
УДК 004.923

Ю.Н. Груц, канд. техн. наук
Ин-т проблем моделирования
в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины
(Украина, 03164, Киев, ул. Генерала Наумова, 15,
тел. (044) 2747991, e-mail: gyn@voliacable.com)

Стереоператоры для 3D-систем, содержащих зеркало

Предложены прямой и обратный стереоператоры постоянного ракурса для двух видов 3D-систем, содержащих плоское зеркало. Определены условия и координаты места расположения наблюдателя перед зеркалом, удовлетворяющие требованиям эквивалентности визуализации в стереосистемах с зеркалом и без него. Получены математические зависимости для вычисления компонент вектора постоянного ракурса.

Запропоновано прямий та зворотній стереоператори постійного ракурсу для двох видів 3D-систем, які містять плоске дзеркало. Визначено умови та координати розташування спостерігача перед дзеркалом, які задовольняють вимогам еквівалентності відеоспостереження в системах с дзеркалом та без нього. Отримано математичні залежності для обчислювання компонент вектора постійного ракурсу.

Ключевые слова: теория стереопреобразования, стереоператоры, зеркальные 3D-системы.

Среди стереоскопических 3D видеосистем особое место занимают системы, содержащие зеркала. Проектируются системы с зеркалами различного назначения: плоскими [1—3] и зеркалами особой формы — сферическими [4], параболическими [5], эллиптическими [6], гиперболическими [7]. Интерес к системам, содержащим зеркала, обусловлен тем, что изображение в зеркале обладает уникальным свойством — оно не материально. Это свойство является незаменимым и решающим, когда речь идет о создании истинно объемных безочковых многоракурсных систем визуализации информации [8—10].

Будем рассматривать стереосистемы, содержащие плоские зеркала, на основе теории стереопреобразования [11], в основу которой положено понятие о паре взаимобратных операторов стереопреобразования: прямом и обратном. Прямой стереоператор постоянного ракурса $S_0\{X, Y, Z\} \rightarrow (x_l, x_r, y)$ предназначен для формального перевода информации из трехмерного

© Ю.Н. Груц, 2014

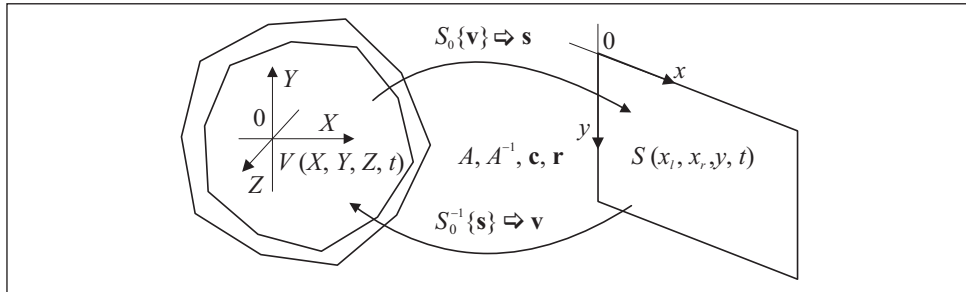


Рис. 1. Схема стереопреобразования

пространства в стереоплоскость, а обратный стереооператор постоянного ракурса $S_0^{-1}\{x_l, x_r, y\} \rightarrow (X, Y, Z)$ используется для преобразования информации из стереоскопического вида в трехмерный (рис. 1).

Прямой стереооператор постоянного ракурса $S_0\{\}$ реализуется с помощью следующей математической зависимости: $\mathbf{s} = A(\mathbf{V} + \mathbf{c}) / (z_0 - Z - \dot{z})$. Здесь \mathbf{s} — искомый вектор стереокоординат; \mathbf{V} — вектор пространственных координат произвольной точки, находящейся в зоне стереовидения; \mathbf{c} — вектор смещения мировой и экранной систем координат; A — матрица параметров преобразования из трехмерного пространства в стереоплоскость,

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} x_l \\ x_r \\ y \end{bmatrix}, \quad \mathbf{V} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} z_0 & 0 & a - x_0 \\ z_0 & 0 & -a - x_0 \\ 0 & -z_0 & -y_0 \end{bmatrix},$$

