УДК 621.3.011.7 (043)

А.Ф. Верлань, д-р техн. наук
Ин-т проблем моделирования в энергетике
им. Г.Е. Пухова НАН Украины
(Украина, 03164, Киев, ул. Генерала Наумова, 15,
тел. (044) 4241063, e-mail: a.f.verlan@gmail.com),
К.Н. Ключка, канд. техн. наук
Черкасский государственный технологический университет
(Украина, 18006, Черкассы, б-р Шевченко, 460,
тел. (0472) 730256, e-mail: ux0cx@ukr.net)

Интегральные модели в задачах анализа электрических цепей

Рассмотрено применение интегральных моделей при анализе динамических процессов в электрических цепях. Обоснована возможность повышения эффективности методов и средств расчета динамики электрических цепей широкого класса при использовании интегральных динамических моделей.

Розглянуто застосування інтегральних моделей при аналізі динамічних процесів в електричних колах. Обґрунтовано можливість підвищення ефективності методів і засобів розрахунку динаміки електричних кіл широкого класу при застосуванні інтегральних динамічних моделей.

Ключевые слова: электрические цепи, динамические характеристики, интегральные уравнения Вольтерры.

Традиционно основным и весьма эффективным математическим аппаратом расчета переходных процессов в электрических цепях являются обыкновенные дифференциальные уравнения, применяемые при использовании широко распространенного классического метода и метода переменных состояния. Однако возможности этого класса математических моделей ограничены в случае исследования нестационарных цепей, цепей с распределенными параметрами, при решении некоторых обратных задач.

Постановка задачи. Развитием методов моделирования динамики электрических цепей является применение метода интегральных уравнений, представляющего собой совокупность приемов определения интегральных математических соотношений между известными исходными данными и определяемыми параметрами электрической цепи, а также способов эквивалентных преобразований полученных уравнений и точного или приближенного их решения [1—6]. Рассмотрим интегральные методы расчета переходных процессов в линейных и нелинейных цепях при наличии в них элементов с переменными параметрами, основанные на использовании различных форм закона Ома—Дюамеля и впервые использованные в работах Г.Е. Пухова [1].

Пути решения задачи. В работе [1] предложен метод получения интегральных уравнений электрических цепей (метод Пухова), основанный на понятиях переходных сопротивлений и проводимостей пассивных и активных двухполюсников. Этот метод представляет собой фундаментальные положения для составления непараметрических интегральных моделей цепей произвольного вида как стационарных, так и нестационарных, и нелинейных, в результате введения понятия закона Ома— Дюамеля.

Различные методы расчета электрических цепей основаны, как известно, на трех группах уравнений, а именно:

1) уравнения, составляемые по первому закону Кирхгофа для узлов;

2) уравнения, составляемые по второму закону Кирхгофа для контуров;

3) уравнения, составляемые для каждого из элементов цепи так, чтобы они отражали связи между токами и напряжениями элемента.

Уравнения третьей группы могут быть представлены в виде интегро-дифференциальных уравнений относительно действительных токов и напряжений, уравнений связи между операторными токами и напряжениями, уравнений связи между их комплексными амплитудами для различных гармоник и др.

Есть основание предполагать, что методы, рассчитанные на использование ЭВМ, в настоящее время развиваются так, чтобы на всех этапах расчета не возникало необходимости в переработке информации в операторной, комплексной и других формах. Прежде всего это относится к методам расчета нелинейных цепей и цепей с переменными параметрами. Успешное развитие различных методов в направлении, ориентированном на широкое применение вычислительной техники, в значительной степени зависит от того, насколько адекватно уравнения, составляемые для каждого из элементов цепи, будут отражать связи между токами и напряжениями элемента.

