УДК 621.3

С.Д. Винничук, д-р техн. наук, **В.Я. Кондращенко**, д-р техн. наук
Ин-т проблем моделирования в энергетике
им. Г.Е. Пухова НАН Украины
(Украина, 03164, Киев, ул. Генерала Наумова, 15,
тел. (044) 4241063, e-mail: vynnychuk@i.ua)

Выбор диаметров для элементов систем потокораспределения с одним входом при ограничениях на порядок следования их типоразмеров

Рассмотрена задача минимизации массы гидравлической распределительной системы при таких ограничениях: граф системы является ориентированным корневым деревом, диаметры элементов ветвей, находящихся ниже по потоку сжимаемой жидкости, не могут превышать значений диаметров элементов смежной ей ветви, находящейся выше по потоку. При расчете потерь напора на элементах использование моделей его определения не ограничено.

Предложен вариант алгоритма выбора дискретных значений диаметров, удовлетворяющих требованиям k-допустимости, когда типоразмер диаметра элементов ветви не может превышать минимально допустимое значение более чем на k позиций. Наилучший вариант назван k-оптимальным, а алгоритм его поиска — k-оптимальным алгоритмом A. Показано, что вычислительная сложность алгоритма A составляет $T = O(V(k+1)^{E_1} + VL)$, где V — число узлов графа, E_1 — подмножество ветвей, конечные узлы которых являются внутренними узлами графа, L — число типоразмеров диаметров. При этом для графа, все внутренние узлы которого объединены тремя ветвями (бинарное дерево), число вариантов перебора для 1-оптимального алгоритма A не превышает $2^{E/2}$.

Ключевые слова: распределительные сети сжимаемой и несжимаемой жидкостей, минимизация веса.

Розглянуто задачу мінімізації маси гідравлічної розподільчої системи при таких обмеженнях: граф системи є орієнтованим кореневим деревом, діаметри елементів гілок, які знаходяться нижче по потоку стисненої рідини, не можуть перевищувати значення діаметрів елементів в суміжній їй гілці, яка знаходиться вище по потоку. При розрахунку втрат тиску на елементах використання моделей його визначення необмежене.

Запропоновано варіант алгоритму вибору дискретних значень діаметрів, які відповідають вимогам k-припустимості, коли типорозмір діаметра елементів гілки може перевищувати мінімально припустиме його значення більше ніж на k позицій. Найкращий варіант названо k-оптимальним, а алгоритм його пошуку — k-оптимальним алгоритмом A. Показано, що обчислювальна складність алгоритму A становить величину $T = O\,(V\,(k+1)^{E_1} + VL)$, де V — число вузлів графа, E_1 — підмножина гілок, кінцевими вузлами для яких є внутрішні вузли графа, L — число типорозмірів діаметрів. При цьому для графа, всі внутрішні вузли якого об'єднують три гілки (бінарне дерево), число варіантів перебору для 1-оптимального алгоритму A не перевищує $2^{E/2}$.

Ключові слова: розподільчі мережі стискуваної та нестискуваної рідин, мінімізація ваги.

Оптимизация трубопроводных систем — актуальная задача для многих отраслей народного хозяйства, связанных с проектированием, строительством и модернизацией трубопроводных систем. Особенностью таких задач оптимизации является многообразие конструктивных и технологических параметров, влияющих на величину капитальных вложений и эксплуатационных затрат. В качестве основных параметров рассматриваются: множество типовых размеров (типоразмеров) диаметров трубопроводов, данные о толщине стенок и материалах труб, теплоизоляции, длинах трубопроводов и их размещении, а также о других элементах трубопроводных систем (повороты труб, тройники, насосы (компрессоры) и др.), существенно влияющих на потери давления.

При трубопроводных системах водоснабжения и водоотведения задача оптимизации связана с определением диаметра трубопровода и насоса (системы насосов) для подачи воды. Сеть не является разветвленной и задача может быть решена относительно просто. В настоящее время такие решения приведены в известных таблицах Ф.А. Шевелева и А.Ф. Шевелева [1]. Рекомендации по оптимальному выбору диаметров трубопроводов содержатся в работах [2, 3]. В [3] указано, что при известной структуре системы (т.е. заданной схеме ее основных связей), решается задача схемно-параметрической оптимизации, а именно задача выбора диаметров трубопроводов и расчетного потокораспределения для определенного уровня нагрузок у потребителя без проведения многовариантных оптимизационных расчетов на ЭВМ на основе стандартных нормативов и правил. Особенно это характерно для тепло- и водоснабжающих систем.

В настоящее время задача выбора оптимального диаметра трубопровода рассматривается не только с точки зрения технологической, но и экономической эффективности. Во многих случаях оптимальный размер — это наименьший из подходящих размеров труб для конкретного использования, который будет экономически эффективным в течение всего срока службы системы. Примером такого подхода является информация, размещенная на сайте компании INTECH-GMBH [4].

