol. 21, no. 3, pp. 328-336. (Rus).

15. Shydlovska N.A., Zakharchenko S.M., Zakharchenko M.F., Mazurenko I.L., Kulida M.A. Physical and Technical-economic Aspects of Modern Methods of Water Treatment for Thermal and Nuclear Power Engineering. *Technical Electrodynamic*, 2022, no. 4, pp. 69-77. (Ukr). doi: <https://doi.org/10.15407/techned2022.04.069>.

16. Zakharchenko S.N., Kondratenko I.P., Perekos A.E., Zalutsky V.P., Kozyrsky V.V., Lopatko K.G. Influence of discharge pulses duration in a layer of iron granules on the size and structurally-phase conditions of its electroerosion particles. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2012, vol. 6, no. 5 (60), pp. 66-72. (Rus).

17. Shydlovska N.A., Zakharchenko S.M., Cherkaskyi O.P. Physical Prerequisites of Construction of Mathematical Models of Electric Resis-

tance of Plasma-erosive Loads. *Technical Electrodynamic*, 2017, no. 2, pp. 5-12. (Ukr) doi: <https://doi.org/10.15407/techned2017.02.005>.

18. Shydlovska N.A., Zakharchenko S.M., Cherkaskyi O.P. The Analysis of Electromagnetic Processes in Output Circuit of the Generator of Discharge Pulses with Non-linear Model of Plasma-erosive Load at Change Their Parameters in Wide Ranges. *Technical Electrodynamic*, 2016, no. 1, pp. 87-95. (Rus). doi: <https://doi.org/10.15407/techned2016.01.087>.

19. Shydlovska N.A., Zakharchenko S.M., Cherkaskyi O.P. Parametric model of resistance of plasma-erosive load, adequate in the wide range of change of applied voltage. *Technical Electrodynamic*, 2017, no. 3, pp. 3-12. (Ukr) doi: <https://doi.org/10.15407/techned2017.03.003>.

20. Shydlovska N.A., Zakharchenko S.N., Cherkaskyi A.P. Nonlinear-parametrical model of electrical resistance of current-carrying granulated mediums for a wide range of applied voltage. *Technical Electrodynamic*, 2014, no. 6, pp. 3-17. (Rus).

21. Zakharchenko S.M., Perekos A.O., Shydlovska N.A., Ustinov A.I., Boytsov O.F., Voynash V.Z. Electrosark Dispersion of Metal Materials. I. Influence of Velocity of Flow of Operating Fluid on Dispersion of Powders. *Metallofizika i Noveishie Tekhnologii*, 2018, vol. 40, no. 3, pp. 339-357 (Rus). doi: <https://doi.org/10.15407/mfint.40.03.0339>.

22. Carrey J., Radousky H.B., Berkowitz A.E. Spark-eroded particles: influence of processing parameters. *Journal of Applied Physics*, 2004, vol. 95, no. 3, pp. 823-829. doi: <https://doi.org/10.1063/1.1635973>.

23. Suprunovska N.I., Shcherba M.A., Roziskulov S.S., Synytsyn V.K. Improving the dynamic characteristics of electric discharge installations, which are significantly distant from the spark-erosion load. *Technical Electrodynamic*, 2022, no. 3, pp. 16-21. doi: <https://doi.org/10.15407/techned2022.03.016>.

24. Kornev I., Saprykin F., Lobanova G., Ushakov V., Preis S. Spark erosion in a metal spheres bed: Experimental study of the discharge stability and energy efficiency. *Journal of Electrostatics*, 2018, vol. 96, pp. 111-118. doi: <https://doi.org/10.1016/j.elstat.2018.10.008>.