В работе [1] рассмотрены возможности применения интегральных методов, основанных на уравнениях связи между токами и напряжениями элемента, с использованием модифицированных интегралов Дюамеля. Связь между током и напряжением на полюсах активного двухполюсника с постоянными параметрами можно записать в виде интегрального уравнения

$$\int_0^t i(s)\,ds = \int_0^t y(t-s)[u(s)-\overline{u}(s)]\,ds = \int_0^t y(s)[u(t-s)-\overline{u}(t-s)]\,ds, \qquad (1)$$

или

$$\int_0^t u(s)\,ds = \int_0^t z(t-s)[i(s)-\bar{i}(s)]\,ds = \int_0^t z(s)[i(t-s)-\bar{i}(t-s)]\,ds, \qquad (2)$$

где $y(t)$ и $z(t)$ — переходная проводимость и переходное сопротивление соответственно по отношению к единичному напряжению и единичному току; $\bar{u}(t)$ и $\bar{i}(t)$ — напряжение холостого хода и ток короткого замыкания двухполюсника; s — переменная интегрирования. Интегралы правых частей уравнений (1), (2) называются интегральными свертками соответствующих функций. Поэтому уравнение (1) свидетельствует о том, что интеграл от тока двухполюсника равен свертке переходной проводимости и соответствующей разности напряжений, а уравнение (2) — о том, что интеграл от напряжения двухполюсника равен свертке переходного сопротивления и соответствующей разницы токов.

Выражения (1) и (2) представляют собой модифицированные интегралы Дюамеля и при постоянных значениях $y(t)$ и $z(t)$ соответствуют закону Ома. Поэтому для двухполюсника с постоянными параметрами справедлив закон Ома—Дюамеля, математическим выражением которого являются уравнения (1), (2). В общем случае они определяют связь между током и напряжением на зажимах двухполюсника.

При расчете переходных процессов интегральные методы имеют определенные преимущества, из которых наиболее существенными представляются следующие два:

1) возможность просто переходить от общих выражений к численным с помощью известных формул численного интегрирования и получать при этом более устойчивые результаты, чем при использовании конечно-разностных методов;

2) возможность упростить численные расчеты переходных процессов цепей с нелинейными и переменными параметрами по сравнению с методами, основанными на преобразованиях функций по Лапласу и Фурье, так как при этом не возникает необходимости в выполнении операций установления связей между токами и напряжениями нелинейных элементов и элементов с переменными параметрами в операторной и комплексной формах.

Способ получения интегральных уравнений для нелинейных цепей с использованием операторного метода. Расчетные операции, свойственные нелинейной задаче, могут оказаться достаточно громоздкими. Решение такой задачи можно упростить, если эти операции отнести только к нелинейной части схемы [2].

При расчетах установившихся и переходных процессов действующие в ветвях цепи источники э.д.с., параметры линейных и характеристики нелинейных элементов обычно задают аналитически, графически или в виде таблиц. В любом из этих случаев нелинейная зависимость при необходимости может быть представлена степенным рядом. Постоянный член ряда и член, содержащий переменную величину в первой степени, представляют при этом линейную часть характеристики нелинейного элемента. Таким образом, при необходимости можно считать, что каждый нелинейный элемент состоит из двух элементов — линейного и нелинейного.

В каждом контуре многоконтурной схемы с линейными и нелинейными элементами разность суммы э.д.с. и падений напряжений на нелинейных элементах можно представить в виде некоторого напряжения, действующего на линейную часть контура. Тогда нелинейность задачи можно рассматривать как нелинейную зависимость этого напряжения от тока, а к линейной части задачи можно применять методы расчета линейных цепей.

Для решения сформулированной задачи может быть предложен операторный метод. В этом случае изображение напряжения, действующего на линейную часть контура, представляется как разность изображений заданных э.д.с. и изображений падений напряжений на нелинейных элементах, являющихся неизвестными. В этом случае решение нелинейных задач может быть сведено к решению интегрального уравнения, в котором линейная часть задачи определяет известную функцию от времени, а под знак интеграла попадают только нелинейные части характеристик. Полученные интегральные уравнения могут быть решены известными математическими методами.

Рассмотрим пример. Для схемы, имеющей m ветвей и n узлов, на основании второго закона Кирхгофа запишем $m-n+1$ независимых уравнений. Уравнение для некоторого s-го контура имеет вид

$$\sum_s e_q(p) - \sum_s u_q(p) = \sum_s i_q(p)\, Z_q(p),$$

где $e_q(p), u_q(p), i_q(p), Z_q(p)$ — соответственно э.д.с., падения напряжений на нелинейном элементе, токи и сопротивления линейного элемента q-й ветви схемы. Суммирование выполняется по ветвям, входящим в s-контур. Все изображения $e_q(p)$ и $Z_q(p)$ известны изначально, а изображения $u_q(p)$ и $i_q(p)$ — неизвестны. Характеристика нелинейного элемента q-й ветви задана в виде зависимости некоторой величины $v_q(p)$ (сопротивления, емкости, потокосцепления, напряжения и др.) от тока $i_q(p)$. В операторном виде выражение для напряжения на нелинейном элементе имеет вид $u_q(p) = v_q(p)\, f_q(p)$, где $f_q(p)$ — изображение зависимости, связывающей $v_q(p)$ и $u_q(p)$.

