



УДК 519.3

А.С. Апарцин, д-р физ.-мат. наук, **И.В. Сидлер**, канд. техн. наук,
Ин-т систем энергетики им. Л.А. Мелентьева СО РАН
(Россия, 664033, Иркутск, Лермонтова, 130,
тел. (3952) 426796, e-mail: apartsyn@isem.sei.irk.ru)

Интегральные модели развития систем электроэнергетики с учетом старения оборудования электростанций*

Предложены три типа интегральных моделей развивающейся системы, основанные на различных гипотезах о динамике старения ее элементов. Приведены результаты расчетов, связанных с исследованием стратегий развития электроэнергетической системы России на перспективу до 2050 года.

Запропоновано три типа інтегральних моделей розвитку системи, що розвивається, основані на різних гіпотезах про динаміку старіння її елементів. Наведено результати розрахунків, пов'язаних з дослідженням стратегій розвитку електроенергетичної системи Росії на перспективу до 2050 року.

Ключевые слова: интегральные модели развивающихся систем, уравнения Вольтерры I рода, электроэнергетическая система России.

В [1] В.М. Глушковым впервые для построения математической модели развивающейся (макроэкономической) системы введены интегральные операторы Вольтерры с переменными верхним и нижним пределами интегрирования, в которых ядро отражает эффективность функционирования элементов системы, а нижний предел определяет динамику замены устаревших элементов новыми. Подобные модели, всесторонне исследованные в [2, 3], нашли применение в различных приложениях [4].

В [5—9] на основе односекторного варианта модели В.М. Глушкова рассмотрена задача определения долгосрочных стратегий развития электроэнергетической системы (ЭЭС), которая сводится (без процедуры опти-

* Работа поддержана РФФИ, грант № 12-01-00722а. Авторы благодарят В.В. Труфанова за предоставленные данные.

мизации развития ЭЭС по некоторому экономическому критерию) к решению интегрального уравнения Вольтерры I рода

$$\int_{a(t)}^t K(t, s) x(s) ds = y(t), t \in [0, T], \quad (1)$$

где ядро $K(t, s)$ — коэффициент эффективности использования в момент времени t введенной ранее в момент s генерирующей мощности $x(s)$; $t - a(t)$ — максимальный срок службы элементов системы; $y(t)$ — экспертно задаваемая располагаемая мощность ЭЭС.

Если $a(0) < 0$, то для замыкания (1) необходимо задание «предыстории» системы: $x(t) \equiv x_0(t), t \in [a(0), 0)$. Этот случай рассмотрен в [5—9]. Если считать, что начало моделирования совпадает с моментом возникновения самой системы (для ЭЭС России за начало отсчета (0) можно принять один из послевоенных годов, например, 1950 г., характеризующийся резким ростом введенных мощностей по сравнению с предыдущими), то в уравнении (1) $a(0) = 0$.

Поскольку в стандартных уравнениях Вольтерры переменным является только верхний предел интегрирования, будем называть уравнения типа (1), следуя терминологии [10], неклассическими. В последнее время (см., например, [11, 12]) начата разработка теории и численных методов решения интегрального уравнения

$$Vx = \sum_{i=1}^n V_i x \equiv \sum_{i=1}^n \int_{a_i(t)}^{a_{i-1}(t)} K_i(t, s) x(s) ds = y(t), t \in [0, T], \quad (2)$$

$$a_i(0) = 0, a_0(t) \equiv t, a_n(t) \equiv 0,$$

которое является обобщением уравнения (1) ((2) переходит в (1) при $n = 1$).

Три типа моделей. 1. Пусть $[0, T]$ — отрезок моделирования развивающейся системы, а T^* — средний срок жизни ее элементов, $T^* \ll T$. Разобьем элементы на n возрастных групп $M_i, i = \overline{1, n}$, в соответствии с (2), считая, что $x(s) \in M_i$, если $t - s \in \Omega_i = [t - a_{i-1}(t), t - a_i(t)]$. Если в пределах одной возрастной группы коэффициент эффективности от s не зависит, то $K_i(t, s) \equiv \beta_i(t) > 0$, при этом $\beta_i(t) \geq \beta_{i+1}(t), i = \overline{1, n}$. Например, для ЭЭС можно принять $\beta_i(t) = 1 - \gamma_i(t)$, где $\gamma_i(t) \in [0, 1]$ — доля мощностей i -й группы, выведенных из эксплуатации, так что $1 \equiv \beta_1(t) \geq \dots \geq \beta_n(t) \geq 0$.