Расчет оптимальных диаметров трубопроводов — сложная задача, требующая технико-экономических расчетов и учета многих факторов.

Во-первых, существует тесная взаимосвязь параметров проектируемого трубопровода и потока перекачиваемой по нему среды. Увеличение скорости перекачки позволяет уменьшить необходимый диаметр трубопровода при фиксированном расходе, что уменьшает его материалоемкость, облегчает и удешевляет монтаж системы. В то же время, увеличение скорости неизбежно влечет за собой потери напора, что требует дополнительных затрат энергии на перекачку среды.

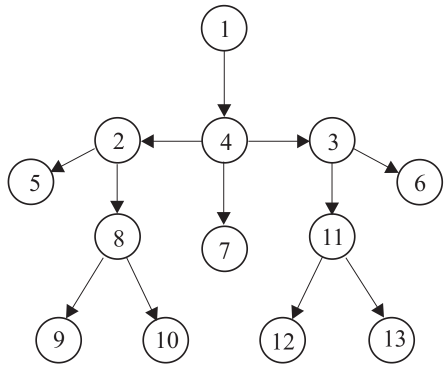
Во-вторых, изменение диаметра трубопровода приводит к изменению величин коэффициентов сопротивления смежных с трубопроводом элементов, в связи с чем требуются повторные детальные пересчеты. Это особенно актуально для авиационных топливных систем (ТС) и систем кондиционирования воздуха (СКВ), где потери давления на местных сопротивлениях (тройники, внезапные сужения и расширения потока, поворот потока, дроссельные шайбы, заслонки и др.) значительно превышают потери на трение в гладких трубах.

Более существенной проблемой определения диаметров системы оптимальных трубопроводов для сетей ТС и СКВ является тот факт, что речь идет не об одном диаметре, а о диаметрах элементов распределительной сети, граф которой содержит много ребер. К каждому из них относятся типичные гидравлические элементы, для части которых диаметр может ограничиваться сверху некоторым пороговым значением. К числу дополнительных ограничений относится также технологическая особенность изготовления тройников, когда диаметры для двух из его элементов могут совпадать.

Предлагаемый эвристический алгоритм определения диаметров трубопроводов основан на следующем принципе: суммарная площадь разветвления увеличивается, но площадь каждого из выходов в отдельности не может быть больше площади входа.

Постановка задачи. Для заданной топологии сети (ориентированный граф сети типа корневого дерева) рассмотрим задачу минимизации массы трубопроводной гидравлической распределительной системы сжимаемой или несжимаемой жидкости при фиксированных расходах, граничных давлениях, температуре рабочей жидкости, составе элементов, толщине и материале стенок труб при заданном множестве типовых размеров диаметров трубопроводов. При этом диаметр элементов ветви-предка не может быть меньше максимального значения диаметра элемента любой из ветвей, находящихся ниже ее по потоку, а также не может превышать его более чем на k типоразмеров.

Распределительная сеть (РС) как объект моделирования. *Граф РС и его обработка.* Рассмотрим граф РС, который является корневым дере-



Список смежности
для узлов графа

–1, 4,
–2, 5, 8,
–3, 6, 11,
–4, 2, 3, 7,
–5, –6, –7,
–8, 9, 10,
–9, –10,
–11, 12, 13,
–12,
–13.

Пример ориентованного графа РС

вом с одним узлом входа и содержит V узлов и $E = V - 1$ ветвей. При расчете схемы гидравлической распределительной системы (ГРС) с одним узлом входа такой узел является корнем дерева или корневым узлом. Смежную с ним ветвь назовем корневой ветвью. Каждая ветвь ориентированного графа определяется начальным и конечным узлами, где направление потока должно совпадать с направлением от ее начального узла до конечного. Будем полагать, что ветвь является предком узла, если узел является конечным для ветви.

Сформируем последовательность узлов, для чего используем метод поиска в ширину [5]. При формировании очереди начальным ее элементом будет корневой узел (см. рисунок). Одновременно с очередью узлов определяются их уровни в дереве, узлы-предки и ветви-предки, а также список ветвей, смежных узлам. Для графа, представленного на рисунке, такая информация приведена в таблице.

В списке очереди узлов начальным будет узел входа 1. Его уровень соответствует нулю. Следующим в очереди размещается смежный ему узел с номером 4 уровня 1. Для узла 4 узлом-предком будет узел 1, а ветвью-предком — корневая ветвь (1, 4). Узлу 4 — смежные узлы 2, 3 и 7, записанные в таком порядке в списке смежности, и в этом же порядке они заносятся в очередь. Узлом-предком для них будет узел 4, а ветвями-предками — соответственно ветви (4, 2), (4, 3) и (4, 7). Все эти узлы имеют уровень 2. Смежные узлам с уровнем 2 будут узлы уровня 3, для которых смежными будут узлы уровня 4 и так далее.

Определим используемое далее понятие e-дерева.

