



УДК 681.3:621.39:51

И.В. Мельник¹, А.О. Лунтовский², доктора техн. наук

¹ Национальный технический университет Украины
«Киевский политехнический ин-т»

(Украина, 03056, Киев, пр-т Победы, 37, корпус 12, 2203,
тел. (044) 2049505, e-mail: imelnik@edd.ntu-kpi.kiev.ua),

² Саксонская академия, отделение информатики и системотехники
(Германия, 01307, Дрезден, Ханс-Грундиг штрассе, 25,
тел. (49351) 44722703, e-mail: Andriy.Luntovskyy@gmx.net)

Использование параллельных вычислений для моделирования технологических газоразрядных источников электронов

Рассмотрены методы оценки эффективности распараллеливания вычислительных алгоритмов для задач моделирования разного уровня сложности. В качестве тестовых примеров приведены задачи, связанные с моделированием технологических источников электронов высоковольтного тлеющего разряда. Рассмотрены примеры распараллеливания задач расчета магнитного поля симметричной линзы, анализа температуры и подвижности электронов в анодной плазме, расчета потерь тока электронного пучка при его транспортировке, а также моделирования самосогласованной электронно-ионной оптики высоковольтного тлеющего разряда.

Розглянуто методи оцінювання ефективності розпаралелювання обчислювальних алгоритмів для задач моделювання різного рівня складності. Як тестові приклади наведено задачі, які пов'язані з моделюванням технологічних джерел електронів високовольтного тліючого розряду. Наведено приклади розпаралелювання задач розрахунку магнітного поля симетричної лінзи, аналізу температури та рухомості електронів в анодній плазмі, розрахунку втрат струму електронного пучка при його транспортуванні, а також моделювання самоузгодженої електронно-іонної оптики високовольтного тліючого розряду.

К л ю ч е в ы е с л о в а: параллельные вычисления, кластеры, арифметико-логическое выражение, рекуррентная матрица, электронный пучок, электронно-лучевые технологии, источники электронов, анодная плазма.

Распараллеливание вычислений при моделировании электронных приборов и систем позволяет существенно сократить сроки проектирования современной электронной аппаратуры и в значительной степени повысить ее качество. Особенно важны высокоскоростные параллельные вычисления при моделировании сложных трехмерных электродных структур. Для решения сложных вычислительных задач приходится использовать

© И.В. Мельник, А.О. Лунтовский, 2016

современные суперкомпьютеры и эффективные вычислительные технологии, такие как кластерные вычисления, систему GRID, а также облачные и туманные вычисления [1, 2].

Параллельные вычисления находят применение при моделировании сложных физических процессов в современных силовых полупроводниковых, вакуумных и газоразрядных электронных приборах. При этом для анализа сложных физических процессов, протекающих в приборах большой мощности, используются ресурсоемкие итерационные численные методы, в частности метод макрочастиц или метод трубок тока [3, 4]. Еще более сложной задачей является моделирование газоразрядных электронно-лучевых технологических устройств. При построении адекватных моделей таких устройств необходимо учитывать сложные физические процессы элементарных и коллективных взаимодействий потоков нейтральных и заряженных частиц в области катодного падения потенциала и в области анодной плазмы [5, 6]. Основная проблема распараллеливания этих сложных вычислительных алгоритмов состоит в том, что большинство из них — итерационные и были в свое время разработаны для однопроцессорных вычислительных систем [7—9].

В настоящее время для анализа возможности распараллеливания сложных вычислительных алгоритмов используются различные подходы, ориентированные в основном на декомпозицию решаемой задачи и использование методов теории графов и теории систем [1, 2]. В работах [10, 11] предложен подход, связанный с описанием структур данных решаемой задачи в виде векторов и матриц, а вычислительных процедур в виде векторных или матричных функций. Однако такой подход применим в основном для простых задач или для задач среднего уровня сложности. Соответствующие теоретические оценки используемых методов моделирования газоразрядных электронно-лучевых технологических устройств до настоящего времени не проводились.

Из изложенного выше очевидно, что разработка и дальнейшее развитие современных методов параллельных вычислений, применимых для моделирования газоразрядных источников электронов, а также оценка возможности распараллеливания существующих алгоритмов моделирования является важной и актуальной проблемой.

Постановка задачи. Решение задачи комплексного моделирования источников электронов высоковольтного тлеющего разряда (ВТР) связано с решением ряда более простых задач, среди которых необходимо выделить следующие [5, 6]:

1. Анализ и оптимизация самосогласованной электронно-ионной оптики ВТР.

2. Анализ процессов, протекающих в анодной плазме под воздействием формируемого электронного пучка и оценка термодинамических параметров плазмы.

3. Моделирование процесса транспортировки электронного пучка из области низкого в область высокого вакуума в магнитном поле фокусирующих линз.

Каждая из перечисленных задач не является элементарной и может быть разбита на более простые составляющие. Например, при анализе процессов, протекающих в анодной плазме необходимо интегрировать функцию распределения электронов для определения их концентрации и подвижности. При моделировании процесса транспортировки электронного пучка необходимо отдельно рассчитывать магнитное поле фокусирующих линз и процессы, связанные с ионизацией остаточного газа электронами пучка. В связи с этим представляется целесообразным рассмотреть возможность распараллеливания некоторых важных практических задач различного уровня сложности, непосредственно связанных с компьютерным моделированием источников электронов ВТР.

Были рассмотрены следующие тестовые задачи:

1. Расчет магнитного поля симметричной фокусирующей линзы (низкий уровень сложности).