где a — половина базиса стереовидения. Компоненты вектора постоянного ракурса \mathbf{r}_0 определяют позицию переносицы наблюдателя перед экранной плоскостью стереомонитора в экранной системе координат:

$$\mathbf{r}_0 = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix}.$$

Обратный стереооператор постоянного ракурса $S_0^{-1}\{\}$ определяется из выражения $\mathbf{V} = (z_0 - Z - \dot{z})A^{-1}\mathbf{s} - \mathbf{c}$, где A^{-1} — обратная матрица,

$$A^{-1} = (2az_0)^{-1} \begin{bmatrix} a + x_0 & a - x_0 & 0 \\ -y_0 & y_0 & -2a \\ z_0 & -z_0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Предложенный подход, основанный на применении формальных стереооператоров, достаточно эффективен для традиционных, беззеркальных

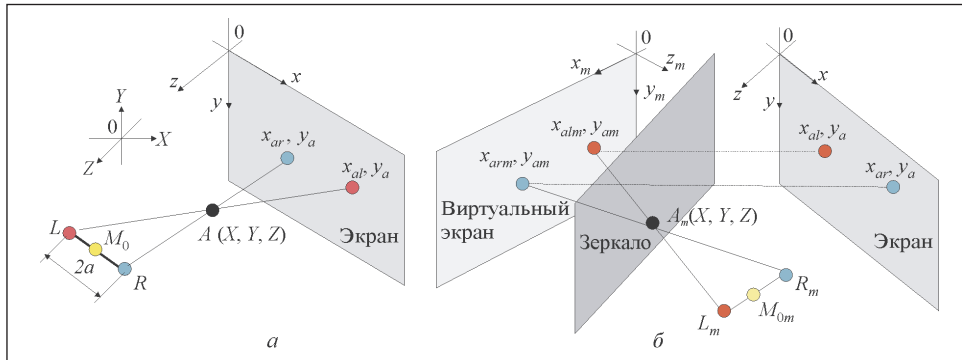


Рис. 2. Обычная стереосистема (а) и стереосистема с зеркалом (б)

стереосистем. Были поставлены и решены многие задачи, связанные с анализом, синтезом и применением 3D-систем различной конфигурации [12—14]. В рассматриваемой стереосистеме, наблюдатель смотрит на стереоскопический экран не прямо, как это принято в традиционных системах (рис. 2, а), а через его отражение в зеркале (рис. 2, б). Все константы, относящиеся к системе с зеркалом, имеют индекс m . Так, L_m — позиция левого глаза наблюдателя, смотрящего в зеркало, R_m — позиция его правого глаза, M_{0m} — позиция переносицы наблюдателя, смотрящего в зер-

кало, определяемая вектором постоянного ракурса $\mathbf{r}_{0m} = \begin{bmatrix} x_{0m} \\ y_{0m} \\ z_{0m} \end{bmatrix}$.

Постановка задачи. 1. Найти условия расположения наблюдателя между экраном и зеркалом, удовлетворяющие требованиям эквивалентности стереонаблюдения в системах с зеркалом и без него. Наблюдатель, находящийся в точке M_{0m} , должен видеть искомый стереообраз по отношению к виртуальному экрану точно так же, как наблюдатель, находящийся в точке M_0 , видел бы тот же стереообраз по отношению к реальному экрану.

2. Найти соотношения для определения экранных координат вектора \mathbf{r}_{0m} .

3. Найти прямые и обратные стереоператоры постоянного ракурса для систем с зеркалом.

Не ограничивая общности рассуждений, положим, что вектор сдвига мировой системы координат и экранной равен нулю, т.е. $\mathbf{c} = 0$.