Определение. e-дерево — это подграф исходного корневого ориентированного графа, множество узлов и ветвей которого формируется по следующим правилам:

e-дереву принадлежит ветвь *e* и инцидентные ей узлы, где u_e — начальный узел ветви *e*;

e-дереву принадлежат все ветви и узлы путей, содержащих ветвь *e*, которые начинаються в узле u_e и заканчиваются в одном из узлов-листьев.

Приведем два примера *e*-деревев для графа, представленного на рисунке:

1) для ветви (2, 8) *e*-дереву принадлежат узлы 2, 8, 9, 10 и ветви (2, 8), (8, 9), (8,10).

2) для ветви (4, 3) *e*-дереву принадлежат узлы 4, 3, 6, 11, 12, 13 и ветви (4, 3), (3,6), (3, 11), (11, 12), (11, 13).

Структура и элементный состав ГРС. Структура произвольной РС может быть представлена графом, узлами которого являются точки разделения потоков. Каждое ребро графа содержит ряд типовых элементов, размещенных последовательно:

прямая труба заданной длины круглого или некруглого сечения;

Результаты обработки данных для графа

Узел очереди	Уровень узла	Узел-предок	Ветвь-предок	Ветвь, смежная узлу
1	0	—	—	(1, 4)
4	1	1	(1, 4)	(4, 2)
				(4, 3)
				(4, 7)
2	2	4	(4, 2)	(2, 5)
				(2, 8)
3	2	4	(4, 3)	(3, 6)
				(3, 11)
7	2	4	(4, 7)	—
5	3	2	(2, 5)	—
8	3	2	(2, 8)	(8, 9)
				(8, 10)
6	3	3	(3, 6)	—
11	3	3	(3, 11)	(11, 12)
				(11, 13)
9	4	8	(8, 9)	—
10	4	8	(8, 10)	—
12	4	11	(11, 12)	—
13	4	11	(11, 13)	—

элементы ГРС, потери давления для которых определяются с помощью постоянного коэффициента сопротивления;

поворот трубы заданного круглого или некруглого сечения на заданный угол при известном радиусе поворота;

внезапное расширение или сужение диаметра круглой трубы;

шайба в круглой трубе;

трубка Вентури (элемент СКВ);

обратный клапан;

труба круглого сечения, для которой следует учитывать теплообмен с внешней средой;

линия теплообменника, представленная в системе;

устройство отделения влаги (элемент СКВ);

тройники;

насосы (элементы ТС);

струйные насосы (элементы ТС).

Для указанных элементов изменение давления определяется с помощью описанных далее вариантов моделей.

Расчет потерь давления на элементах гидравлических систем. *Несжимаемая жидкость.* Основной моделью для гидравлических процессов является уравнение Бернулли [6]

$$P_1^* = \rho\, z_1 + P_1 + \alpha_1 \rho\, v_1^2/2 =$$

$$= \rho\, z_2 + P_2 + \alpha_2 \rho\, v_2^2/2 + \xi\, \rho\, v_2^2/2 = P_2^* + \xi\, \rho\, v_2^2/2, \quad (1)$$

где z_1 — нивелирная высота, характеризующая энергию положения; $P\,(P^*)$ — статическое (полное) давление в рассматриваемой точке; ρ — плотность жидкости, зависимая от температуры; $\rho v^2/2$ — скоростной напор; α — коэффициент учета неравномерности поля скоростей в сечении трубы; ξ — коэффициент потерь, приведенный к скоростному напору.

При постоянном сечении элемента получают простую зависимость для определения перепада полного давления на элементе e:

$$\Delta P_e^* = (P_{1,e}^* + z_{1,e}\rho) - (P_{2,e}^* + z_{2,e}\rho) = \xi\, \rho\, v^2/2 = \xi\, m/G^2, \quad (2)$$

где m — коэффициент, учитывающий переход от скорости v до расхода жидкости G. Тогда задача определения перепада давления на произвольном элементе сводится к определению коэффициента сопротивления ξ и его использовании в соотношении (2). Для насосов такой перепад давления определяется по их напорным характеристикам, полученным в результате натурных испытаний.

Произвольное направление потока жидкости можно учесть с помощью расхода G_e через элемент e, и тогда универсальной для определения перепада давления на элементе будет зависимость $\Delta P_e(G_e) = \xi_e m_e G_e |G_e|$.

Существует ряд моделей расчета потерь давления на элементах сжимаемой жидкости.

Модель изотермического процесса в трубе постоянного сечения для сжимаемой жидкости. Определяют разность квадратов давления по формуле

$$\Delta P_e^2(G) = (P_{1,e}^*)^2 - (P_{2,e}^*)^2 = \xi_e m_e G_e |G_e|, \tag{3}$$

а на ее основе — и перепад давления.