2. Расчет подвижности электронов в области анодной плазмы посредством численного интегрирования функции их распределения (низкий уровень сложности).

3. Моделирование процесса транспортировки формируемого электронного пучка в магнитном поле фокусирующих линз (средний уровень сложности).

4. Моделирование распределения электрического поля в электродной системе ВТР и определение фокальных параметров формируемого электронного пучка (комплексная задача высокого уровня сложности).

Рассматриваемые задачи классифицированы по уровню сложности.

1. К простым задачам (низкого уровня сложности) отнесены задачи, описываемые несложной системой линейных или нелинейных алгебро-дифференциальных уравнений, эквивалентной им системой интегральных уравнений, или одним уравнением. Такие задачи описывают один элементарный процесс или одно работающее устройство, а не комплекс процессов или устройств в их взаимосвязи. В теории САПР такие модели называют также моделями метауровня [12, 13].

2. К более сложным задачам (среднего уровня сложности) отнесены задачи одномерного или двумерного моделирования, связанные с анализом комплексных, взаимосвязанных физических процессов, описываемых системами нелинейных алгебро-дифференциальных или интегральных уравнений.

Эти системы уравнений не имеют аналитического решения и обычно решаются численно с использованием итерационных вычислительных процедур. В теории САПР такие модели называют также моделями макроуровня [12, 13].

3. К сложным задачам (высокого уровня сложности) отнесены задачи двумерного или трехмерного моделирования, связанные с анализом сложных физических процессов на уровне взаимодействия микрочастиц или их потоков между собой и с электромагнитными полями. Для решения таких задач требуется численное решение систем дифференциальных уравнений в частных производных или эквивалентных им систем интегральных уравнений на конечно-разностных сетках с использованием методов матричного анализа [4, 6]. Соответствующие методы решения уравнений математической физики являются итерационными, и такие алгоритмы очень сложно распараллеливать [3, 4]. В теории САПР такие модели называют также моделями микроуровня [12, 13].

Коэффициент ускорения вычислений при их распараллеливании.

Скорость выполнения вычислительного процесса в общем случае можно оценить из соотношения [1, 2]

$$P = f n_1 I_{\pi} n_2, \quad (1)$$

где P — интегрированный коэффициент выполнения системой вычислительного задания или величина максимальной производительности компьютерной системы (единица измерения 10^{12} операций в секунду); f — тактовая частота компьютера (ГГц); n_1 — число ядер процессора; I_{π} — число инструкций процессора, выполняемых за один такт; n_2 — число процессоров в компьютерном узле.

Введем новую переменную p , рассматриваемую как коэффициент распараллеливания алгоритма. Эта величина является отношением параллельных ветвей рассматриваемого алгоритма к полному числу его ветвей, представляющих собой сумму всех параллельных и последовательных процедур. Для простых алгоритмов p можно определить, описывая алгоритм в виде матрицы. Методика описания таких алгоритмов приведена в работах [10, 11].

Значительное сокращение времени счета задачи при использовании кластерных компьютерных систем и систем CRID возможно только в случае, если для алгоритма решаемой задачи значение p достаточно велико и является близким к единице. Оценить полное время T счета задачи можно по формулам [1, 2]

$$T = s; \quad T = s + p; \quad T = s + \frac{p}{n}; \quad T = s + \frac{p}{n} + kn, \quad (2)$$

где s — число последовательных ветвей алгоритма; n — число процессоров; k — коэффициент, описывающий уменьшение производительности

вычислительной системы в результате обмена информацией между процессорными блоками.

Коэффициент ускорения вычислений A_n или A_{n_k} можно определить, используя закон Амдала или метрику Карпа—Флатта [1, 2]:

$$T=1, \quad A_n = \frac{1}{(1-p) + \frac{p}{n}} \leq \frac{1}{1-p}, \quad A_{\max} = \frac{1}{1-p},$$

$$A_{n_k} = \frac{1}{(1-p) + \frac{p}{n} + kn}, \quad k \rightarrow 0, \quad 1-p = (1/A_n - 1/n)/(1-1/n),$$
(3)

где A_{\max} — максимально возможное значение коэффициента ускорения A_n при условии $k = 0$. Для других известных моделей, таких как модель Гроша, модель Мура, модель Барсиса—Густафсона и закон 70 % [1, 2], коэффициент p распараллеливания задачи рассчитывается с использованием метрики Карпа—Флата [1, 2].

Возможность распараллеливания простых алгоритмов. Простой метод оценки возможности распараллеливания алгоритмов, предложенный в работах [10, 11], основан на построении рекуррентных матриц, формируемых с помощью следующих матричных уравнений:

$$M_{\langle 1 \rangle} = \mathbf{v}_1, \quad M_{\langle 2 \rangle} = \mathbf{v}_2, \quad \dots, \quad M_{\langle n \rangle} = \mathbf{v}_n;$$

$$M_{\langle i \rangle} = \mathbf{F}(i, M_{\langle i-1 \rangle}, M_{\langle i-2 \rangle}, \dots, M_{\langle i-n \rangle}),$$
(4)