В зависимости от предположений о механизме старения элементов системы можно получить различные типы моделей. Допустим, например, что от начала возникновения системы и до некоторого момента $T_1 < T^*$ все элементы функционируют максимально эффективно и принадлежат груп-

пе $M_1, \Omega_1 = [0, T_1)$, а остальные группы пусты, т.е. $a_i(t) = 0, t \in \Omega_1, i = \overline{1, n}$. При этом уравнение (2) примет вид

$$\beta_1(t) \int_0^t x(s) ds = y(t), t \in \Omega_1.$$

Предположим далее, что возрастные границы Ω_i , определяющие группы M_i , не зависят от t , а $a_i(T_i) = 0$. Из этого следует, что

$$a_i(t) = \begin{cases} 0, & t \in [0, T_i), \\ t - T_i, & t \in \Omega_i, \end{cases} \quad i = \overline{1, n-1},$$

и функцию $\bar{x}(t), t \in [0, T]$, описывающую динамику развития системы, определяет совокупность n уравнений

$$\sum_{i=1}^{k-1} \beta_i(t) \int_{t-T_i}^{t-T_{i-1}} x(s) ds + \beta_k(t) \int_0^{t-T_{k-1}} x(s) ds = y(t),$$

$$t \in \Omega_k = [T_{k-1}, T_k), k = \overline{1, n}. \quad (3)$$

Как показано в [13], если $y(t)$ — непрерывно дифференцируемая функция и $y(0) = 0$, то решением уравнения (3) является кусочно-непрерывная на $[0, T] = \bigcup_{k=1}^n \Omega_k$ функция $\bar{x}(t)$. При этом число точек разрыва зависит от соотношения величин $l_k = T_k - T_{k-1}, k = \overline{1, n-1}, T_0 = 0, T_n = T$. Установлено, что в случае, характерном для ЭЭС, $n = 4, l_1 > l_2 > l_3$, при $T_3 < T \leq 2T_3$ число точек разрыва не превышает десяти, а при $l_1 = l_2 + l_3$ оно равно семи.

Существенным является тот факт, что при $\beta_i(t) = \beta_i = \text{const}$ совокупность уравнений (3) эквивалентна цепочке функциональных уравнений

$$x(t) = y(t) + \sum_{i=1}^{k-1} (\beta_i - \beta_{i+1}) x(t - T_i), \quad t \in \Omega_k, \quad k = \overline{1, n}.$$

2. Рассмотрим второй тип моделей. Пусть непрерывные функции $a_i(t)$ удовлетворяют неравенствам

$$t \equiv a_0(t) > a_1(t) > \dots > a_n(t) \equiv 0, t > 0, a_i(0) = 0, i = \overline{1, n}. \quad (4)$$

Строгие неравенства означают, что, в отличие от случая 1, ни одно из множества групп M_i не является пустым при $t > 0$. Допустим, что от мо-

мента возникновения системы до некоторого момента $T_1 < T^*$ все элементы, несмотря на принадлежность к разным возрастным группам, функционируют максимально эффективно, так что $\beta_i(t) = \beta_1(t) = 1, i = \overline{2, n}$, при $t \in [0, T_1)$, и, следовательно, уравнение (2), как и в модели первого типа, имеет вид

$$\int_0^t x(s) ds = y(t), \quad t \in [0, T_1).$$

Если при $t = T_1$ функции $\beta_i(t), i = \overline{2, n}$, претерпевают разрыв первого рода, $\beta_i(t) = \beta_2(t) < 1, i = \overline{3, n}, t \geq T_1$, то согласно (2)

$$\int_{a_1(t)}^t x(s) ds + \beta_2(t) \int_0^{a_1(t)} x(s) ds = y(t), \quad t \in [T_1, T_2).$$

Вообще, если при $t \geq T_{k-1}$ $\beta_i(t) = \beta_k(t) < \beta_{k-1}(t), i = \overline{k+1, n}$, то из (2) следует

$$\sum_{i=1}^{k-1} \beta_i(t) \int_{a_i(t)}^{a_{i-1}(t)} x(s) ds + \beta_k(t) \int_0^{a_{k-1}(t)} x(s) ds = y(t), \quad t \in [T_{k-1}, T_k), k = \overline{1, n}. \quad (5)$$

В [13] показано, что, поскольку теперь $a_i(T_i) \neq 0$, решение (5) при $t \in [T_{k-1}, T_k)$ принадлежит классу δ -функций с разрывом второго рода в точках T_{k-1} . Это не позволяет применять операцию дифференцирования для перехода к функциональному уравнению, как в случае 1, хотя расположение точек разрыва сохраняется неизменным.