Модель воздухозаборника. Полное давление на выходе воздухозаборника $P_{\text{вх}}^* = \eta P_\infty^* + (1-\eta) P_0$, где $\eta = \eta(M, \delta_{\text{пог.сл.}})$; M — число Маха; $\delta_{\text{пог.сл.}}$ — толщина пограничного слоя; $\overline{KП}_{\text{вз}}$ — конструктивные параметры воздухозаборника; P_∞^* — полное давление набегающего потока; P_0 — статическое давление.

Медель приведенной длины для определения потерь давления на основе газодинамических функций основан на принципе замены коэффициента сопротивления произвольного элемента таким же по величине коэффициентом сопротивления трубы такого же диаметра и соответствующей длины. Для трубы постоянного диаметра и заданной длины разработана модель установившихся изоэнтропических процессов в ней, т.е. таких, при которых постоянной будет температура заторможенного потока T^* [7].

Течение вязкой сжимаемой жидкости характеризует коэффициент скорости $\lambda = v / a_{\text{кр}}$, где v — скорость потока; $a_{\text{кр}}$ — критическая скорость воздуха, равная $18{,}3\sqrt{T^*}$. В трубе постоянного сечения скорость потока не может превысить критическую скорость, т.е. скорость звука в потоке. Критической скорости соответствует минимально возможное давление $P_{2,\,e\min}$ в выходном сечении трубы. Поэтому давление во входном сечении $P_{1,e}$ должно превышать $P_{2,\,e\min}$. Если $P_{2,\,e\min} > P_{1,e}$, то расчет $P_{2,e}$ по $P_{1,e}$ невозможен, т.е. невозможен расчет вдоль потока.

Пусть P^* — полное давление; P — статическое давление; G — расход через элемент; $k = 1,4$ — коэффициент адиабаты для воздуха. Используя газодинамические функции $\tau(\lambda) = 1 - \lambda^2/6$, $\varepsilon(\lambda) = (1-\lambda^2/6)^{2,5}$, $\pi(\lambda) = (1-\lambda^2/6)^{3,5} = P^*/P$, $\varphi(\lambda) = \lambda^2 + 2\ln(\lambda)$, $q(\lambda) = 1{,}2^{2,5}\lambda\varepsilon(\lambda) = |G|\sqrt{T^*}/(0{,}3965FP^*)$, $y(\lambda) = q(\lambda)/\pi(\lambda)$, по известным значениям G, T^* и поперечного сечения элемента F можно определить $q(\lambda_2)$ в конце элемента (в сторону потока). Если окажется, что $q(\lambda_2) > 1$, то значит на этом элементе — критический режим течения. Тогда $\lambda_{кр} = 1$ при $q(\lambda_{кр}) = 1$, что соответствует минимально возможному значению давления $P_{2,\,e\,\min}$. Разницу $P_{2,\,e\,\min} - P^*_{2,e} = \Delta P_{e\,ск}$ называют скачком уплотнения, который в случае критического режима течения при $\lambda < 1$ равен нулю.

Обозначим λ_2 коэффициент скорости в конце элемента. Для докритического режима течения $q(\lambda_2) = a$ $(0 < a < 1)$ при $\lambda < 1$, а для критического $q(\lambda_2) = 1$ и $\lambda_2 = \lambda_{кр} = 1$. Согласно [7]

$$\varphi(\lambda_1) - \varphi(\lambda_2) = 2k/(k+1)\,\xi\,, \tag{4}$$

где коэффициент ξ определяется для несжимаемой жидкости. Определив λ_1 из уравнения (4) и подставив его в уравнение для $q(\lambda)$, найдем перепад давления:

$$\Delta P_e = P^*_{1,e} - P^*_{2,e} = f(G_e, P^*_{2,e})\,.$$

Общая схема последовательности определения перепада давления на элементе с учетом газодинамических функций и коэффициента ξ при постоянных G, T^* и F имеет вид

$$P^*_{2,e} \to q(\lambda_2) \to \lambda_{2k} \to \varphi(\lambda_1) \to \lambda_1 \to q(\lambda_1) \to P^*_{1,e} \to \Delta P_e\,.$$

Если окажется, что вместо $P^*_{2,e}$ на границе элемента задано статическое давление $P_{2,e}$, то вместо $q(\lambda_2)$ определяют значение $y(\lambda_2)$, а по нему — значение λ_2, которое ограничивается сверху значением 1. Тогда последовательность операций для определения перепада давления на элементе будет иметь вид

$$P^*_{2,e} \text{ или } P_{2,e} \to q(\lambda_2) \text{ или } y(\lambda_2) \to \lambda_2 \to$$
$$\to \varphi(\lambda_1) \to \lambda_1 \to q(\lambda_1) \to P^*_{1,e} \to \Delta P_e\,. \tag{5}$$

Способ определения перепада давления методом приведенной длины является в настоящее время одним из наиболее точных в широком диапазоне режимов функционирования элементов ГРС сжимаемой жидкости.

