УДК 532.546:519.63

С.О. Гусейнзаде, канд. физ.-мат. наук
Азербайджанский государственный университет нефти и промышленности
(Азербайджан, AZ 1010, Баку, пр-т Азадлыг, 20,
тел. (994 50) 3407029, e-mail: sevilhuseynzade@gmail.com)

Об одном методе моделирования газоводонапорного режима пластов

Рассмотрен процесс вытеснения газа краевой водой в пласте, описываемый нелинейным параболическим уравнением в области с подвижной границей. Проблема регулирования подвижной границы сформулирована как граничная обратная задача определения режима эксплуатационной галереи по заданному закону движения подвижной границы. С помощью метода выпрямления фронтов на основании преобразования независимых переменных область их определения приведена к прямоугольной форме с фиксированными границами. Предложен дискретный аналог задачи и разработан вычислительный алгоритм для решения полученной системы линейных алгебраических уравнений.

Ключевые слова: газовое месторождение, газоводонапорный режим, подвижная граница, метод выпрямления фронтов, метод конечных разностей.

Розглянуто процес витіснення газу крайовою водою в пласті, описуваний нелінійним параболічним рівнянням в області з рухомою межею. Проблему регулювання рухомої межі сформульовано як граничну зворотню задачу визначення режиму експлуатаційної галереї згідно заданого закону руху рухомої межі. За допомогою метода спрямляння фронтів на основі перетворення незалежних змінних область їх визначення зведено до прямокутної області з фіксованими межами. Запропоновано дискретний аналог задачі та розроблено обчислювальний алгоритм для розв’язку отриманої системи лінійних алгебраїчних рівнянь.

Ключові слова: газове родовище, газоводонапірний режим, рухома межа, метод спрямлення фронтів, скінченнорізницевий метод.

Известно, что под режимом газового месторождения или режимом газового пласта понимают проявления доминирующей формы пластовой энергии, вызывающей движение газа в пласте и обусловливающей приток газа к скважинам в процессе разработки залежи. Режим существенно влияет на разработку и наряду с другими факторами определяет основные условия эксплуатации, к которым относятся, например, темп падения давления и дебитов газа, обводнение скважин и др. На газовых месторождениях в основном проявляются газовый и водонапорный режимы. При газовом режиме основным источником энергии, способствующим движению газа в системе пласт—газопровод, является давление, создаваемое расширяющимся газом. При водонапорном режиме основным источником пластовой энергии является напор краевых (подошвенных) вод [1, 2].

На практике месторождения, как правило, разрабатываются при газоводонапорном режиме. В этом случае газ в пласте продвигается в результате его расширения и действия напора воды. Главным условием продвижения воды в залежь является связь ее газовой части с водоносной. При газоводонапорном режиме вода внедряется в разрабатываемую газовую залежь в результате падения давления в системе. Разработка залежи прекращается, когда краевая вода доходит до газовых скважин и из пласта вместо газа извлекается в основном вода.

Как показывают исследования, в большинстве случаев вытеснение газа краевой водой происходит полностью и в пласте образуется четкая граница раздела газ—вода, движущаяся по неизвестному заранее закону. Аналогичная картина движения границы раздела газ—вода наблюдается при создании и эксплуатации подземных хранилищ газа в водоносных пластах и истощенных обводненных месторождениях. В этом случае очень важно знать темп продвижения контурных вод, так как от него зависит темп падения пластового давления в газовой залежи или подземных газохранилищах, дебит газовых скважин и их размещение на газоносной площади, продолжительность бескомпрессорной эксплуатации газового месторождения и другие важные показатели.

Регулирование движения границы раздела газ—вода представим как граничную обратную задачу для получения уравнения газового режима с активным продвижением контурных вод.