3. Отличие моделей третьего типа от двух предыдущих заключается в том, что не только функции $a_i(t), i = \overline{0, n}$, удовлетворяют условию (4), обеспечивающему непустоту всех возрастных групп M_i при $t > 0$, но и для функций $\beta_i(t)$ выполняются строгие неравенства

$$1 \equiv \beta_1(t) > \beta_2(t) > \dots > \beta_n(t) \equiv 0, \quad t \in [0, T]. \quad (6)$$

Условие (6) означает, что с момента возникновения системы развивается процесс разделения ее элементов на группы с разными показателями эффективности, или в данном случае, с разной скоростью старения элементов системы. Следовательно, (2) порождает модель, описываемую уравнением

$$\sum_{i=1}^n \beta_i(t) \int_{a_i(t)}^{a_{i-1}(t)} x(s) ds = y(t), \quad t \in [0, T], \quad (7)$$

где непрерывно дифференцируемые на отрезке $[0, T]$ функции $a_i(t)$ и $\beta_i(t)$ удовлетворяют соответственно условиям (4) и (6).

В [14] приведены достаточные условия существования и единственности решения (2) в пространстве $C_{[0, T]}$, при этом длина отрезка $[0, T]$, вообще говоря, не может быть произвольной. Локальность существования непрерывного решения является типичным свойством полиномиальных уравнений Вольтерры I рода [15—17]. Следует заметить, что это свойство характерно и для линейных неклассических уравнений (2), если условие (6) нарушается. При этом для гарантированной оценки снизу величины T важную роль, как и в полиномиальном случае, играет функция Ламберта [18].

Применение неклассических уравнений Вольтерры I рода для моделирования стратегий развития ЭЭС. Приведем результаты применения модели первого типа для анализа развития современной ЭЭС России с учетом старения оборудования электростанций. За нуль принимаем показатели 1950 г., поскольку суммарная мощность самого старого оборудования, введенного по 1950 г. включительно, составляет лишь 1,2 % всей установленной мощности электростанций России.

В модели (3) примем $T_1 = 30$, $T_2 = 50$, $T_3 = 60$, $T = 100$ (лет) и определим с ее помощью стратегии ввода новых мощностей, начиная с 2010 г. по 2050 г. включительно, которые обеспечивают заданные темпы роста располагаемой мощности $y(t)$. Согласно (3) получаем следующее уравнение:

$$\int_{t-30}^t x(s) ds + \beta_2(t) \int_{t-50}^{t-30} x(s) ds + \beta_3(t) \int_{t-60}^{t-50} x(s) ds = y(t), \quad t \in [60, 100]. \quad (8)$$

Поскольку под $x(s)$ понимается генерирующая мощность, введенная в момент времени s , ее возраст равен $t-s$. Результаты расчетов, проведенных по (8) при экспертно заданных параметрах $\beta_2 = 0,97$, $\beta_3 = 0,9$ [13], показали, что для обеспечения ежегодного 2%-го роста мощности $y(t)$ за период с 2010 по 2020 г. требуется суммарно ввести 76,6 ГВт. Практически такие же объемы вводов (76,1 ГВт) запланированы министерством энергетики России [19].

Новые данные о вводах за период с 2010 по 2013 г. [19, 20], свидетельствующие о заметном приросте располагаемой мощности $y(t)$, позволили сделать новые расчеты на период с 2014 по 2050 г.

На рис. 1 (см. вклейку) приведены данные о вводах мощностей ЭЭС России на предыстории (с 1950 по 2013 г.) и на прогнозном периоде (с 2014 по 2050 г.), а на рис. 2 — их распределение по возрастным группам.