Особенности расчета перепадов давлений на элементах ГРС. Для моделей, построенных с использованием соотношений (1), (3) или последовательности операций (5), необходимо определять коэффициент сопротивления, являющийся сложной функцией расхода, температуры, ряда конструктивных параметров, характеризующих элемент, включая диаметр. При расчете перепада давления в сетях с сжимаемой жидкостью существенным параметром является давление. В случае критического режима течения перепад давления можно определить только при известном давлении в конце элемента (по потоку). Поэтому при поиске оптимальных значений диаметров для определения перепадов давлений необходимо найти неизвестное поле давлений любым из указанных способов.

Особенностью расчета перепадов давлений для произвольных ГРС является также необходимость учета потерь давления при изменениях диаметров в ходе их оптимального выбора. В связи с тем, что зависимости для перепадов давлений на элементах ГРС —сложные функции, в которых диаметр элемента является одним из параметров, определение диаметра элемента на основании найденного перепада давления на нем оказывается непростой задачей. Если таких элементов много, то задача существенно усложняется. Поэтому вместо поиска поля давлений и последующего расчета диаметров элементов ставится задача подбора дискретных значений диаметров и определения на их основе поля давлений. Если при расчете поля давлений с учетом известного давления в корневом узле окажется, что найденные значения давления во всех других граничных узлах равняются заданным значениям или превышают их, то такой вариант выбора диаметров считается допустимым. В этом случае выполняется расчет весов элементов ГРС и веса всей системы. Оптимальному варианту выбранных диаметров соответствует минимальная масса ГРС.

Способ решения задачи поиска оптимальных диаметров основан на полном переборе всех вариантов, что существенно ограничивает размерность ГРС (число ветвей графа системы и их элементов) и число типоразмеров диаметров. Поэтому представляется целесообразной постановка задачи выбора диаметров при условиях, которые часто встречаются в практике проектирования РС, а именно:

1. Граф РС является корневым ориентированным деревом с одним корневым узлом, а направление расхода в произвольной ветви совпадает с направлением от корня к одному из листьев.

2. В узлах разделения потока [8] сечение сборного рукава тройника не может быть меньше, чем сечение любого из элементов.

3. Диаметры элементов ветви-предка не могут быть меньше максимальных диаметров элементов любой из ветвей, находящихся ниже по потоку.

Алгоритм минимизации массы ГРС. При решении задачи поиска диаметров элементов ГРС используются следующие входные данные:

граф сети;

состав элементов каждой из ветвей ориентированного графа;

режимные и граничные условия (ГУ), включая единую температуру (для ГРС сжимаемой жидкости — температура заторможенного потока T^*), полное давление в корневом узле и статические давления в других граничных узлах, значение расходов рабочей жидкости для каждой из ветвей ориентированного графа;

дискретный ряд диаметров $\{d_j\}_{j=1}^{J}$, где J — число типоразмеров диаметров, $d_j < d_{j+1}$, $j = 1 \div L - 1$ (значения диаметров расположены в порядке их возрастания).

Пусть для задания информации о графе системы используется список инциденций, в котором направление от начального узла ветви является положительным направлением расхода в ветви. Информация о каждой из ветвей дополняется данными об элементах ветвей, размещенных в направлении от начального до конечного узла ветви. Пусть также для узла с известными фиксированными коэффициентами сопротивления значения коэффициентов заданы в элементах соответствующих ему смежных ветвей. Для таких узлов число смежных узлов не ограничивается. Для тройников коэффициенты сопротивлений могут быть определены по известным моделям [8] с учетом изменения диаметров патрубков. Будем полагать, что значения подбираемых диаметров всех элементов каждой из ветвей одинаковые. Поэтому можно не детализировать способы определения перепадов давления при изменении диаметров.

В предлагаемом алгоритме выбора диаметров элементов ветвей использован принцип ограниченного перебора допустимых вариантов, основанный на условии 3, согласно которому диаметр элементов ветви-предка не может быть меньше максимального значения диаметра элементов любой из ветвей, находящихся ниже по потоку. Поэтому среди всех возможных вариантов диаметров элементов ветвей как первое приближение рассматривается вариант, когда все диаметры одинаковые.

При задании единого диаметра для всех элементов ГРС предлагается определять значения давления в узлах, начиная с узлов-листьев. Результаты их определения для различных типоразмеров диаметров присваиваются элементам массивов PLV [L] [V] и PLE [J] [E], где L — число типоразмеров диаметров. При единых диаметрах элементов d_j, соответствующих номеру типоразмера j ($1 \le j \le L$), элементу массива PLE [j][e] будет присвоено значение давления, соответствующее давлениию PLV [j][$v2_e$] в конечном узле $v2_e$ ветви e и перепаду давления на элементах ветви. Для произвольного из узлов-листьев независимо от типоразмера диаметров фиксируется значение давления, заданное как граничное условие. Для остальных узлов u давление PLV [j][u] определяется как максимальное среди давлений PLE [j][e], где каждая из ветвей e является смежной узлу u. Следовательно, задавая значения диаметров в ветвях-предках узлов-листьев, по значению граничного давления можно определить большее из давлений в некотором общем узле-предке u для нескольких смежных ему узлов. В результате окажется, что всегда найдется узел, для которого определены давления всех смежных ему узлов [9], и давление в нем можно считать максимальным из них. Таким же способом определяется и давление в корневом узле. При этом последовательность определения значений в массивах PLV [L][V] и PLE [J][E] имеет обратный порядок нумерации узлов методом поиска в ширину. Для графа, представленного на рисунке, такая информация приведена в таблице.