Решение задачи. Вначале рассмотрим случай, когда экран расположен справа от наблюдателя, зеркало — слева, а угол между экранной плоскостью и зеркальной поверхностью $\alpha = 45^\circ$. Наблюдатель видит в зеркале отражение экрана как виртуальный экран (рис. 3). Для удовлетворения

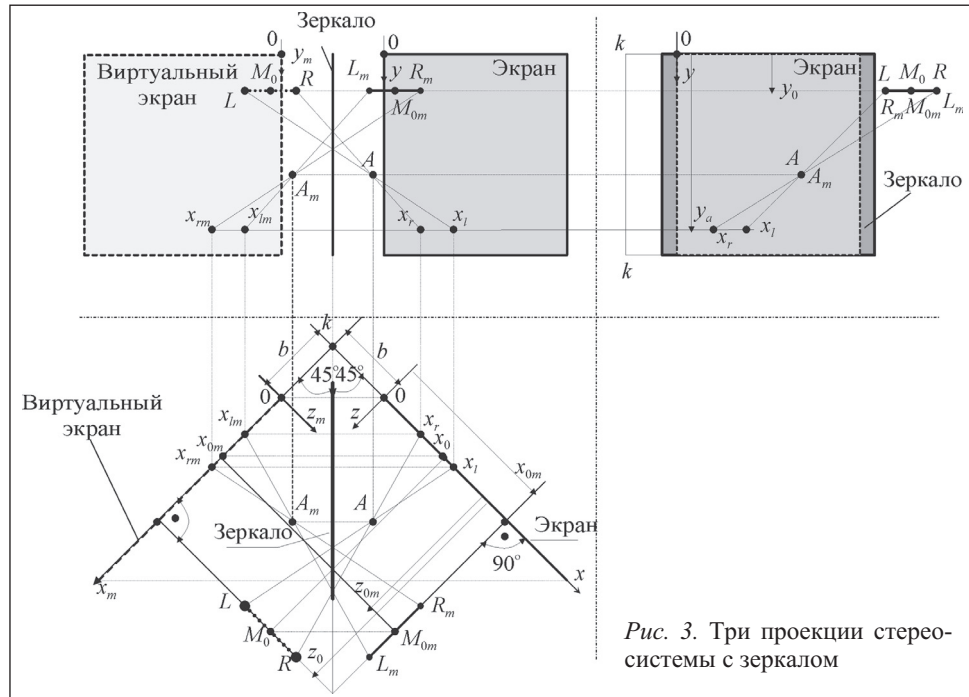


Рис. 3. Три проекции стереосистемы с зеркалом

указанных выше условий эквивалентности необходимо и достаточно выполнить следующие требования:

- 1) позиция наблюдателя в системе с зеркалом, точка M_{0m} , должна быть расположена симметрично относительно позиции наблюдателя в системе без зеркала, а точка M_0 — относительно плоскости зеркала;
- 2) базисы стереовидения ($2a$) в обоих случаях должны быть одинаковыми;
- 3) отрезок прямой, соединяющей зрачки глаз наблюдателя в системе с зеркалом ($L_m - R_m$), должен быть параллелен плоскости виртуального экрана;
- 4) левый глаз наблюдателя системы с зеркалом (L_m) должен находиться строго напротив правого глаза наблюдателя в системе без зеркала (R) и аналогично, правый глаз (R_m) — напротив левого глаза (L);
- 5) левая (x_l, y) и правая (x_r, y) стереопары произвольной точки стереообраза, например точки A на рис. 3, на экране должны поменяться местами.

Следствием п. 5 является тот факт, что в матрице прямого стереооператора постоянного ракурса для системы с зеркалом A_m первая и вторая строки меняются местами в отличие от матрицы A для системы без зеркала. Поэтому выражение для прямого стереооператора постоянного ракурса в случае системы с зеркалом имеет вид

$$s_m = A_m(\mathbf{V}) / (z_0 - Z), \quad (1)$$

где A_m — квадратная матрица,

$$A_m = \begin{bmatrix} z_0 & 0 & -a-x_0 \\ z_0 & 0 & a-x_0 \\ 0 & -z_0 & -y_0 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

или $x_{lm} = (Xz_0 + Z(a+x_0))(z_0 - Z)^{-1}$, $x_{rm} = (Xz_0 + Z(a-x_0))(z_0 - Z)^{-1}$, $y_m = (Yz_0 + Zy_0)(Yz_0)^{-1}$. Умножив левую и правую части (1) на обратную матрицу A_m^{-1} , после преобразования получим выражение, описывающее обратный стереоператор постоянного ракурса для системы с зеркалом:

$$\mathbf{V} = (z_0 - Z) A_m^{-1} \mathbf{s}_m, \quad A_m^{-1} = (\det A_m)^{-1} \dot{A}_m, \quad (3)$$