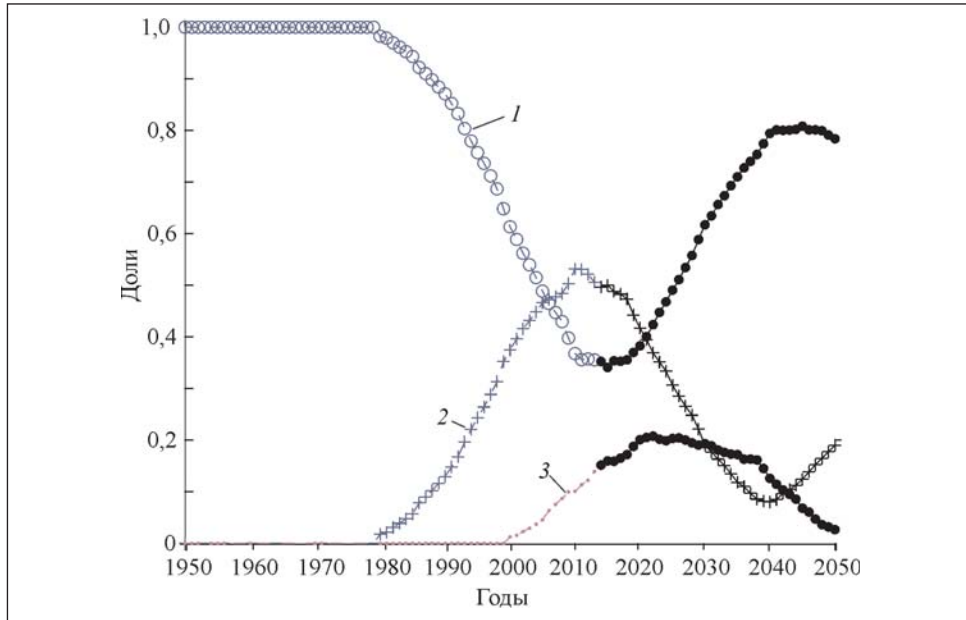


Рис. 2. Распределение ввода мощностей ЭЭС России по срокам службы: 1 — до 30 лет; 2 — от 31 до 50 лет; 3 — от 51 до 60 лет; ○ — предыстория; ● — прогнозный период

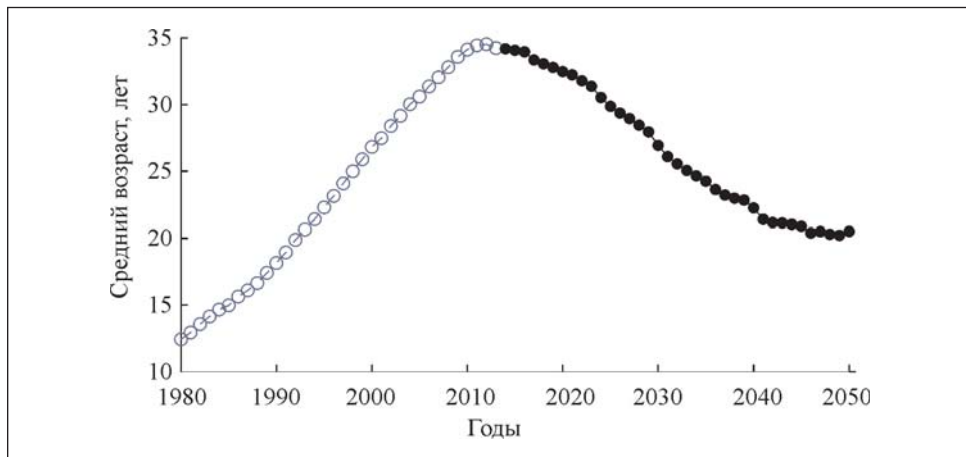


Рис. 3. Кривая вводов мощностей согласно разработанной модели: ○ — предыстория; ● — прогнозный период

Из рис. 2 видно, что полученная динамика вводов мощностей позволяет преодолеть тенденцию старения оборудования после 2020 г. Как видно из рис. 3, в случае реализации прогнозных значений вводов согласно разработанной модели средний возраст генерирующего оборудования снизится с 35 лет в 2010 г. до 32 лет в 2020 г. и до 21 года к 2050 г.

На рис. 4 (см. вклейку) представлена диаграмма ввода мощностей с 2010 по 2020 г., где синим цветом указаны результаты, рассчитанные по модели первого типа, розовым цветом — фактические данные с 2009 по 2013 г., желтым — результаты нового расчета на 2014 — 2020 гг.