Формирование массивов PLV [L][V] и PLE [J][E] является первой частью алгоритма. По данным о давлениях PLV [j][v_k] в корневом узле v_k для всех $j \geq 1$ и $j \leq L$ можно определить наличие решения задачи выбора диаметров. Так, в случае, когда PLV [L][v_k] превышает заданное (как ГУ) значение давления P (v_k) в корневом узле, решения не существует. Если PLV [1][v_k] $\leq P$ (v_k), то решением будет единое значение диаметров d_1 для всех элементов ГРС. В случаях, когда PLV [L][v_k] $\leq P(v_k) \leq PLV$ [1][v_k], необходимо организовать поиск варианта различных значений диаметров так, чтобы решением задачи выбора диаметров было лучшее значение веса системы.

При произвольном варианте задания диаметров в элементах ветвей по давлениям в узлах-листьях можно определить давление в корневом узле. Если оно не превышает P (v_k), то такой вариант диаметоров назовем допустимым и для него будем рассчитывать вес системы. Число вариантов произвольного выбора диаметров может возрастать экспоненциально числу ветвей даже при условии 3. Это следует из примера корневого дерева с одним входом, содержащего один внутренний узел. Тогда, задав в корневой ветви максимальное значение типоразмера диаметра, в каждой из остальных ветвей независимо можно задать любое из возможных значений диаметров. Поэтому при выборе вариантов диаметров предлагается следующий упрощенный алгоритм.

1. Определяем начальный вариант выбора диаметров, в котором типоразмер диаметра в корневой ветви является его минимальным значением j_0, и выполняется условие PLV [j_0] [v_k] $\leq P(v_k)$.

2. По давлению $P(v_k)$ и диаметру j_0 определяем давление P [u_1] в узле u_1 уровня 1. В каждой из ветвей e_1, смежных узлу u_1, типоразмер j_1 диаметра определяется из условия PLE [j_1] [e] $\leq P$ [u_1], в соответствии с которым находим давление в узлах уровня 2.

3. Для каждого из узлов u_m уровня m и произвольной из смежных u_m ветвей e_m определяем типоразмер j_m диаметра из условия PLE [j_m] [e_m] $\leq P$ [u_m], а по давлению P (u_m) и диаметру, соответствующему типоразмеру j_m, — давление в узле уровня $m + 1$.

4. Процесс определения давлений в узлах и выбора диаметров завершается по завершению числа уровней корневого графа.

Описанный упрощенный алгоритм выбора диаметров для произвольной задачи является единственным и не позволяет надеяться, что он всегда будет оптимальным или близким к оптимальному. Поэтому число вариантов предлагается увеличить: в каждой из ветвей для типоразмера диаметра

j допустимыми будем считать значения типоразмеров диаметров, определяемые условиями

$$j_m \le j \le \min(j_{m-1}, j+k), \qquad (6)$$

где k — некоторое число. Для корневой ветви аналогичные условия имеют вид

$$j_0 \le j \le \min(L, j+k)\,. \qquad (7)$$

Варианты таких значений типоразмеров диаметров назовем k-допустимыми. Каждое значение k определяет вариант выбора типоразмеров диаметров. Проанализировав все варианты, найдем наименьшее значение веса системы, которое определим как k-оптимальное. Алгоритм его поиска, включающий упрощенный алгоритм с условиями (6), (7), назовем k-оптимальным алгоритмом A.

Для k-оптимального алгоритма A важно задать правило перебора k-допустимых вариантов. Будем полагать, что осуществляется полный перебор вариантов, удовлетворяющих соотношениям (6), (7), где в случае ветвей-предков граничных ветвей значение диаметра определяется однозначно по данным массивов PLE и PLV. Оценим число вариантов перебора.

В корневом узле число типоразмеров диаметров, согласно условию (7), не превышает $k+1$. При известном значении диаметра в корневой ветви количество значений номеров типоразмеров диаметров в ветвях, смежных конечному узлу корневой ветви, определяется условиями (6) и также не превышает $k+1$. Однако в случае, когда конечным узлом ветви является граничный узел, вариант типоразмера диаметра определяется однозначно. Аналогично определяются типоразмеры диаметров и для других ветвей. Поэтому общее число вариантов выбора диаметра не превысит величины $(k+1)^{V_1}$, где V_1 — число внутренних узлов в системе.