где \dot{A}_m — союзная матрица, имеющая определитель $\det A_m = 2az_0^2$,

$$\dot{A}_m = \begin{bmatrix} \det \begin{bmatrix} 0 & z_0 \\ a-x_0 & -y_0 \end{bmatrix} & -\det \begin{bmatrix} 0 & -z_0 \\ -a-x_0 & -y_0 \end{bmatrix} & \det \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -a-x_0 & a-x_0 \end{bmatrix} \\ -\det \begin{bmatrix} z_0 & 0 \\ a-x_0 & -y_0 \end{bmatrix} & \det \begin{bmatrix} z_0 & 0 \\ -a-x_0 & -y_0 \end{bmatrix} & -\det \begin{bmatrix} z_0 & z_0 \\ -a-x_0 & a-x_0 \end{bmatrix} \\ \det \begin{bmatrix} z_0 & 0 \\ 0 & -z_0 \end{bmatrix} & -\det \begin{bmatrix} z_0 & 0 \\ 0 & -z_0 \end{bmatrix} & \det \begin{bmatrix} z_0 & z_0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix}.$$

После подстановки окончательно получим

$$A_m^{-1} = (2az_0)^{-1} \begin{bmatrix} a-x_0 & a+x_0 & 0 \\ y_0 & -y_0 & -2a \\ -z_0 & -z_0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Таким образом, получены формулы для вычисления прямого (1), (2) и обратного (3), (4) стереоператоров постоянного ракурса в случае системы, содержащей зеркало, расположенное под углом 45° относительно плоскости экрана, находящегося справа от наблюдателя. При этом компоненты вектора стереоракурса для системы с зеркалом \mathbf{r}_{0m} легко определить с помощью заданных координат вектора \mathbf{r}_0 (см. рис. 3), если задана конструкционная константа b , численно равная отрезку прямой, лежащей вдоль оси Ox , от начала координат до точки пересечения с плоскостью зеркала:

$$\mathbf{r}_{0m} = \begin{bmatrix} x_{0m} = z_0 - b \\ y_{0m} = y_0 \\ z_{0m} = x_0 + b \end{bmatrix}.$$

Теперь рассмотрим стереосистему, в которой стереоэкран, находящийся справа от наблюдателя, расположен под произвольным острым углом α (рис. 4). При этом следует заметить, что требования к расположе-