В дополнение к уравнениям, полученным на основе второго закона Кирхгофа, составляем соответствующее число уравнений на основе первого закона Кирхгофа. Решив m уравнений, получим выражения для токов во всех ветвях цепи. Так, выражение для тока в некоторой k-й ветви схемы будет иметь вид

$$i_k(p)=\sum_{s=1}^{m-n+1}\frac{\Delta_{ks}}{\Delta}\sum_s[e_q(p)-v_q(p)f_q(p)], \tag{3}$$

где Δ — определитель системы m уравнений с m неизвестными токами; Δ_{ks} — алгебраические дополнения, получаемые вычеркиванием из определителя Δ k-го столбца и s-й строки и умножением на $(-1)^{k+s}$. После преобразований уравнение (3) принимает вид

$$i_k(p)=F_k(p)-\sum_{q=1}^{m}v_q(p)\psi_{kq}(p), \tag{4}$$

где

$$F_k(p)=\sum_{s=1}^{m-n+1}\frac{\Delta_{ks}}{\Delta}\sum_s e(p);$$

ψ_{kq} — коэффициенты, зависящие от номера ветви, в которой находится ток.

Оригинал изображения (4) запишем в виде интегрального уравнения

$$i_k(t)=F_k(t)+\int_0^t\sum_{q=1}^{m}v_q(\tau)\psi_{kq}(t-\tau)d\tau,$$

где v_q — неизвестные нелинейные функции токов i_q, которые являются искомыми функциями времени.

Метод расщепления. Предлагается методика описания произвольной цепи по частям, когда любая линейная подсхема представляется интегральными уравнениями с ядрами, т.е. переходными характеристиками участков (или весовыми функциями), которые могут быть определены аналитически [3]. Аналогом такой методики разделения и описания цепи является эквивалентное преобразование дифференциальных уравнений в интегральные, которое можно назвать методом расщепления оператора уравнения на линейную и нелинейную части с последующим решением линейной части как самостоятельного уравнения.

Возможны различные способы расщепления. Рассмотрим один из них. Пусть задано дифференциальное уравнение

$$y^{(n)}(t)+\sum_{i=1}^{n-1}a_i y^{(n-i)}(t)+F[y(t)]=f(t). \tag{5}$$

Будем считать начальные условия известными и решим уравнение (5), как линейное, операторным методом:

$$V(p)Y(p)+S(p)=\Phi(p)+Q(p),$$

где $S(p)$ — изображение функции $F[y(t)]$; $Q(p)=Q[p, y(0), y'(0), ...$ $..., y^{(n-1)}(0)]=q(t)$; $Y(p)=K(p)[\Phi(p)+Q(p)]-K(p)S(p)$; $K(p)=\dfrac{1}{V(p)}$.

От уравнения для изображений переходим к уравнению в оригиналах,

$$y(t)=\int_0^t k(t-s)[f(s)-q(s, y(0), y'(0), ..., y^{(n-1)}(0)]\,ds-$$

$$-\int_0^t k(t-s)F[y(s)]\,ds,$$

которое является искомым интегральным уравнением. Его ядро $k(t)$ представляет собой переходную характеристику линейной части цепи. Переходные характеристики элементов и участков цепей отображают последействие линейной системы. Их применение приводит к практическому использованию интегральных операторов и уравнений в качестве основных математических моделей [3].

Формирование интегральных уравнений нестационарных цепей. Рассмотрим методы расчета переходных процессов в цепях при наличии в них элементов с переменными параметрами, в том числе нелинейных, основанные на использовании различных форм закона Ома—Дюамеля [1].

При расчете переходного процесса в цепи с одним нелинейным или переменным параметром цепь всегда можно представить в виде двухполюсников *1* и *2*, т.е. переменной или нелинейной проводимостью, индуктивностью или емкостью (рис. 1).