Выводы

Описанные три типа интегральных моделей развивающейся системы по-разному учитывают динамику старения ее элементов. Полученные результаты расчетов по модели первого типа для ЭЭС России позволяют проанализировать стратегию уменьшения среднего возраста генерирующего оборудования с учетом позитивной тенденции последних лет.

The paper proposes three types of integral models of the developing system that are based on various hypotheses about the dynamics of ageing of the system elements. The authors present the numerical results related to studies of development strategy of electric power system of Russia for the period until 2050.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глушков В.М. Об одном классе динамических макроэкономических моделей // Управляющие системы и машины. — 1977. — № 2. — С. 3—6.
2. Глушков В.М., Иванов В.В., Яценко В.М. Моделирование развивающихся систем. — М.: Наука, 1983. — 350 с.
3. Яценко Ю. П. Интегральные модели систем с управляемой памятью. — Киев: Наук. думка, 1991. — 218 с.
4. Hritonenko N., Yatsenko Yu. Applied Mathematical Modelling of Engineering Problems. — Boston/London/Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2003. — 308 p.
5. Апарцин А.С., Маркова Е.В., Труфанов В.В. Интегральные модели развития электроэнергетических систем: Препринт № 1 / Иркутск: ИСЭМ СО РАН, 2002. — 36 с.
6. Апарцин А.С., Караулова И.В., Маркова Е.В., Труфанов В.В. Применение интегральных уравнений Вольтерры для моделирования стратегий технического перевооружения электроэнергетики // Электричество. — 2005. — № 10. — С. 69—75.
7. Иванов Д.В., Караулова И.В., Маркова Е.В., Труфанов В.В. и др. Численное решение задачи управления развитием электроэнергетической системы // АиТ. — 2004. — № 3. — С. 125—136.
8. Караулова И.В., Маркова Е.В. Задача оптимального управления развитием электроэнергетической системы // там же. — 2008. — № 4. — С. 101—108.
9. Маркова Е.В., Сидлер И.В., Труфанов В.В. О моделях развивающихся систем типа Глушкова и их приложениях в электроэнергетике // там же. — 2011. — № 7. — С. 20—28.
10. Апарцин А.С. Неклассические уравнения Вольтерры I рода: теория и численные методы. — Новосибирск: Наука, 1999. — 193 с.

11. Сидоров Д.Н. О разрешимости уравнений Вольтерры I рода с кусочно-непрерывными ядрами в классе обобщенных функций // Изв. Иркутского гос. ун-та. Сер. Математика. — 2012. — 5, — № 1. — С. 80—95.
12. Messina E., Russo E., Vecchio A. A Stable Numerical Method for Volterra Integral Equations with Discontinuous Kernel // J. Math. Anal. Appl. — 2008. — Vol. 337. — P. 1383—1393.
13. Апарцин А.С., Сидлер И.В. Применение неклассических уравнений Вольтерры I рода для моделирования развивающихся систем // АиТ. — 2013. — № 6. — С. 3—16.
14. Apartsyn A.S. On the Theory of Non-Classical Volterra Equations of the First Kind // Book of Abstracts 4 «Inverse Problems, Design and Optimization Symposium». — Albi, France. — June 26—28, 2013. — P. 181.
15. Апарцин А.С. О полилинейных уравнениях Вольтерры I рода // АиТ. — 2004. — № 2. — С. 118 — 125.
16. Апарцин А.С. О сходимости численных методов решения билинейного уравнения Вольтерры I рода // ЖВМиМФ. — 2007. — № 8. — С. 1380 — 1388.
17. Апарцин А.С. Полилинейные уравнения Вольтерры и некоторые задачи управления // АиТ. — 2008. — № 4. — С. 3 — 16.
18. Апарцин А.С. Полиномиальные интегральные уравнения Вольтерры I рода и функция Ламберта // Труды ин-та математики и механики УрО РАН. — 2012. — 18, № 1. — С. 69 — 81.
19. Презентация доклада министра энергетики РФ А.В. Новака на совещании у председателя Правительства РФ Д.А. Медведева «О модернизации Российской электроэнергетики до 2020 года» // Минэнерго РФ. — 2012. [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://minenergo.gov.ru/press/doklady/>.
20. Презентация доклада А. Новака «Итоги работы ТЭК России в 2013 году. Задачи на среднесрочную перспективу». Минэнерго РФ. — 2014. [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://minenergo.gov.ru/press/doklady/>.