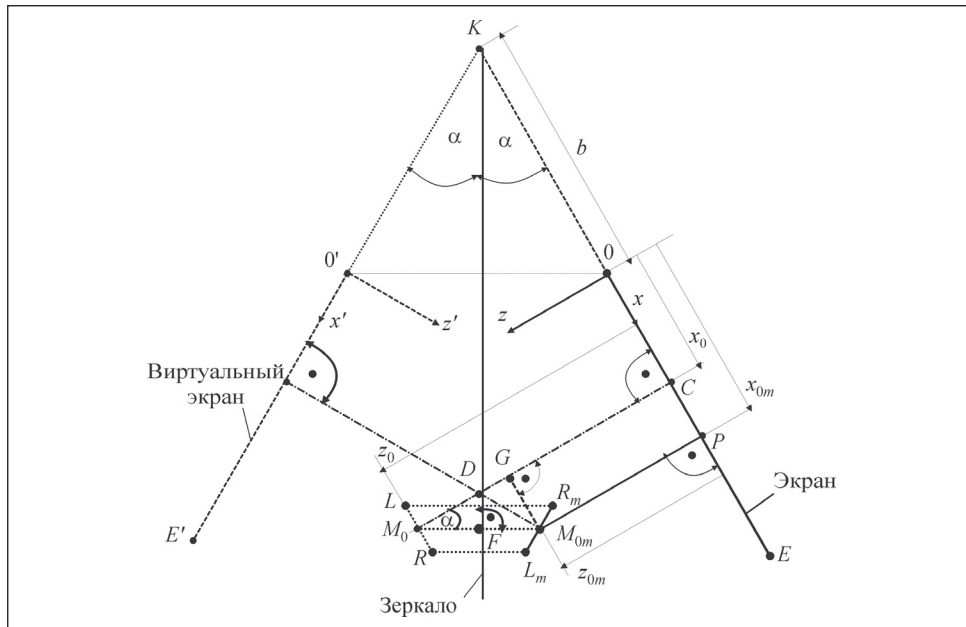


Рис. 4. Произвольный угол между зеркалом и экраном в случае, когда экран справа: $O-E$ — проекция экрана на плоскость xoz ; $O'-E'$ — проекция виртуального экрана на плоскость xoz ; $K-F$ — проекция зеркала на плоскость xoz ; точкой внутри дуги обозначены прямые углы; x_0 и z_0 — отрезки соответственно $O-C$ и $C-M_0$; базис стереовидения равен 2α ; линия $L-R$ параллельна $O-P$; линия L_m-R_m параллельна $O'-E'$

нию наблюдателя, указанные выше, остаются прежними, без изменений остаются и формулы (1)–(4). Дополнительные исследования требуются только для нахождения компонент вектора \mathbf{r}_{0m} , при этом $y_{0m} = y_0$.

Даны отрезок b и угол α . Требуется определить координаты x_{0m} и z_{0m} , т.е. отрезков $O-P$ и $P-M_{0m}$. Для решения задачи опустим перпендикуляр из точки M_{0m} на отрезок $C-M_0$. Получим точку G . При этом углы GM_0M_{0m} и угол α равны как углы со взаимно перпендикулярными сторонами. Из прямоугольного треугольника KCD определяем $DC = KC \operatorname{tg} \alpha$. Далее находим $DM_0 = CM_0 - KC \operatorname{tg} \alpha$.

Рассмотрим прямоугольный треугольник DM_0F . В силу симметрии при зеркальном отображении запишем $M_0F = M_0C \cos \alpha - KC \sin \alpha$, $M_0M_{0m} = 2(M_0C \cos \alpha - KC \sin \alpha)$. Из треугольника GM_0M_{0m} находим $GM_{0m} = 2 \sin \alpha (M_0C \cos \alpha - KC \sin \alpha) = M_0C \sin 2\alpha - 2KC (\sin \alpha)^2$, $GM_{0m} = M_0C \sin 2\alpha - 2(K_0 + 0C) (\sin \alpha)^2$, $GM_0 = 2M_0C (\cos \alpha)^2 - (K_0 + 0C) \sin 2\alpha$. Переходя к принятым выше обозначениям и упрощая, окончательно получаем