Пусть двухполюсник *2* является переменной омической проводимостью $g=g(t)$. Тогда можно записать

$$\int_0^t i_1(s)\,ds=\int_0^t y(t-s)[u(s)-\bar{u}(s)]\,ds, \tag{6}$$

$$i_1(t)+i_2(t)=0,\ \ i_2(t)=g(t)\,u(t).$$

Исключив из (6) токи i_1 и i_2, получим интегральное уравнение

$$\int_0^t [y(t-s)+g(s)]\,u(s)\,ds=\int_0^t y(t-s)\,\bar{u}(s)]\,ds, \tag{7}$$

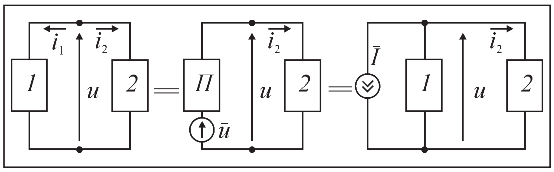

Рис. 1. Схема эквивалентного двухполюсника: *П* — пассивный двухполюсник

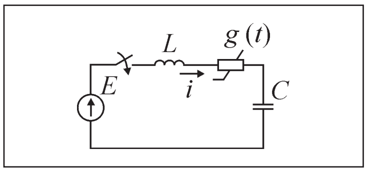

Рис. 2. Расчетная схема

решив которое найдем напряжение $u = u(t)$ на переменной проводимости $g = g(t)$. При численных расчетах вместо (7) будем решать систему нелинейных конечных уравнений.

Рассмотрим случай, когда двухполюсник *2* является нелинейной омической проводимостью. В этом случае для цепи, представленной на рис. 1, можно составить уравнение

$$\int_0^t i_1(s)\,ds = \int_0^t y(t-s)\,[u(s) - \bar{u}(s)]\,ds, \tag{8}$$

$$i_1(t) + i_2(t) = 0, \;\; i_2(t) = i(u).$$

где $i(u)$ — известная функция напряжения u. Исключив из (8) токи, получим интегральное уравнение

$$\int_0^t \{y(t-s)\,u(s) + i[u(s)]\}\,ds = \int_0^t y(t-s)\,\bar{u}(s)\,ds, \tag{9}$$

которое позволяет определять напряжение на нелинейной проводимости. При численных расчетах вместо (9) будем решать систему нелинейных конечных уравнений.

Пример. Пусть цепь, состоящая из последовательно соединенных постоянной индуктивности L, постоянного сопротивления R и переменной проводимости $g(t) = at$, включается на источник с постоянной э.д.с. E (рис. 2). Необходимо найти напряжение на проводимости $g(t)$. В данном случае

$$y(t) = \frac{1 - e^{-\frac{Rt}{L}}}{R}, \;\; \bar{u} = E.$$

Интегральное уравнение для определения неизвестного напряжения имеет вид

$$\int_0^t \left(\frac{1 - e^{-\frac{Rt}{L}}}{R} + as \right) u(s)\,ds = \int_0^t \frac{1 - e^{-\frac{Rt}{L}}}{R}\,E ds.$$

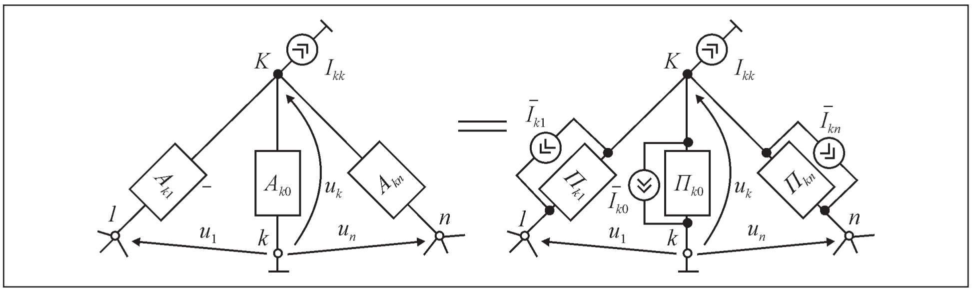

Рис. 3. Схема замещения: A_{k1}— A_{kn} и Π_{k1} —Π_{kn} — активные и пассивные двухполюсники

Для получения численных результатов с помощью замены интегралов формулой прямоугольников приходим к следующей системе линейных уравнений:

$$(y_1+g_0)\,u_0=y_1E,$$

$$(y_2+g_0)\,u_0+(y_2+g_1)\,u_1=(y_2+y_1)\,E,$$

$$(y_3+g_0)\,u_0+(y_2+g_1)\,u_1+(y_1+g_2)\,u_2=(y_3+y_2+y_1)\,E\,...,$$

где $y_k=\frac{1}{R}(1-w^k)$; $g_k=kah$; $w=e^{-\frac{R}{L}h}$. Значение напряжения u_k при $t=$ $=t_k=kh$ определяем последовательно: из первого уравнения находим u_0, из второго — u_1, из третьего — u_2 и так далее.