Поступила 03.02.14

АПАРЦИН Анатолий Соломонович, д-р физ.-мат. наук, гл. науч. сотр. Ин-та систем энергетики им. Л.А. Мелентьева СО РАН (г. Иркутск). В 1965 г. окончил Московский госуниверситет им. М.В. Ломоносова. Область научных исследований — обратные и некорректно поставленные задачи, интегральные уравнения, численные методы, математические модели динамических систем в энергетике.

СИДЛЕР Инна Владимировна, канд. техн. наук, ст. науч. сотр. Ин-та систем энергетики им. Л.А. Мелентьева СО РАН (г. Иркутск). В 1989 г. окончила Иркутский госуниверситет. Область научных исследований — обратные и некорректно поставленные задачи, интегральные уравнения, численные методы, математические модели динамических систем в энергетике.

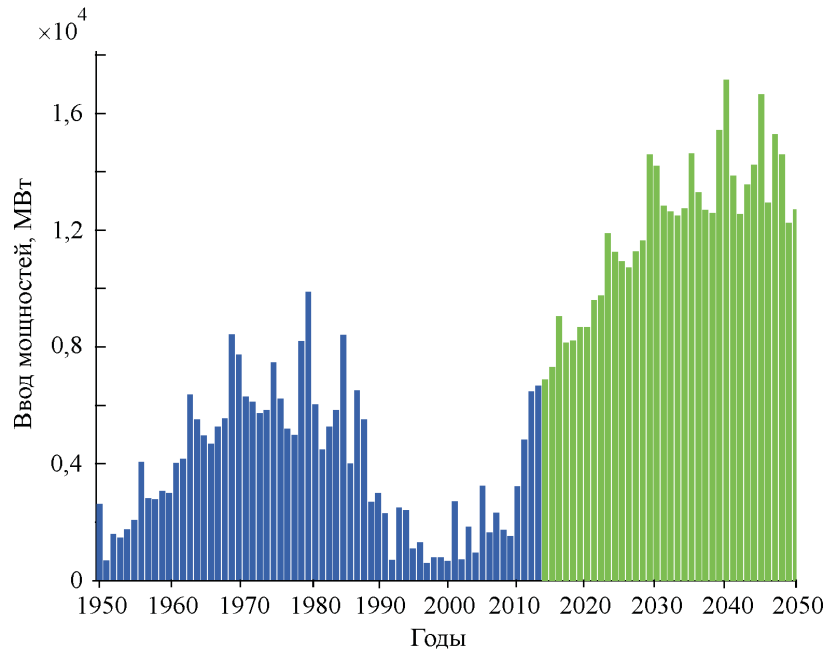


Рис. 1. Диаграмма ввода мощностей ЭЭС России с 1950 по 2013 г. (синий цвет) и прогноз на период с 2014 по 2050 г. (зеленый цвет)

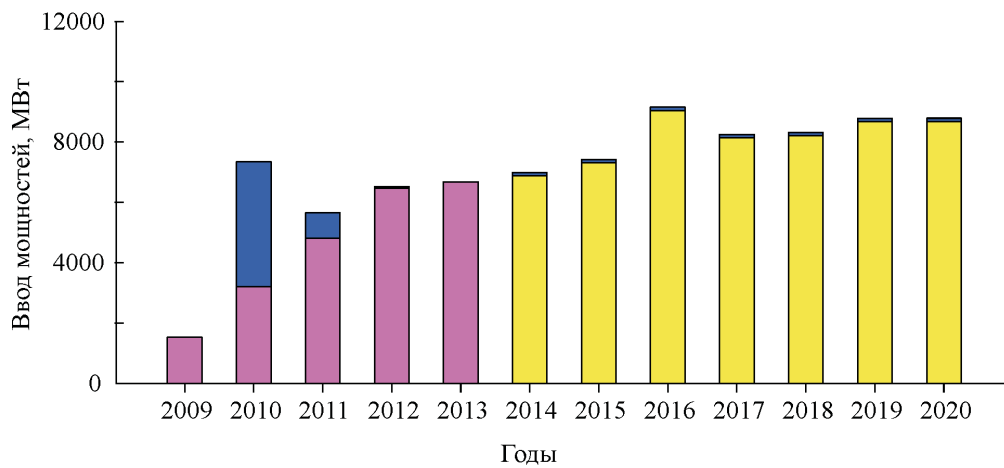


Рис. 4. Диаграмма ввода мощностей с 2010 по 2020 г.