$$x_{0m} = z_0 \sin 2\alpha + x_0 \cos 2\alpha - 2b (\sin \alpha)^2,$$

$$z_{0m} = (x_0 + b) \sin 2\alpha - z_0 \cos 2\alpha .$$

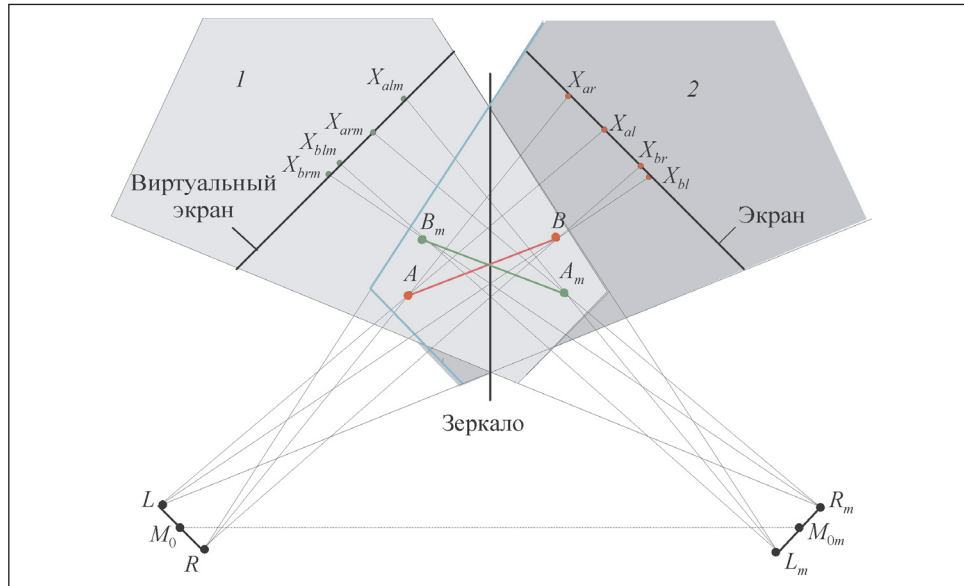


Рис. 5. Зоны стереовидения для 3D-систем с зеркалом (1) и без зеркала (2)

На рис. 5 схематически представлены зоны стереовидения для двух систем: с зеркалом и без зеркала, экран справа. Как видно из рис. 5, виртуальный стереообраз в системе с зеркалом в зазеркальной области может быть расположен как в предэкранной, так и в заэкранной зоне, а в предзеркальной области он может быть расположен только в предэкранной зоне.

Рассмотрим стереосистему с зеркалом в случае, когда экран расположен сверху, над головой наблюдателя (рис. 6). В этом случае указанные выше пять условий эквивалентности для системы с зеркалом, находящимся справа от наблюдателя, остаются без изменений. Следовательно, прямой и обратный стереоператоры постоянного ракурса для такой системы также определяются с помощью выражений (1)—(4). Отличие заключается только в компонентах вектора статического ракурса \mathbf{r}_{0m} . Для рассматриваемой системы $x_{0m} = x_0$. Если угол между плоскостью экрана и плоскостью зеркала равен 45° , две оставшиеся компоненты искомого вектора находятся из двух квадратов: из квадрата $KFNC$ — компонента $y_{0m} = z_0 - b$, из квадрата $KEDP$ — компонента $z_{0m} = y_0 + b$.

Таким образом, вектор постоянного ракурса для рассматриваемой стереосистемы с зеркалом находим из выражения

$$\mathbf{r}_{0m} = \begin{bmatrix} x_{0m} = x_0 \\ y_{0m} = z_0 - b \\ z_{0m} = y_0 + b \end{bmatrix}.$$