Рассмотрим интегральные методы узловых напряжений и контурных токов. Используя схемы замещения активных двухполюсников, закон Ома—Дюамеля для каждого из них и считая неизвестными узловые напряжения цепи (рис. 3), легко установить, что вектор узловых напряжений можно определить, решив следующее интегральное уравнение:

$$\int_0^t Y\,(t-s)\,u\,(s)\,ds=\int_0^t Y(s)\,u\,(t-s)]\,ds=\int_0^t\, i\,(s)\,ds. \tag{10}$$

Здесь $u\,(t)$ — вектор узловых напряжений,

$$u\,(t)=\begin{vmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \cdots \\ u_n(t) \end{vmatrix};$$

$i(t)$ — вектор токов короткого замыкания,

$$i(t)=\begin{vmatrix} \bar{i}_1(t) \\ \bar{i}_2(t) \\ \cdots \\ \bar{i}_n(t) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \bar{i}_{10}(t)+\bar{i}_{11}(t)+\bar{i}_{12}(t)+...+\bar{i}_{1n}(t) \\ \bar{i}_{20}(t)+\bar{i}_{21}(t)+\bar{i}_{22}(t)+...+\bar{i}_{2n}(t) \\ \cdots \\ \bar{i}_{n0}(t)+\bar{i}_{n1}(t)+\bar{i}_{n2}(t)+...+\bar{i}_{nn}(t) \end{vmatrix};$$

$Y(t)$ — матрица собственной и взаимной переходной проводимостей,

$$Y(t)=\begin{vmatrix} y_{11}(t) & -y_{12}(t) & \cdots & -y_{1n}(t) \\ -y_{21}(t) & y_{22}(t) & \cdots & -y_{2n}(t) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -y_{n1}(t) & -y_{2n}(t) & \cdots & y_{nn}(t) \end{vmatrix},$$

где $y_{kk}(t)=y_{k0}(t)+y_{k1}(t)+...+y_{kn}(t),\ \ k=1,2,...,n.$ Для статических (безынерционных) цепей матрично-векторное интегральное уравнение (10) вырождается в алгебраическую систему $Yu=\bar{i}$, соответствующую методу узловых напряжений.

Рассмотрим интегральный метод контурных токов. Используя схемы замещения элементарных двухполюсников и учитывая, что алгебраическая сумма всех напряжений в каждом из замкнутых контуров электрической цепи должна равняться нулю, можно получить матрично-векторное интегральное уравнение

$$\int_0^t Z(t-s)\,i(s)\,ds=\int_0^t Z(s)\,i(t-s)]\,ds=\int_0^t \bar{u}\,(s)\,ds, \tag{11}$$

где $i(s)$ — вектор контурных токов; $\bar{u}\,(t)$ — вектор, компонентами которого являются алгебраические суммы напряжений холостого хода, элементов цепи, входящих в замкнутые контуры; $Z(t)$ — матрица собственных и взаимных сопротивлений контуров. При постоянных переходных сопротивлениях интегральное уравнение (11) вырождается в уравнение $Zi=\bar{u}$, соответствующее методу контурных токов.