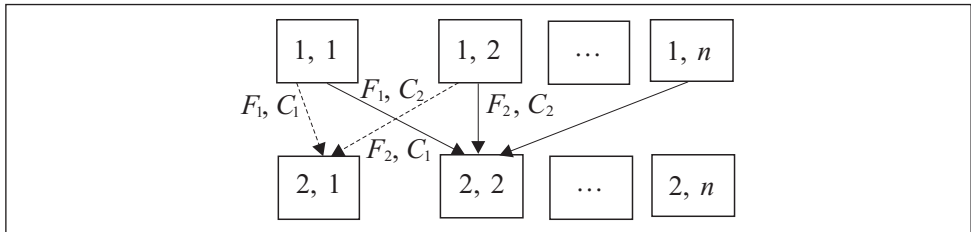
где \mathbf{v} — векторы, с помощью которых формируется рекуррентная матрица; $M_{\langle i \rangle}$ — строка матрицы с номером i ; \mathbf{F} — вектор-функция, определяющая алгоритм расчета элементов матрицы. В общем случае вектор-функция может быть задана с помощью арифметико-логического выражения [10, 11]

$$F(x) = F_1(x)L_1(x) + F_2(x)L_2(x) + F_3(x)L_3(x) + \dots + F_n(x)L_n(x) \quad (5)$$

с арифметическими $F_1(x) \dots F_n(x)$ и логическими $L_1(x) \dots L_n(x)$ функциями.

В работе [11] предложена модель вычислительного процесса, в которой иерархические и рекуррентные связи между элементами рекуррентной матрицы сформированы с помощью соотношений (4), (5), и доказано, что при наличии хотя бы одной рекуррентной связи между элементами строк матрицы (4) распараллеливание алгоритма невозможно. Там же рассмотрена возможность преобразования рекуррентных связей в иерархические для распараллеливания алгоритма.

Обобщенная вычислительная схема для алгоритма с иерархическими связями, основанная на представлении вычислительного процесса в виде мат-



ричных уравнений (4) и арифметико-логических функций (5), представлена на рисунке. Назовем набор функций, используемых для вычисления каждого элемента матрицы, вычислительным потоком. Такое определение полностью соответствует определению вектор-функции, приведенному в работах [10, 11]. Именно с помощью вектор-функции $\mathbf{F}(i, M_{\langle i-1 \rangle}, M_{\langle i-2 \rangle}, \dots, M_{\langle i-n \rangle})$ определяются элементы строк вычисляемой матрицы в соотношении (4).

Как показано на рисунке, вектор-функции F_1 и F_2 образуют два параллельных вычислительных потока: поток F_1 формируется для вычисления элемента матрицы $M(2, 1)$, а поток F_2 — для вычисления элемента матрицы $M(2, 2)$. Для потоков F_1 и F_2 выделены элементарные операции C , которые необходимо выполнить в ходе вычислительного процесса.

Предположим, что время выполнения одной элементарной вычислительной операции для каждого элемента вектор-функции, или для каждого потока, — постоянная величина. Тогда, если вектор-функция \mathbf{F} имеет элементы $F_1 \dots F_n$, каждый из которых содержит $N_i(F_i)$ элементарных операций, то коэффициент распараллеливания алгоритма p можно представить в виде

$$p = 1 - \left(\max_{i=1..n} N_i(F_i) / \sum_{i=1}^n N_i(F_i) \right). \quad (6)$$

Из соотношения (6) следует, что для вычисления коэффициента p необходимо разделить максимальное число операций в самом ресурсоемком вычислительном потоке на общее число операций во всех вычислительных потоках.

Соотношения (1)—(6) использованы для анализа возможностей распараллеливания алгоритмов разного уровня сложности, связанных с решением задач моделирования технологических источников элетронов ВТР. Все вычислительные эксперименты были проведены на персональном компьютере с четырехядерным центральным процессором Intel Core i7 (тактовая частота процессора 3 МГц, объем оперативной памяти 2 Гб).

Расчеты проведены в системе MatLab. Время счета поставленных вычислительных задач оценивалось с помощью функций системы MatLab и определялось в процессорных циклах [10].

Возможность распараллеливания алгоритма моделирования траекторий электронов в фокусирующей магнитной линзе. Задача распараллеливания алгоритма моделирования траекторий электронов в фокусирующей магнитной линзе относится к задачам низкого уровня сложности. В работе [10] показано, что уравнение траектории электрона в короткой магнитной линзе можно записать с помощью (5) в виде следующего матричного уравнения:

$$\begin{aligned} \left[z_n, (B_{z0})_n, \left(\frac{dr}{dz} \right)_n, \theta_n, r_n \right] = & \left[z_{n-1} + dz, \frac{\mu_0 I N R^2}{2\sqrt{(z_{n-1}^2 + R^2)^3}}, \left(\frac{dr}{dz} \right)_{n-1} - \right. \\ & - \frac{e r B_{z0}^2(z_{n-1}) dz}{8 m U_0}, \theta_{n-1} - \sqrt{\frac{\eta}{2 U_{\text{уск}}}} \frac{B_{z0}(z_{n-1}) dz}{\cos \left(\frac{dr}{dz} \right)_{n-1}}, r_{n-1} + dz \left(\frac{dr}{dz} \right)_{n-1} + \\ & \left. + \frac{e r B_{z0}^2(z_{n-1})(dz)^2}{16 m U_0} \right], \end{aligned} \quad (7)$$

где $z_0, B_{z0}, (dr/dz)_0, \theta_0, r_0$ — начальные значения параметров модели; n — номер текущей итерации; $n-1$ — номер предыдущей итерации; z — продольная координата; r — поперечная координата; B_{z0} — функция распределения магнитного поля вдоль оси z ; $U_{\text{уск}}$ — ускоряющее напряжение; I — ток линзы; N — число витков линзы; R — ее радиус; μ_0 — магнитная постоянная; v и α — скорость движения электрона и угол его влета; e и m — его заряд и масса; η — отношение заряда электрона к его массе.