Оценка вычислительной сложности k-оптимального алгоритма A. В случае $k = 0$ для произвольной ветви значение типоразмера диаметра определяется однозначно, для чего используется не более чем L сравнений. Поэтому число операций поиска диаметров и определения по ним веса системы будет величиной не более чем $O(V\ L)$.

Оценим вычислительную сложность шагов алгоритма, связанных с формированием массивов $PLV[L][V]$ и $PLE[J][E]$. Значения элементов массивов $PLV[L][V]$ и $PLE[J][E]$ формируются одновременно для произвольного из задаваемых значений типоразмеров $1 \le j \le L$ на основании информации, полученной при обработке графа РС. Методом поиска в ширину определяются очередь узлов и их уровни. Такая обработка графа выполняется один раз, для чего требуется число операций порядка $O(V)$ [5]. Для определения одного значения в массиве $PLE[J][E]$ необходимо определить конечный узел ветви, давление в этом узле и давление в начальном узле ветви по перепадам давлений на ее элементах. Если все эти операции принять за величину порядка $O(1)$, то число операций по определению значений элементов массива $PLE[J][E]$ характеризуется вычислительной сложностью $T = O(VL)$. В массиве $PLV[L][V]$ для определения давления в произвольном из узлов требуется найти все смежные ему ветви и по значениям давлений в массиве $PLE[J][E]$ найти максимальное из них. Поскольку суммарное число смежных ветвей равно числу ветвей, которое для графа-дерева на единицу меньше числа узлов, вычислительная сложность определения значений элементов массива $PLV[L][V]$ также будет величиной порядка $O(VL)$. Следовательно, вычислительная сложность 0-оптимального алгоритма A составит $T = O(VL)$.

Оценим вычислительную сложность k-оптимального алгоритма A при $k > 0$. В этом случае выполняются такие же операции по определению значений элементов массивов $PLV[L][V]$ и $PLE[J][E]$, как и для 0-оптимального алгоритма A, вычислительная сложность которых $T = O(VL)$. Поэтому вычислительная сложность k-оптимального алгоритма A при $k > 0$ определяется числом вариантов выбора диаметра элемента ветви. Поскольку число вариантов оценивается сверху величиной $(k+1)^{V_1}$, а каждый из вариантов требует выполнения V операций для определения веса системы, общая вычислительная сложность k-оптимального алгоритма A оценивается величиной $T = O(V(k+1)^{V_1} + VL)$.

Выводы

При проектировании РС сжимемой и несжимаемой жидкостей всегда решается задача выбора диаметров трубопроводов и других элементов системы. Для типовых вариантов таких систем имеются готовые (табличные) решения как результат опыта их создания. В общем случае расчет оптимальных диаметров трубопроводов основан на взаимосвязи параметров проектируемого трубопровода и потока перекачиваемой по нему среды. Увеличение скорости перекачки позволяет уменьшить необходимый диаметр трубопровода при фиксированном расходе, что снижает его материалоемкость, облегчает и удешевляет монтаж системы. В то же время, увеличение скорости неизбежно влечет за собой потери напора, что требует дополнительных затрат энергии на перекачку среды. При этом изменение диаметра трубопровода приводит к изменению величины коэффициентов сопротивления смежных с трубопроводом элементов, а это, в свою очередь, требует повторных детальных расчетов.

В случаях, когда местные сопротивления незначительно влияют на потери напора, задачу поиска оптимальных диаметров можно рассматривать как задачу поиска «непрерывных» диаметров, являющихся хорошим начальным приближением для их дискретных значений. Но когда потери давления на местных сопротивлениях значительно превышают потери на трение в гладких трубах, необходимы иные подходы к выбору дискретных диаметров.

Предложенный алгоритм является k-оптимальным алгоритмом выбора дискретных значений диаметров. Для графа, все внутренние узлы которого объединяют три ветви, число вариантов перебора для 1-оптимального алгоритма A не превышает $2^{E/2}$, так как число граничных узлов больше числа внутренних. При этом для алгоритма поиска «непрерывных» диаметров и последующего подбора по ним дискретных значений число вариантов дискретных значений диаметров равно $2^{E,}$ что существенно превышает значение $2^{E/2}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Шевелев Ф.А., Шевелев А.Ф.* Таблицы для гидравлического расчета водопроводных труб. Спр. изд. — 6-е изд., доп. и перераб. — М.: Стройиздат, 1984.— 116 с.
2. Энциклопедия по машиностроению XXL. http://mash-xxl.info/article/435717/. — Название с экрана. Дата обращения 10.06.2016.
3. Справочник химика 21. Химия и химическая технология. http://chem21.info. — Название с экрана. Дата обращения 10.06.2016.
4. Электронный ресурс. — http://www.intech-gmbh.ru/pipelines_calc_and_select.php#quest_optimal_pipeline_dia
5. *Кормен Т., Лейзерсон Ч., Риверст Р., Штайн К.* Алгоритмы: построение и анализ. 2-е изд. — М. : Изд. дом «Вильямс», 2011. — 1296 с.
6. *Некрасов Б.Б.* Гидравлика и ее применение на летательных аппаратах. — М.: Машиностроение, 1967. — 352 с.
7. *Абрамович Г.Н.* Прикладная газовая динамика. 3-е изд., перераб. — М.: Наука, 1969. — 824 с.
8. *Кондращенко В.Я., Винничук С.Д., Федоров М.Ю.* Моделирование газовых и жидкостных распределительных систем. — Киев: Наук. думка, 1990. —184 с.
9. *Винничук С.Д., Самойлов В.Д* Определение токов в коммутационных структурах электроэнергетических сетей с древовидной структурой графа // Электрон. моделирование, 2015. — **37**, № 5. — С. 89—104.