Теперь рассмотрим интегральный метод расчета электрической цепи с несколькими нелинейными и переменными параметрами. Цепь, имеющая *n* двухполюсников с нелинейными и переменными параметрами, всегда может быть представлена в виде линейного многополюсника *A* с постоянными параметрами и присоединенных к нему двухполюсников *1*, *2*, ..., *n* с нелинейными и переменными параметрами (рис. 4, *а*). Схемы замещения цепи с источниками напряжения $\bar{u}_k=\bar{u}_k(t),$ равными напряжению хо-

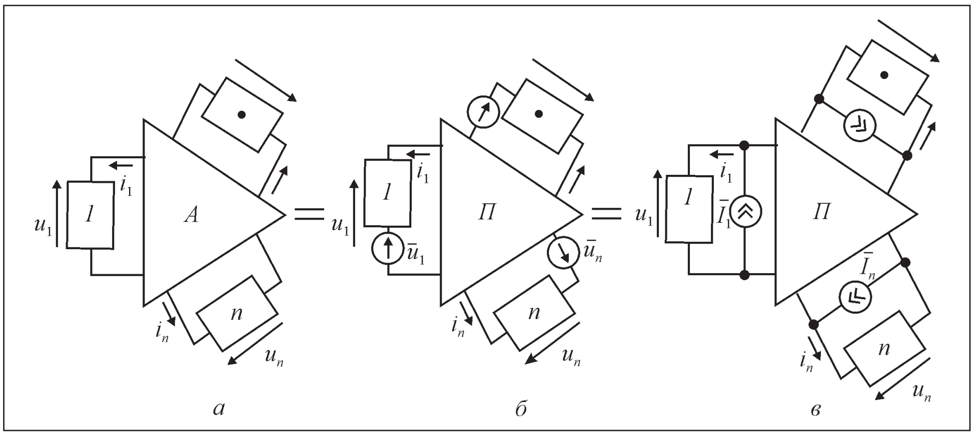

Рис. 4. Схема замещения сложной цепи

лостого хода, и с источниками тока $\bar{i}_k = \bar{i}_k(t)$, равными токам короткого замыкания (рис. 4, *б*, *в*), определяются как обобщение двухполюсных схем замещения на многополюсник.

Обозначив через u вектор напряжений двухполюсников *1*, *2*, ..., *n*, через $\bar{u}$ и $\bar{i}$ — вектор напряжений $\bar{u}_k$ и токов $\bar{i}_k$, а через $Y(t)$ и $Z(t)$ — матрицы собственной и взаимной переходной проводимости и сопротивления линейного многополюсника, получим уравнение для определения вектора u в случае, когда двухполюсники *1*, *2*, ..., *n* являются переменной омической проводимостью. Очевидно, что для многополюсника справедливо интегральное уравнение

$$\int_0^t Y(t-s)[u(s)-\bar{u}(s)]\,ds = -\int_0^t i(s)\,ds, \tag{12}$$

а для системы двухполюсников — уравнение

$$i(t) = Gu(t), \tag{13}$$

где $G = G(t)$ — диагональная матрица переменной проводимости,

$$G = \begin{vmatrix} g_1(t) & & & \\ & g_2(t) & & \\ & & \dots & \\ & & & g_n(t) \end{vmatrix}.$$

Исключив из уравнений (12) и (13) векторы тока $i(t)$, получим искомое интегральное уравнение

$$\int_0^t [Y(t-s)+G(s)]\,u(s)\,ds = \int_0^t Y(t-s)\,\overline{u}(s)\,ds \qquad (14)$$

для определения вектора напряжения $u = u(t)$.

Полученное уравнение (14) остается справедливым и в случае, когда двухполюсники *1*, *2*, ..., n являются нелинейной омической проводимостью $g_s = g_s(u_s)$, известным образом зависящей от напряжения u_s, $s = 1, 2, ..., n$. В случае, если двухполюсники представляют не омические, а нелинейные и переменные индуктивности или емкости, интегральные уравнения, описывающие состояние цепи, составляются аналогично.

Пусть, например, нелинейные двухполюсники являются нелинейными индуктивностями и для каждого из них известна зависимость между потокосцеплением ψ_k и током i_k:

$$i_k = i_k(\psi_k),\ \ k = 1, 2, ..., n\,. \qquad (15)$$

В векторной форме эта система имеет вид $\bar{i} = \bar{i}\,(\psi)$. Вектор напряжения на нелинейных индуктивностях запишем в виде

$$u = \frac{d\psi}{dt}. \qquad (16)$$

Интегрируя это выражение от $t = 0$ до t, получаем

$$\psi = \psi_0 + \int_0^t u(s)\,ds. \qquad (17)$$

Вместе с тем, для многополюсника можно записать интегральное уравнение

$$\int_0^t Z(t-s)[i(s)-\bar{i}\,(s)]\,ds = -\int_0^t u(s)\,ds,$$

из которого, учитывая выражения (16), (17) и исключая векторы $u(t)$, $i(t)$, получаем интегральное уравнение

$$\psi + \int_0^t Z(t-s)\,i(\psi)\,ds = \psi(0) - \int_0^t Z(t-s)\,\bar{i}\,(y)\,ds,$$

позволяющее определить вектор потокосцеплений в индуктивностях, а затем из (15) и компоненты вектора токов. При численных расчетах следует заменить интегралы соответствующими суммами и решать полученную систему нелинейных уравнений.