Из соотношений (7) видно, что элементы вычисляемой строки матрицы $z_n, (B_{z0})_n, (dr/dz)_n, \theta_n$ и r_n определяются иерархическими связями, так как они зависят только от элементов предыдущей строки с номером $n-1$ и не зависят от элементов текущей строки с номером n . В связи с этим для решения данной задачи может быть сформировано четыре параллельных вычислительных потока. Согласно (6) приблизительное значение коэффициента распараллеливания — $p = 0,75$, согласно (3) максимальный коэффициент ускорения вычислений — $A_{\text{max}} = 4$. Тестовые расчеты с использованием (7) проведены для 10^4 точек отсчета по координате z . Время счета задачи без распараллеливания составляло $3,8 \cdot 10^6$ процессорных циклов, а при использовании четырех ядер процессора — $1,1 \cdot 10^6$ процессорных циклов.

Полученные результаты свидетельствуют о том, что рассматриваемый алгоритм хорошо распараллеливается и теоретические оценки с использованием соотношений (1)—(6) — достаточно точные.

Возможность распараллеливания алгоритма расчета термодинамических параметров анодной плазмы. При моделировании источников электронов ВТР необходима оценка энергетических параметров и эмиссионных свойств анодной плазмы, которая в процессе моделирования рассматривается как источник ионов и прозрачный для электронов подвижный электрод с заданным потенциалом [5, 6]. При оценке параметров анодной плазмы надо знать ее объем, определяемый геометрией электродной системы, температурой электронов плазмы, а также подвижностью электронов [6]. Температура и подвижность электронов — термодинамические параметры разрядной плазмы ВТР — определяют либо с помощью справочной литературы либо рассчитывают по законам статистической физики с учетом измеренных значений тока и напряжения горения разряда. Особенно сложно оценить термодинамические параметры анодной плазмы в триодных системах источников электронов ВТР, где для дополнительной ионизации газа в области анодной плазмы и улучшения ее эмиссионных свойств зажигается несамостоятельный разряд [14].

В работе [14] для определения термодинамических параметров анодной плазмы использованы справочные данные. Однако справочные данные сложно согласовать с физическими условиями работы реальных источников электронов, что снижает адекватность формируемых моделей и точность моделирования [6, 14]. Поэтому была рассмотрена возможность теоретической оценки термодинамических параметров анодной плазмы, в частности температуры электронов, частоты столкновений электронов с атомами остаточного газа и их подвижности в ней, с учетом физических условий горения ВТР и вспомогательного разряда.

Это задача низкого уровня сложности [12]. Рассмотрим ее с точки зрения анализируемых физических процессов и используемых средств математического моделирования.

Температуру электронов в плазме определяем из соотношения [15]

$$T_e = \frac{eU_{\text{уп}}}{2k} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{\pi e^2 m_i}{6m_e} \left(\frac{U_{\text{уск}} d_{\text{к.п}}}{p_{a0} Q_{ea}} \right)^2} \right], \quad (8)$$

где $U_{\text{уп}}$ — напряжение горения вспомогательного разряда; p_{a0} — приведенное давление в разрядном промежутке; $d_{\text{к.п}}$ — расстояние от катода до границы анодной плазмы; Q_{ea} — усредненное сечение соударений электронов с атомами газа; m_i — масса ионов газа; k — постоянная Больцмана.

Частоту столкновений электронов с атомами остаточного газа в условиях горения ВТР определяем из соотношения [15]

$$v_e = \frac{U_{\text{уск}} d_{\text{к.п}}}{\frac{3U_{\text{уп}} m_e^2}{em_i} \left(\frac{1}{2} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{\pi e^2 m_i}{6m_e} \left(\frac{U_{\text{ac}} d_{\text{к.п}}}{p_{a0} Q_{ea}} \right)^2} \right] - 1 \right)}. \quad (9)$$

Параметр $d_{\text{к.п}}$ для триодных электродных систем ВТР определяется аналитически посредством решения уравнений баланса заряженных частиц в плазме с учетом условия самостоятельности горения разряда [14]. Полагая, что распределение скоростей электронов подчиняется функции распределения Максвелла, с учетом соотношений (8), (9) можно записать аналитическое выражение для подвижности электронов в виде частного двух интегралов [15]:

$$\mu_e = \frac{e \int_0^{\infty} v_e^4 \exp\left(-\frac{m_e v_e^2}{2kT_e}\right) dv_e}{3v_e m_e \int_0^{\infty} v_e^2 \exp\left(-\frac{m_e v_e^2}{2kT_e}\right) dv_e} = \frac{eK_{\text{п.п}}}{3v_e m_e}, \quad (10)$$

где $K_{\text{п.п}}$ — коэффициент, описывающий процесс термодинамического взаимодействия формируемого электронного пучка с анодной плазмой,

$$K_{\text{п.п}} = \frac{\int_0^{\infty} v_e^4 \exp\left(-\frac{m_e v_e^2}{2kT_e}\right) dv_e}{\int_0^{\infty} v_e^2 \exp\left(-\frac{m_e v_e^2}{2kT_e}\right) dv_e}. \quad (11)$$

Численное решение уравнения (11) проводилось с использованием метода квадратур Симпсона [12]:

$$\int_{v_{e1}}^{v_{e2}} f(v_e) dv_e \approx \frac{v_{e2} - v_{e1}}{6} \left(f(v_{e1}) + 4f\left(\frac{v_{e1} + v_{e2}}{2}\right) + f(v_{e2}) \right), \quad (12)$$