25. Gnedenko B.V. *Theory of Probability*. London, Routledge, 1998. 520 p. doi: <https://doi.org/10.1201/9780203718964>.

26. Shydlovska N.A., Zakharchenko S.M., Zakharchenko M.F., Kulida M.A., Zakusilo S.A. Spectral and optic-metric methods of monitoring parameters of plasma channels caused by discharge currents between metals granules in working liquids. *Electrical Engineering & Electromechanics*, 2024, no. 6, pp. 72-83. doi: <https://doi.org/10.20998/2074-272X.2024.6.10>.

27. Kim C.J. Electromagnetic Radiation Behavior of Low-Voltage Arcing Fault. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 2009, vol. 24, no. 1, pp. 416-423. doi: <https://doi.org/10.1109/TPWRD.2008.2002873>.

28. Kozioł M., Nagi Ł., Kunicki M., Urbaniec I. Radiation in the Optical and UHF Range Emitted by Partial Discharges. *Energies*, 2019, vol. 12, no. 22, art. no. 4334. doi: <https://doi.org/10.3390/en12224334>.

29. Kozioł M. Energy Distribution of Optical Radiation Emitted by Electrical Discharges in Insulating Liquids. *Energies*, 2020, vol. 13, no. 9, art. no. 2172. doi: <https://doi.org/10.3390/en13092172>.

30. Kohut A., Ludvigsson L., Meuller B.O., Deppert K., Messing M.E., Galbács G., Geretovszky Z. From plasma to nanoparticles: optical and particle emission of a spark discharge generator. *Nanotechnology*, 2017, vol. 28, no. 47, art. no. 475603. doi: <https://doi.org/10.1088/1361-6528/aa8f84>.

31. Korytchenko K.V., Essmann S., Markus D., Maas U., Poklonskii E.V. Numerical and Experimental Investigation of the Channel Expansion of a Low-Energy Spark in the Air. *Combustion Science and Technology*, 2019, vol. 191, no. 12, pp. 2136-2161. doi: <https://doi.org/10.1080/00102202.2018.1548441>.

32. Lo A., Cessou A., Lacour C., Lecordier B., Boubert P., Xu D., Laux C.O., Vervisch P. Streamer-to-spark transition initiated by a nanosecond overvoltage pulsed discharge in air. *Plasma Sources Science and Technology*, 2017, vol. 26, no. 4, art. no. 045012. doi: <https://doi.org/10.1088/1361-6595/aa5c78>.

33. Mylnikov D., Efimov A., Ivanov V. Measuring and optimization of energy transfer to the interelectrode gaps during the synthesis of nanoparticles in a spark discharge. *Aerosol Science and Technology*, 2019, vol. 53, no. 12, pp. 1393-1403. doi: <https://doi.org/10.1080/02786826.2019.1665165>.

34. Raizer Yu.P. *Gas Discharge Physics*. Berlin, Springer, 1991. 449 p.

35. Baranov M.I. A generalized physical principle of development of plasma channel of a high-voltage pulse spark discharge in a dielectric. *Electrical Engineering & Electromechanics*, 2024, no. 1, pp. 34-42. doi: <https://doi.org/10.20998/2074-272X.2024.1.05>.

36. Korytchenko K.V., Shypul O.V., Samoilenko D., Varshamova I.S., Lisniak A.A., Harbuz S.V., Ostapov K.M. Numerical simulation of gap