Поступила 27.02.17

REFERENCES

1. Shevelev, F.A. and Shevelev, A.F. (1984), *Tablitsy dlya gidravlicheskogo rascheta vodoprovodnykh trub. Spravochnoye izdaniye, 6-e izd., dop. i pererab* [Tables for the hydraulic calculation of water pipes. Reference edition, 6-th ed., ext. and rev.], Stroyizdat, Moscow, Russia
2. "Encyclopedia of mechanical engineering XXL", available at: http://mash-xxl.info/article/435717/ (accessed October 6, 2016).
3. "Reference chemist 21. Chemistry and chemical technology", available at: http://chem21.info (accessed October 6, 2016).
4. Available at: http://www.intechgmbh.ru/pipelines_calc_and_select.php#quest_optimal_pipeline_dia.

5. Kormen, T., Leyzerson, Ch., Riverst, R. and Shtayn, K. (2011), *Algoritniy: postrayeniye i analiz, 2-e izd.* [Algorithms: construction and analysis, 2nd ed.], Izdatelskiy dom “Viliyams”, Moscow, Russia.
6. Nekrasov, B.B. (1967), *Gidraviika i eye primeneniye na letatelnykh apparatakh* [Hydraulics and its application in aircraft], Mashinostroyeniye, Moscow, Russia.
7. Abramovich, G.N. (1969), *Prikladnaya gazovaya dinamika, 3-v izd., pererab* [Applied gas dynamics, 3-rd ed., revised], Nauka, Moscow, Russia.
8. Kondrashchenko, V.Ya., Vvnnychuk, S.D. and Fedorov, M.Yu. (1990), *Modelirovaniye gazovykh i zhidkostnykh raspredelitelnykh system* [Simulation gas and fluid distribution systems], Naukova dumka, Kiev, Ukraine.
9. Vynnychuk, S.D. and Samoylov, V.D. (2015), “Determination of the currents in the switching structures of the electrical energy networks with tree graph’s structure”, *Elektronnoe modelirovanie*, Vol. 37, no. 5, pp. 89-104.

Received 27.02.17

S.D. Vynnychuk, V.Ya. Kondrashchenko

CHOOSING DIAMETERS FOR THE ELEMENTS
OF SINGLE OUTPUT FLOW DISTRIBUTION SYSTEMS
WITH CONSTRAINTS ON THE ORDER OF THEIR SIZES

The problem of minimizing the weight of the hydraulic distribution system with following constraints: the system graph is the directed rooted tree, element diameters of the branches that are downstream the compressible fluid, may not exceed the diameter of the cells adjacent to its branch being upstream. When calculating the pressure losses on the elements, the use of the models of its determination is not limited.

The variant of algorithm of choosing discrete values of the diameters meeting *k*-admissibility requirements, when the size of diameter of the branch elements cannot exceed the minimum admissible value no more than by *k* positions. The best of these options diameters was called *k*-optimal and the algorithm of its search — *k*-optimal algorithm A. It is shown that the computational complexity of the algorithm A is estimated at $T = O\,(V(k+1)^{E_1} + VL)$, where V — the number of nodes in the graph, E_1 — a subset of the branches, which endpoint nodes are internal nodes of the graph, L — the number of diameter standard sizes. Moreover, for the graph, which all the internal components are combined by three branches (binary tree), the number of exhaustion options for 1-optimal algorithm A does not exceed $2^{E/2}$.

K e y w o r d s : distribution network of compressible and incompressible fluid, weight minimization.

ВИННИЧУК Степан Дмитриевич, д-р техн. наук, зав. отделом Ин-та проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины. В 1977 г. окончил Черновицкий государственный университет. Область научных исследований — модели, методы и программные средства для анализа систем сжимаемой и несжимаемой жидкости, теория алгоритмов.

КОНДРАЩЕНКО Владимир Яковлевич, д-р техн. наук, профессор, зав. отделом Ин-та проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины. В 1964 г. окончил Московский авиационный ин-т. Область научных исследований — моделирование объектов проектирования в САПР, методы и модели в системах поддержки принятия оперативных решений, логическое программирование в проектировании.