где v_{e1} и v_{e2} — границы малых интервалов, используемых для численного интегрирования; $f(v_e)$ — подынтегральная функция. При этом с учетом (8), (9) были определены границы интегрирования по скорости:

$$v_e^{\min} = 0,1 \sqrt{\frac{2eU_{\text{уп}}}{m_e}} \approx 10^5, \quad v_e^{\max} = 0,2 \sqrt{\frac{2eU_{\text{уск}}}{m_e}} \approx 10^7; \quad (13)$$

шаг интегрирования составлял

$$\Delta v_e = 0,005 v_e^{\min} = 5 \cdot 10^2. \quad (14)$$

Для численного решения уравнения (11) с помощью формулы Симпсона (12) взято 19 800 точек интегрирования по скорости. Эта задача легко распараллеливается, так как значения подынтегральных функций для числителя и знаменателя (12) рассчитывают отдельно на каждом шаге интегрирования по одинаковому алгоритму. Результаты тестовых расчетов с использованием соотношений (9)—(12) при границах интегрирования (13) и (14) следующие: время счета задачи без распараллеливания составляло $4,8 \cdot 10^8$ процессорных циклов, при использовании четырех ядер процессора — $1,2 \cdot 10^8$ процессорных циклов.

Полученные значения температуры электронов плазмы и подвижности электронов использованы для расчета времени увеличения тока ВТР [14]:

$$\bar{t} = \frac{9kT_e(d_{п1} - d_{п0})}{8(\pi e)^3 \mu_e \gamma G \ln \left(1,5 - \sqrt{\frac{kT_e(e(U_{уп}^{\max} - U_{уп}^{\min}))^3}{\pi p_{a0}}} \right)}, \quad (15)$$

$$G = \exp \left(-\frac{U_i}{\frac{kT_e}{e} + U_{уп}^{\max}} \right) [\gamma [\exp(\beta_i U_{уск}) - 1] - 1],$$

где β_i — коэффициент ионизации газа; U_i — потенциал ионизации газа; $d_{п1}$ и $d_{п0}$ — размер анодной плазмы в импульсе и в паузе между импульсами управляющего напряжения $U_{уп}$; $U_{уп}^{\max}$ и $U_{уп}^{\min}$ — управляющее напряжение в импульсе и в паузе между импульсами.

Результаты тестирования поставленной задачи показали, что расхождение между расчетными значениями времени увеличения тока разряда, полученными с помощью соотношений (9)—(15), и значениями, рассчитанными с использованием справочных данных [14], отличаются лишь на несколько процентов. Время счета аналогичной задачи с использованием справочных данных на одном ядре процессора составляло $1,5 \cdot 10^6$ процессорных циклов. Однако следует учесть, что подобрать и аппроксимировать литературные данные можно не для всех режимов горения ВТР.

Возможность распараллеливания алгоритма моделирования процесса транспортировки электронного пучка. Задача транспортировки электронного пучка [16] является задачей среднего уровня сложности. Она имеет большое число внутренних параметров модели [12], и построение

матричных вычислительных схем (см. рисунок) для таких задач крайне затруднительно. В таких случаях используется другой метод декомпозиции задачи и ее распараллеливания.

Поскольку при решении задачи моделирования процесса транспортировки электронного пучка рассматривается комплекс взаимосвязанных физических процессов, математические модели каждого из этих процессов сначала рассматриваются отдельно и поставленные задачи решаются на отдельном ядре процессора. Затем логические связи между отдельными задачами реализуются через совместно используемые области оперативной памяти. В системе MatLab соответствующие модели вычислительных процессов легко реализуются с использованием средств функционального и модульного программирования [10].

Для постановки и решения задачи моделирования процесса транспортировки электронного пучка из низкого в высокий вакуум выделяются следующие основные подзадачи [16]:

- 1) моделирование газового потока в канале транспортировки;
- 2) моделирование распределения магнитного поля в фокусирующей линзе;
- 3) моделирование траекторий электронов пучка с учетом пространственного заряда и влияния остаточного газа;
- 4) моделирование потерь тока пучка в процессе его транспортировки в эквипотенциальном канале.

Математические соотношения для решения указанных четырех взаимосвязанных задач [16] достаточно сложные и описать их с помощью матричных алгоритмов и вектор-функций затруднительно. Поэтому для оценки возможности распараллеливания этой задачи был использован простой эмпирический подход на основе метрики Карпа—Флатта (3). Каждая из четырех указанных задач была решена отдельно и оценено время ее решения. Коэффициент распараллеливания комплексной задачи моделирования определен из соотношения

$$p = 1 - \left(\frac{\max_{i=1..n} T_i}{\sum_{i=1}^n T_i} \right), \quad (16)$$

где i — номер задачи; T_i — время решения задачи.

Результаты тестовых экспериментов по распараллеливанию данной задачи следующие (число точек отсчета по координате z составляло 10^4): время решения задачи 1 — $2,7 \cdot 10^6$ процессорных циклов; задачи 2 — $4,3 \cdot 10^6$ процессорных циклов; задачи 3 — $5,9 \cdot 10^7$ процессорных циклов; задачи 4 — $6,3 \cdot 10^5$ процессорных циклов.