Выводы

Таким образом, существенным достоинством рассмотренных математических моделей электрических цепей является их универсальность при описании цепей с разнородными элементами, а также возможность использования для расчетов единообразных вычислительных алгоритмов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Пухов Г.Е.* Интегральные методы расчета электрических цепей // Теоретическая электротехника. — 1966. —№ 2. — С. 5—14.
2. *Гинзбург М.М.* Получение интегральных уравнений для нелинейных цепей с применением операторного метода // Электричество. — 1960. — № 5. — С. 17—22.
3. *Верлань А.Ф.* Метод интегральных уравнений в задаче описания и расчета электрических цепей // Электрон. моделирование. — 1983. — **5**, № 5. — С. 8—12.
4. *Верлань А.Ф., Ключка К.Н.* Метод интегральных уравнений в задаче идентификации параметров электрических цепей // Вісн. Черкаського державного технологічного університету. — 2011. — № 1. — С. 55—58.
5. *Верлань А.Ф., Ситник О.О., Ключка К.М.* Інтегральні рівняння аналізу нестаціонарних електричних систем // Вісн. Національного університету «Львівська політехніка». — 2009. — № 637. — С. 12—18.
6. *Ключка К.М.* Моделювання динаміки електричних кіл на основі непараметричних інтегральних моделей // Вісн. Черкаського державного технологічного університету. — 2013. — № 2. — С. 96—101.

A.F. Verlan, K.N. Klyuchka

INTEGRAL MODELS IN THE PROBLEMS
OF ANALYSIS OF ELECTRICAL CIRCUITS

The use of integral models in analysis of dynamic processes in electrical circuits has been considered. A possibility of raising efficiency of the methods and means of design of broad class electrical circuits based on the use of integral dynamic models has been substantiated.

K e y w o r d s: electrical circuits, dynamic characteristics, Volterra integral equations.

REFERENCES

1. Pukhov, G.E. (1966), “Integral methods for calculating electric circuits”, *Teoreticheskaya elektrotekhnika*, no. 2, pp. 5-14.
2. Ginzburg, M.M. (1960), “Production of integral equations for nonlinear circuits using the operator method”, *Elektrichestvo*, no. 5, pp. 17-22.

3. Verlan, A.F. (1983), "The method of integral equations in the problem description and calculation of electrical circuits", *Elektronnoe modelirovanie*, Vol. 5, no. 5, pp. 8-12.
4. Verlan, A.F. and Klyuchka, K.N. (2011), "The method of integral equations in the problem of identification of parameters of electric circuits", *Visnyk Cherkaskogo derzhavnogo tekhnologichnogo universytetu,* no. 1, pp. 55-58.
5. Verlan, A.F., Sitnik, O.O. and Klyuchka, K.M. (2009), "Integral equation analysis of non-stationary electrical systems", *Visnyk Natsionalnogo universytetu «Lvivska politekhnika"*, no. 637, pp. 12-18.
6. Klyuchka, K.M. (2013), "Modeling of circuits based on nonparametric integrated models", *Visnyk Cherkaskogo derzhavnogo tekhnologichnogo universytetu*, no. 2, pp. 96-101.

Поступила 20.05.16

ВЕРЛАНЬ Анатолий Федорович, д-р техн. наук, зав. отделом Ин-та проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины. В 1956 г. окончил Киевский политехнический ин-т. Область научных исследований — методы математического и компьютерного моделирования в задачах исследования динамических систем, электрических цепей, численные методы и алгоритмы решения интегральных уравнений.

КЛЮЧКА Константин Николаевич, канд. техн. наук, доцент кафедры электротехнических систем Черкасского государственного технологического университета. В 1996 г. окончил Черкасский инженерно-технологический институт. Область научных исследований — применение интегральных уравнений в математическом моделировании электрических цепей.