- length influence on energy deposition in spark discharge. *Electrical Engineering & Electromechanics*, 2021, no. 1, pp. 35-43. doi: <https://doi.org/10.20998/2074-272X.2021.1.06>.
37. Touptek. Download. Available at: <https://www.touptekphotonics.com/download/> (Accessed: 28 June 2024).
38. Mishra P., Pandey C., Singh U., Gupta A., Sahu C., Keshri A. Descriptive statistics and normality tests for statistical data. *Annals of Cardiac Anaesthesia*, 2019, vol. 22, no. 1, pp. 67-72. doi: https://doi.org/10.4103/aca.ACA_157_18.
39. Arya R., Antonisamy B., Kumar S. Sample Size Estimation in Prevalence Studies. *The Indian Journal of Pediatrics*, 2012, vol. 79, no. 11, pp. 1482-1488. doi: <https://doi.org/10.1007/s12098-012-0763-3>.
40. Akagawa S., Odagaki T. Geometrical percolation of hard-core ellipsoids of revolution in the continuum. *Physical Review E*, 2007, vol. 76, no. 5, art. no. 051402. doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.76.051402>.
41. Menzies N.A. An Efficient Estimator for the Expected Value of Sample Information. *Medical Decision Making*, 2016, vol. 36, no. 3, pp. 308-320. doi: <https://doi.org/10.1177/0272989X15583495>.
42. Wu Z., Yang X., Tu J., Chen X. Optimal consistency and consensus models for interval additive preference relations: A discrete distribution perspective. *Journal of the Operational Research Society*, 2020, vol. 71, no. 9, pp. 1479-1497. doi: <https://doi.org/10.1080/01605682.2019.1621219>.
43. Burshtynska H.V., Yidunov A.V. The study of various statistical criteria in the processing of false points in the process of determining the elements of mutual orientation. *Geodesy, Cartography and Aerial Photography*, 1984, no. 39, pp. 114-118. (Rus).
44. Adikaram K.K.L.B., Hussein M.A., Effenberger M., Becker T. Data Transformation Technique to Improve the Outlier Detection Power of Grubbs' Test for Data Expected to Follow Linear Relation. *Journal of Applied Mathematics*, 2015, vol. 2015, art. no. 708948. doi: <https://doi.org/10.1155/2015/708948>.
45. Zhao Y., Lehman B., Ball R., Mosesian J., de Palma J.-F. Outlier detection rules for fault detection in solar photovoltaic arrays. *2013 Twenty-Eighth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC)*, 2013, pp. 2913-2920. doi: <https://doi.org/10.1109/APEC.2013.6520712>.
46. Barbato G., Barini E.M., Genta G., Levi R. Features and performance of some outlier detection methods. *Journal of Applied Statistics*, 2011, vol. 38, no. 10, pp. 2133-2149. doi: <https://doi.org/10.1080/02664763.2010.545119>.
47. Ventzel E.S. *Theory of Probability*. Moscow, Nauka Publ., 1969. 576 p. (Rus).
48. Shidlovska N.A., Zakharchenko S.M., Perekos A.O. Peculiarities of the diameter distributions obtained at submillisecond duration of discharge pulses spark-erosive aluminum particles and caverns on the surface of its granules. *Technical Electrodynamics*, 2021, no. 1, pp. 10-22. (Ukr). doi: <https://doi.org/10.15407/techned2021.01.010>.
49. Mitzenmacher M. A brief history of generative models for power law and lognormal distributions. *Internet Mathematics*, 2004, vol. 1, no. 2, pp. 226-251. doi: <https://doi.org/10.1080/15427951.2004.10129088>.
50. Cuff V., Lewis A., Miller S.J. The Weibull distribution and Benford's law. *Involve, a Journal of Mathematics*, 2015, vol. 8, no. 5, pp. 859-874. doi: <https://doi.org/10.2140/involve.2015.8.859>.
51. Kumar R., Gopireddy S.R., Jana A.K., Patel C.M. Study of the discharge behavior of Rosin-Rammmler particle-size distributions from hopper by discrete element method: A systematic analysis of mass flow rate, segregation and velocity profiles. *Powder Technology*, 2020, vol. 360, pp. 818-834. doi: <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2019.09.044>.
52. Franke T.M., Ho T., Christie C.A. The Chi-Square Test: Often Used and More Often Misinterpreted. *American Journal of Evaluation*, 2012, vol. 33, no. 3, pp. 448-458. doi: <https://doi.org/10.1177/1098214011426594>.
53. Kucheriava I.M. Multiphysics processes at spark erosion treatment of conducting granules. *Technical Electrodynamics*, 2017, no. 5, pp. 32-38. (Rus). doi: <https://doi.org/10.15407/techned2017.05.032>.