В соответствии с полученными результатами по формуле (16) находим значение коэффициента распараллеливания: $p = 0,1145$. Тогда максимально возможное значение коэффициента ускорения A_{\max} , в соответствии с (3), составляет 1,13. Отсюда следует, что низкий уровень коэффициента p обусловлен высокой вычислительной сложностью подзадачи 3. При распараллеливании задачи моделирования процесса транспортировки электронного пучка на двух и на четырех процессорных ядрах время вычислений было почти одинаковым и составляло $5,6 \cdot 10^7$ процессорных циклов.

Это позволяет сделать вывод о том, что оценка возможности распараллеливания вычислений с использованием соотношений (3), (16) является достаточно убедительной. Расхождение результатов вычисления потерь тока электронного пучка с экспериментальными данными составляло несколько процентов. Полученные результаты полностью соответствуют результатам, полученным на одноядерном процессоре [16].

Возможность распараллеливания алгоритма моделирования самосогласованной электронно-ионной оптики технологических источников электронов ВТР. Задача моделирования самосогласованной электронно-ионной оптики ВТР относится к задачам высокого уровня сложности [12]. Методика ее решения рассмотрена в работах [6—9] для диодных источников электронов ВТР и в работе [14] для триодных источников электронов. В общем случае эта задача состоит из следующих взаимосвязанных подзадач:

- 1) определение распределения электрического поля в моделируемой электродной системе;
- 2) определение траекторий заряженных частиц;
- 3) определение пространственного заряда с учетом процессов элементарных взаимодействий заряженных частиц в области катодного падения потенциала ВТР.
- 4) перерасчет распределения электрического поля с учетом пространственного заряда частиц (итерационная процедура, в которой число итераций по пространственному заряду определяется точностью вычислений и обычно составляет приблизительно 10^4);
- 5) описание процессов в анодной плазме и влияния положения и формы плазменной границы на распределение электрического поля и траектории заряженных частиц.

Итерационное решение самосогласованной электронно-оптической задачи с подвижной плазменной границей является очень сложным и ресурсоемким вычислительным процессом. В настоящее время решение таких задач невозможно даже на высокоэффективных системах кластерных и облачных вычислений. Поэтому в существующих моделях элект-

ронно-оптических систем источников электронов ВТР граница анодной плазмы определяется по экспериментальным фотографиям разряда в области увеличения яркости его свечения. При этом для обработки фотографий используют современные компьютерные методы анализа изображений и распознавания образов [6, 14]. Для начальной приближенной оценки термодинамических параметров плазмы используем формулы (8)—(11), а для приближенных оценок положения границы плазмы относительно катода — методы, рассмотренные в работах [6, 14].

Распределение электрического поля в электродных системах ВТР рассчитываем посредством численного итерационного решения уравнения Пуассона на конечно-разностных сетках [7—9] или эквивалентной ему системы интегральных уравнений с использованием методов матричного анализа [4, 6]. Итерационная формула метода конечных разностей для цилиндрической системы координат с учетом особенностей граничных условий в электродных системах ВТР может быть записана с помощью арифметико-логического выражения:

$$\begin{aligned}
 U_{k,l} = & \left((l > 0) \frac{\frac{U_{k-1,l} + U_{k+1,l}}{h_r^2} + \frac{D_m U_{k,m} + C_m U_{k,l+1}}{h_z^2}}{\frac{2}{h_r^2} + \frac{2}{h_z^2}} + \right. \\
 & \left. + (l = 0) \frac{\frac{U_{k-1,l} + U_{k+1,l}}{h_r^2} + \frac{4U_{k,l+1}}{h_z^2}}{\frac{2}{h_r^2} + \frac{4}{h_z^2}} \right) (U_{\text{п}} < U_{k,l} < U_{\text{уск}}) + \\
 & + (U = U_{\text{п}}) U_{\text{п}} + (U < U_{\text{п}}) \left(\frac{kh_r(U_{\text{уск}} - U_{\text{п}})}{r_{\text{п}} - r_{\text{а}}} \right) + (U \geq U_{\text{уск}}) U_{\text{уск}}, \quad (17)
 \end{aligned}$$

где $U_{k,l}$ — рассчитываемое значение потенциала; $m = (l > 0)(l - 1) + (l = 0)1$; $C_m = 1 + \frac{1}{2m}$; $D_m = 1 - \frac{1}{2m}$; k, l — номера узлов сетки по координатам соответственно r и z ; h_r и h_z — шаг дискретизации области расчета потенциала по координатам r и z ; $U_{\text{п}}$ — потенциал плазмы; $r_{\text{п}}$ — положение анодной плазмы относительно начала системы координат; $r_{\text{а}}$ — положение анода относительно начала системы координат. Методы распараллеливания сеточных алгоритмов основаны на выделении подобластей, лежащих вблизи электродов, в которых потенциал может быть рассчитан одновременно.

После этого проводится сшивка и сглаживание решений, полученных для различных подобластей [7—9]. Такие методы также могут быть описаны с помощью арифметико-логического выражения, аналогичного (17).

Для расчета траекторий заряженных частиц в электродных системах ВТР обычно используется электронно-оптическое уравнение траекторий

$$\frac{d^2 r}{dz^2} = \frac{\left(\frac{\partial U(r, z)}{\partial r} - \frac{\partial U(r, z)}{\partial z} \frac{dr}{dz} \right) \left(1 + \left(\frac{dr}{dz} \right)^2 \right)}{\left(\frac{m_s v_s}{2} + 2(U(r, z) - U_r) \right)}, \quad (18)$$

где m_s — масса движущейся частицы; v_s — ее скорость; U_r — потенциал граничной поверхности, рассматриваемой как эмиттер данных частиц. Решение уравнения (19) для различных траекторий частиц может быть распараллелено. В тестовой задаче было рассмотрено 500 траекторий как для электронов, эмитируемых с поверхности катода, так и для ионов, эмитируемых с поверхности границы плазмы. Методы расчета пространственного заряда в источниках электронов ВТР, рассмотренные в работах [5, 6, 14], основаны на методе трубок тока [4]. Их распараллеливание возможно, однако такие параллельные алгоритмы — достаточно сложны.