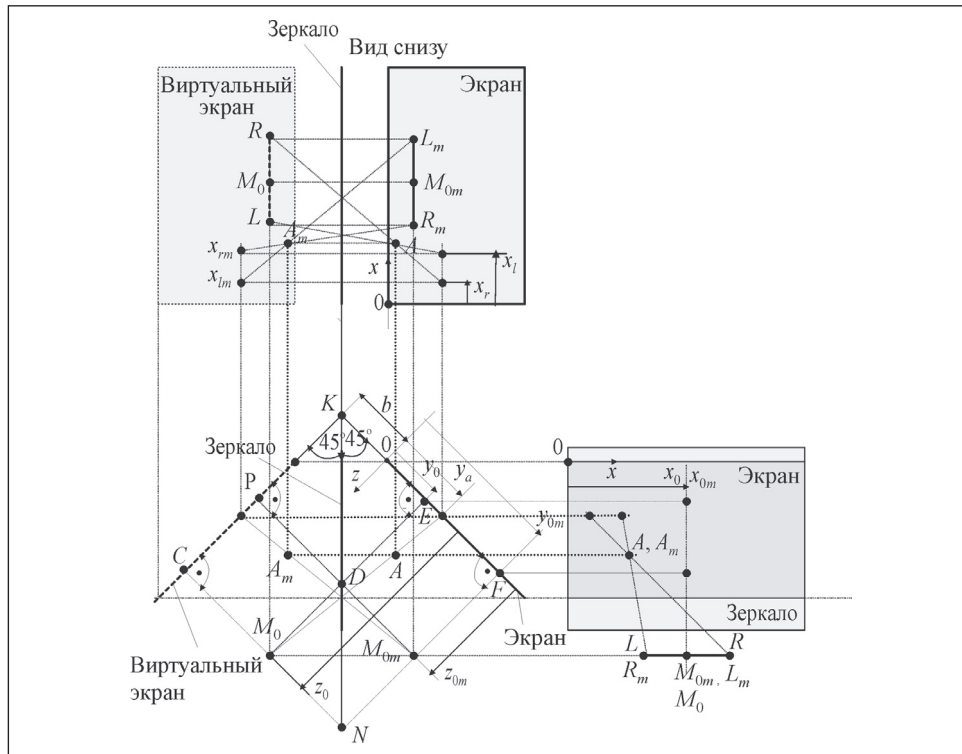


Рис. 6. Три проекции стереосистемы с зеркалом, когда экран сверху

Определение компонентов вектора статического ракурса \mathbf{r}_{0m} для стереосистемы с зеркалом, когда экран расположен сверху, под произвольным углом α между плоскостями экрана и зеркала, выполняется также, как в случае, когда экран находится справа, за исключением того, что координаты x и y меняются местами (см. рис. 4). Не повторяя аналогичные выкладки, запишем выражение для вектора постоянного ракурса:

$$\mathbf{r}_{0m} = \begin{bmatrix} x_{0m} = x_0, \\ y_{0m} = z_0 \sin 2\alpha + y_0 \cos 2\alpha - 2b(\sin \alpha)^2, \\ z_{0m} = (y_0 + b) \sin 2\alpha - z_0 \cos 2\alpha. \end{bmatrix}.$$

Выводы

Таким образом, технология анализа и синтеза стереосистем, основанная на применении двух взаимобратных стереооператоров постоянного ракурса, распространена на два вида 3D-систем, содержащих плоские зеркала.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Mitsumoto H., Tamura S., Okazaki K. et al.* 3d-reconstruction using mirror images based on a plane symmetry recovery method // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. — 1992. — Vol. 14, No 9.— P. 941—945.
2. *Goshtasby A., Gruver W.A.* Design of a single-lens stereo camera system // Pattern Recognition. — 1993. — Vol. 26, No 6. — P. 923—937.
3. *Gluckman J., Nayar S.K.* Catadioptric stereo using planar mirrors // Int. J. Comput. Vision. — 2001. — Vol. 44. — P. 65—79.
4. *Nayar S.K.* Robotic vision system.— United States Patent 4, 893, 183. — 1988.
5. *Gluckman J., Nayar S.K., Thoresz K.J.* Real-time omnidirectional and panoramic stereo // Proc. of the DARPA Image Understanding Workshop. — 1998. — P. 299—303.
6. *Nene S.A., Nayar S.K.* Stereo with mirrors // Proc. of the Sixth Intern. Conf. on Computer Vision (ICCV). — Washington, DC, USA. — Los Alamitos: IEEE Computer Society, 1998.— P. 1087.
7. *Chaen A., Yamazawa K., Yokoya N., Takemura H.* Omnidirectional stereo vision using hyperomni vision // Technical Report. — 1997. — P. 96—122 (in Japanese).
8. *Teoh W., Zhang X.D.* An inexpensive stereoscope Nishimoto Y. and Shirai Y. // A feature-based stereo model using small disparities. — 1987. — P. 192—196.
9. *Murray D.W.* Recovering range using virtual multicamera stereo // Computer Vision and Image Understanding. — 1995. — Vol. 61, No 2. — P. 285—291.
10. *Rassel K.* Real volum image // Computerword Russia. — 2002. — P. 28—29. [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://www.osp.ru/cw/2002/28-29/54537/>.
11. *Груц Ю.Н.* Стереоскопическая машинная графика. — Киев: Наук. думка, 1989. — 169 с.
12. *Груц Ю.Н., Евдокимов В.Ф.* Математическая модель анализа стерео-изображений // Электрон. моделирование. — 2001. — 23, No 6. — С.106—112.
13. *Gruts Yu.N., Jung-Young Son.* Stereoscopic operators and its Application // J. of Optical Society of Korea. — 2001. — Vol. 5, No 3. — P. 90—97.
14. *Груц Ю.Н.* Математическая модель для анализа изображений в стереосистемах, содержащих стереокамеры и стереопроекторы, направленные под углом // Моделирование та інформаційні технології. — 2001. — Київ: ІПМЕ НАН України. — Вип.14. — С.85—98.