Надійшла (Received) 03.07.2024

Прийнята (Accepted) 20.08.2024

Опублікована (Published) 02.01.2025

How to cite this article:

Shidlovska N.A., Zakharchenko S.M., Zakharchenko M.F., Kulida M.A., Zakusilo S.A., Yakovenko R.A. Distribution of volumes of plasma channels components between metal granules in working liquids. *Electrical Engineering & Electromechanics*, 2025, no. 1, pp. 73-85. doi: <https://doi.org/10.20998/2074-272X.2025.1.10>

Шидловська Наталія Анатоліївна¹, чл.-кор. НАН України, д.т.н., гол.н.с.,

Захарченко Сергій Миколайович¹, д.т.н., пров.н.с.,

Захарченко Микола Федорович², к.х.н.,

Куліда Марія Анатоліївна³, к.вет.н., доц.,

Закусило Сергій Анатолійович¹, аспірант,

Яковенко Роман Андрійович¹, аспірант,

¹ Інститут електродинаміки НАН України,

03057, Київ, пр. Берестейський, 56,

e-mail: snzakhar@ukr.net (Corresponding Author)

² Інститут загальної та неорганічної хімії

ім. В.І. Вернадського НАН України,

03142, Київ, пр. акад. Палладина, 32/34.

³ Національний університет біоресурсів

і природокористування України,

03041, Київ, вул. Виставкова, 16.

N.A. Shidlovska¹, S.M. Zakharchenko¹, M.F. Zakharchenko²,

M.A. Kulida³, S.A. Zakusilo¹, R.A. Yakovenko¹

¹ Institute of Electrodynamics

of the National Academy of Sciences of Ukraine,

56, Prospect Beresteyskyi, Kyiv, 03057, Ukraine.

² V.I. Vernadsky Institute of General and Inorganic Chemistry

of the National Academy of Sciences of Ukraine,

32/34, Prospect Palladina, Kyiv, 03142, Ukraine.

³ National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine,

16, Vystavkova Str., Kyiv, 03041, Ukraine.

Distribution of volumes of plasma channels components between metal granules in working liquids.

Introduction. Expanding the capabilities of a number of modern technologies and improving quality of their products require detailed spark and plasma erosion processes control in metal granules layers (MGL). **Problem.** Traditional measurement of exclusively electrical parameters of these processes, even in the case of multi-electrode systems, provides only a general vision, not allowing monitoring processes in individual plasma channels. Optical control methods make it possible to simultaneously have information about almost every plasma channel in the MGL. The **aim** of the article is to study the characteristic components of plasma channels arising as a result of the flow of discharge currents in the MGL and to establish the laws of distribution of their volumes and their ratios. **Methodology.** During the experiments, photographs of plasma channels resulting from the flow of discharge current pulses between Al granules immersed in distilled water were obtained. Using the specialized ToupView program, the volumes of equivalent ellipsoids of rotation, approximating the colored halos and white cores of the plasma channels were determined. Discrete distributions of the volumes of the halo and cores of plasma channels, as well as their ratios were constructed both with and without procedures for screening out «anomalous» results. The efficiency of approximation of discrete distributions obtained in practice by continuous theoretical distributions Weibull, Rosin-Rammmler and log-normal was estimated. **Results.** It is shown that of all the considered theoretical distributions of halo and cores of plasma channels volumes, as well as their ratios, the most adequate is the log-normal one. **Originality.** For the first time distributions of volumes of halo and cores of plasma channels were studied and their comparative analysis with the size distributions of erosion particles and dimples on the surface of Al granules was given. **Practical significance.** Taking into account the new obtained results, a technique for constructing distributions of volumes of halo and cores of plasma channels and determining their parameters has been developed. References 53, figures 7, tables 5.

Key words: plasma channels, spark, discharge current, statistical distributions, metal granules, erosion particles.