Распараллеливание решения уравнения (18) для задачи моделирования самосогласованной электронно-ионной оптики источников электронов ВТР дало следующие результаты. На одном ядре процессора время решения поставленной задачи составило $8,5 \cdot 10^{14}$ процессорных циклов, на четырех ядрах — $3,4 \cdot 10^{14}$ процессорных циклов. Проводить аналитические оценки коэффициента распараллеливания задачи и ускорения времени счета для алгоритмов высокого уровня сложности крайне затруднительно. Результаты моделирования по точности расчетов аналогичны результатам, приведенным в работах [5, 6, 14].

Выводы

Результаты проведенных исследований возможности распараллеливания вычислительных алгоритмов, используемых для моделирования источников электронов ВТР, показали, что только для простых алгоритмов, в которых число связей между строками рекуррентной матрицы не превышает 20, коэффициент распараллеливания может быть оценен с использованием соотношения (6), основанного на анализе рекуррентных матриц. При решении более сложных задач (среднего и высокого уровня сложности) можно использовать только эмпирические оценки, основанные на

соотношениях (3), (16). Эффективна также декомпозиция сложных задач на простые подзадачи. Однако даже для задач высокого уровня сложности возможность распараллеливания и поиск параллельных ветвей алгоритмов позволяет более чем в два раза уменьшить время счета задачи.

Использование методов и систем параллельных вычислений в соответствующих программах моделирования позволит значительно сократить время проектирования технологических источников электронов ВТР, снизить стоимость исследований и повысить их качество. Исследование вычислительных особенностей алгоритмов различного уровня сложности, используемых для моделирования источников электронов ВТР представляет большой интерес для разработчиков и производителей электронно-лучевого технологического оборудования, а также для разработчиков САПР, занимающихся параллельными вычислениями при решении задач моделирования различного уровня сложности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Schill A., Springer T. Verteilte Systeme—Grundlagen und Basistechnologien. 2. Auflage. — Springer-Verlag, 2012.
2. Tanenbaum A.S., Wetherall D.J. Computernetzwerke. 5. aktualisierte Auflage. — Pearson Studium, 2012.
3. Хокни Р., Иствуд Дж. Численное моделирование методом частиц. — М.: Мир, 1987. — 640 с.
4. Молоковский С.И., Сушков Д.И. Интенсивные электронные и ионные пучки. — М.: Энергоатомиздат, 1991. — 304 с.
5. Denbnovetskiy S.V., Melnyk V.G., Melnyk I.V., Felba J. Model of beam formation in a glow discharge electron gun with a cold cathode// Applied Surface Science. — 1997. — 111. — P. 288—294.
6. Мельник И.В., Тугай С.Б. Методика моделирования технологических источников электронов высоковольтного тлеющего разряда // Электрон. моделирование. — 2010. — 32, № 6. — С. 31—43.
7. Свешиников В.М., Рыбдылов Б.Д. О распараллеливании решения краевых задач на квазиструктурированных сетках. — Вест. Уральского государственного университета. — 2013. — 2, 3. — С. 63—72.
8. Медведев А.В., Свешиников В.М., Турчановский И.Ю. Распараллеливание решения краевых задач на квазиструктурированных сетках с использованием гибридных вычислений CPU+GPU// Вест. Новосибирского государственного университета. Информационные технологии. — 2014. — 12, № 1. — С. 50—54.
9. Свешиников В.М. Построение прямых и итерационных методов декомпозиции. — Сибирский журнал промышленной математики. — 2009. — 12, № 3 (39). — С. 99—109.
10. Мельник И.В. Анализ возможностей использования матричных макроопераций системы MatLab при решении прикладных задач // Электрон. моделирование. — 2009. — 31, № 3. — С. 37—51.
11. Мельник И.В., Шинкаренко Н.В. Анализ алгоритмических особенностей вычисляемых матриц при решении задач программирования средствами матричных макроопераций // Там же. — 2011. — 33, № 2. — С. 81—92.

12. *Норенков И.П., Маничев В.Б.* Основы теории и проектирования САПР. — М. : Высшая школа, 1990. — 336 с.
13. *Мельник И.В.* Классификация моделей электронно-оптических систем с точки зрения методологии САПР // *Электроника и связь*. — 2007. — **12**, № 2 (37). — С. 20—31.
14. *Мельник И.В.* Обобщенная методика моделирования триодных источников электронов высоковольтного тлеющего разряда // *Электрон. моделирование*. — 2013. — **35**, № 4. — С. 93—107.
15. *Велихов Е.П., Ковалев В.С., Рахимов А.Т.* Физические явления в газоразрядной плазме. — М. : Наука, 1987. — 160 с.
16. *Денбновецкий С.В., Мельник В.И., Мельник И.В., Тугай Б.А.* Моделирование транспортировки короткофокусных электронных пучков из низкого в высокий вакуум с учетом разброса тепловых скоростей электронов // *Прикладная физика*. — 2010. — № 3. — С. 84—90.