Yu.N. Gruts

STEREOOPERATORS FOR 3D-SYSTEM WITH MIRROR

The theory of stereo conversion is based on the application of two mutually inverse formal mathematical operators (stereo operators). The direct and inverse stereo operators install a one-to-one correspondence between three-dimensional coordinates of any point in space and the stereo coordinates which can be displayed on the screen under the conditions of constant point of view. In this paper direct and inverse operators of stereo conversion have been applied to the analyses of two kinds of 3D-systems containing a flat mirror. The first kind is when the screen is located to the right of the observer at arbitrary angle. The second kind is when the screen is located above the observer at arbitrary angle. Such conditions and the coordinates of the observer location in front of the mirror have been obtained to satisfy the requirements of the visualization equivalence of stereo systems with the mirror and without mirror.

Key words: stereo conversion theory, stereo operator, 3D SLR system.

REFERENCES

1. *Mitsumoto H., Tamura S., Okazaki K. et al.* 3d-reconstruction using mirror images based on a plane symmetry recovery method // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. — 1992. — Vol. 14, No 9.— P. 941—945.
2. *Goshtasby A., Gruver W.A.* Design of a single-lens stereo camera system // Pattern Recognition. — 1993. — Vol. 26, No 6. — P. 923—937.
3. *Gluckman J., Nayar S.K.* Catadioptric stereo using planar mirrors // Intern J. Comput. Vision. 2001. — Vol. 44. — P. 65—79
4. *Nayar S.K.* Robotic vision system. United States Patent 4,893,183. — 1988.
5. *Gluckman J., Nayar S.K., Thoresz K.J.* Real-time omnidirectional and panoramic stereo // Proc. DARPA Image Understanding Workshop. — San Francisco: Morgan Kaufman, 1998. — P. 299—303.
6. *Nene S.A., Nayar S.K.* Stereo with mirrors // Proc. Sixth Intern Conf. on Computer Vision (ICCV) . — Washington, DC, USA. — Los Alamitos: IEEE Computer Society, 1998. — P. 1087.
7. *Chaen A., Yamazawa K., Yokoya N., Takemura, H.* Omnidirectional stereo vision using hyperomni vision. // Technical Report. — IEICE, 1997. — P. 96—122 (in Japanese).
8. *Teoh W., Zhang X.D.* An inexpensive stereoscopNishimoto Y. and Shirai Y. // A feature-based stereo model using small disparities. — 1987. — P. 192—196.
9. *Murray D.W.* Recovering range using virtual multicamera stereo // Computer Vision and Image Understanding. — 1995. — Vol. 61, No 2. — P. 285—291.
10. *Rassel K.* Real volum image // Computerword Russia. — 2002. — P. 28—29. [Electronic resource]. — Mode access: <http://www.osp.ru/cw/2002/28-29/54537/>.
11. *Gruts Yu.N.* Stereoscopic computer grafics. — Kiev: Nauk. Dumka, 1989. — 169 p. (in Russian).
12. *Gruts Yu. N., Evdokimov V.F.* Mathematical model analysis of stereo image // Eelectronic modeling. — 2001. — Vol. 23, No 6. — P. 106—112 (in Russian).
13. *Gruts Yu.N., Jung-Young Son.* Stereoscopic operator and its application // J. of Optical Society of Korea. — 2001. — Vol. 5, No 3. — P. 90—97.
14. *Gruts Yu.N.* Mathematical model for analysis of images in stereos with stereo cameras and stereo projectors to angle // Modeling and Informatic Technologies. — Kyiv: IPME NAS Ukraine, 2001. — Iss.14. — P. 85—98 (in Russian).

Поступила 14.03.14;
после доработки 29.10.14

ГРУЦ Юрий Николаевич, канд. техн. наук, ст. науч. сотр. Ин-та проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины. В 1967 г. окончил Киевский политехнический ин-т. Область научных исследований — разработка и исследование натурно-компьютерных стереоскопических систем моделирования и отображения трехмерной информации.