I.V. Melnyk, A.O. Luntovskiy

INVESTIGATION OF POSSIBILITIES OF USING PARALLEL COMPUTING FOR SIMULATION OF TECHNOLOGICAL GAS-DISCHARGE ELECTRON SOURCES

The methods of estimation of the efficiency of parallelization for computational algorithms for the problems of different level of complicity have been considered in the article. The problems of different level of complicity, which are connected with simulation of technological high-voltage glow discharge electron sources, are considered as the testing examples. Examples of parallelization of the problems of calculation of magnetic field of symmetric lens, analysis of temperature and mobility of ions in anode plasma, calculation of losses of electron beam current during its transporting, as well as simulation of self-consistent electron-ion optic of high voltage glow discharge, are described.

Key words: parallel computing, clusters, arithmetic-logic function, recurrent matrix, electron beam, electron-beam technologies, electron sources, anode plasma.

REFERENCES

1. Schill, A. and Springer, T. (2012), *Verteilte Systeme — Grundlagen und Basistechnologien*, 2, Auflage, Springer-Verlag, Germany.
2. Tanenbaum, A.S. and Wetherall, D.J. (2012), *Computernetzwerke*, 5., aktualisierte Auflage, Pearson Studium, Germany.
3. Hokni, R. and Istvud, Dzh. (1987), *Computer simulation using particles*, Mir, Moscow, Russia.
4. Molokovskiy, S.I. and Sushkov, D.I. (1991), *Intensivnyye elektronnye i ionnye puchki* [Intensive electron guns and electron beams], Energoatomizdat, Moscow, Russia.
5. Denbnovetskiy, S.V., Melnyk, V.G., Melnyk, I.V. and Felba, J. (1997), “Model of beam formation in a glow discharge electron gun with a cold cathode”, *Applied Surface Science*, no. 111, pp. 288-294.
6. Melnik, I.V. and Tugai, S.B. (2010), “Methods of simulation of technological high voltage glow discharge electron sources”, *Elektronnoe modelirovanie*, Vol. 32, no. 6, pp. 31-43.
7. Sveshnikov, V.M. and Rybdylov, B.D. (2013), “About parallelization of solving of boundary value problems on quasi-structured grids”, *Vestnik Uralskogo gosudarstvennogo universiteta*, Vol. 2, 3, pp. 63-72.

8. Medvedev, A.V., Sveshnikov, V.M. and Turchanovskiy, I.Yu. (2014), "Parallelization of solving boundary tasks on quasi-structured grids with using hybrid calculations CPU+GPU", *Vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo universiteta. Informatsionnye tehnologii*, Vol. 12, no. 1, pp. 50-54.
9. Sveshnikov, V.M. (2009), "Building of direct and iteration methods of decomposition", *Sibirskiy zhurnal promyshlennoy matematiki*, Vol. 12, no. 3(39), pp. 99-109.
10. Melnyk, I.V. (2009), "Analysis of possibilities of using matrix macrooperations of system Matlab for solving the applied tasks", *Elektronnoe modelirovanie*, Vol. 31, no. 3, pp. 37-51.
11. Melnyk, I.V. and Shinkarenko, N.V. (2011), "Analysis of algorithm particularities of calculated matrix for solving the programming tasks with using matrix macrooperations", *Elektronnoe modelirovanie*, Vol. 33, no. 2, pp. 81-92.
12. Norenkov, I.P. and Manichev, V.B. (1990), *Osnovy teorii i proektirovaniya SAPR* [Bases of the theory and design of CAD-systems], Vysshaya shkola, Moscow, Russia.
13. Melnyk, I.V. (2007), "Classification of models of electron-optical systems in the point of view of CAD-systems methodology", *Elektronika i svyaz*, Vol. 12, no. 2 (37), pp. 20-31.
14. Melnyk, I.V. (2013), "Generalized methods of simulation of high-voltage glow discharge triode electron sources", *Elektronnoe modelirovanie*, Vol. 35, no. 4, pp. 93-107.
15. Velihov, E.P., Kovalyov, V.S. and Rahimov, A.T. (1987), *Fizicheskie yavleniya v gazorazryadnoy plazme* [Physical phenomena in the gas-discharge plasma], Nauka, Moscow, Russia.
16. Denbnovetskiy, S.V., Melnyk, V.G., Melnyk, I.V. and Tugai, B.A. (2010), "Simulation of guiding of short-focus electron beams from soft to high vacuum with taking into account the desipation of thermal velocity of electrons", *Prikladnaya fizika*, no. 3, pp. 84-90.

Поступила 29.02.16;
после доработки 22.03.16

МЕЛЬНИК Игорь Витальевич, д-р техн. наук, доцент кафедры электронных приборов и устройств Национального технического университета Украины «Киевский политехнический ин-т». В 1989 г. окончил Киевский политехнический ин-т. Область научных исследований — моделирование электронно-лучевых технологических устройств, теория газового разряда, программирование и теория алгоритмов, компьютерные сети и системы.

ЛУНТОВСКИЙ Андрей Олегович, д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры информационной безопасности и передачи данных Одесской академии связи им. А.С. Попова, зам. зав. отделением информатики и системотехники Саксонской академии г. Дрездена. В 1989 г. окончил Киевский политехнический ин-т. Область научных исследований — моделирование объектов и процессов, САПР, компьютерные сети и системы, облачные и кластерные вычисления, мобильные вычисления, технологии программирования, распределенные системы и сервисы, мобильные и беспроводные сети и их приложения, виртуализация и мультисервисные платформы.