Постановка задачи. Будем рассматривать однородный недеформируемый горизонтальный пласт длиной L, постоянной толщины и ширины, ограниченный сверху и снизу непроницаемой кровлей и подошвой, а внешняя граница пласта находится в окружении краевой воды с давлением $P_l(t)$. Пусть в начальный момент времени $t=0$ принимается в эксплуатацию галерея эксплуатационных скважин и в пласте возникает газоводонапорный режим. За счет потенциальной энергии упругой деформации газа и давления краевой воды происходит прямолинейно-параллельное течение газа к скважинам. По мере отбора газа через галерею краевая вода поступает в пласт, полностью заполняя поры, ранее занятые газом, и образуется четкая граница раздела газ—вода.

Допуская, что газ является сильносжимаемым и его движение в пласте подчиняется закону Дарси, выведем дифференциальное уравнение неустановившейся фильтрации идеального газа [1—3]. Для этого в уравнение неразрывности фильтрационного потока

$$\frac{\partial (m\rho)}{\partial t} + \frac{\partial (u\rho)}{\partial x} = 0$$

подставим выражения для компонент скорости фильтрации (закон Дарси) $u = -\frac{k}{\mu}\frac{\partial P}{\partial x}$, состояния идеального газа $\rho = \rho_{\text{атм}} P / P_{\text{атм}}$ и пористой среды $m = \text{const}$ при давлении в пласте $P(x, t)$, где k — абсолютная проницаемость пласта; ρ — плотность газа; m — коэффициент пористости пласта; μ — вязкость газа; $\rho_{\text{атм}}$ — плотность газа при $P = P_{\text{атм}}$. В результате получим

$$\frac{\partial \left(m \frac{\rho_{\text{атм}}}{P_{\text{атм}}} P \right)}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{k}{\mu} \frac{\rho_{\text{атм}}}{P_{\text{атм}}} P \frac{\partial P}{\partial x} \right) = 0 . \qquad (1)$$

После преобразований уравнение (1) примет вид $\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{k}{\mu m}\frac{\partial}{\partial x}\left(P \frac{\partial P}{\partial x} \right)$, или

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{k}{\mu m}\left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)^2 + \frac{k}{\mu m}\, p \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} ,$$

$$(x, t) \in \Omega_l = \{0 < x < l(t),\ 0 < t \le T\}, \qquad (2)$$

где $l(t)$ — положение границы раздела газ—вода. Уравнение (2) является математической моделью нестационарного линейно-параллельного течения газа в пласте с учетом активного продвижения краевой воды.

Пусть в начальный момент времени $t = 0$ распределение давления в газоносном пласте и положение границы раздела газ—вода известны, т.е. для уравнения (2) имеем следующие начальные условия:

$$l(0) = L, \qquad (3)$$

$$P|_{t=0} = \sigma(x),\ 0 \le x \le l(0). \qquad (4)$$

Предположим, что изменение давления во времени на галерее эксплуатационных скважин описывается функцией $\eta(t)$. Тогда на границе пласта $x = 0$ будем иметь следующее условие:

$$P|_{x=0} = \eta(t) . \qquad (5)$$

На границе раздела газ—вода $x = l(t)$ давление газа должно быть равно давлению краевой воды,

$$P\big|_{x=l(t)} = P_l(t), \tag{6}$$

и должно быть выполнено условие материального баланса:

$$m\frac{dl}{dt} = -\frac{k}{\mu}\frac{\partial P}{\partial x}\bigg|_{x=l(t)}. \tag{7}$$

Следует заметить, что прямая задача газоводонапорного режима пласта состоит в нахождении функций $P(x, t)$, $l(t)$, удовлетворяющих уравнениям (2) и (7) с заданными коэффициентами k, μ, m и дополнительно заданными условиями (3)—(6).

Существенной особенностью прямой задачи является наличие границы жидкостей, закон перемещения которой определяется в ходе решения задачи. Прямая задача газоводонапорного режима пласта относится к задаче типа Стефана [4—7]. Однако для газоносных пластов, разрабатываемых в газоводонапорном режиме, важное практическое значение имеют задачи, в которых по заранее заданному закону движения границы раздела газ—вода исследуются те режимы эксплуатационной галереи, при которых такие движения возможны.

Считая давление краевой воды заданным, ставим следующую обратную задачу: найти такой режим эксплуатационной галереи, который обеспечивал бы перемещение границы раздела газ—вода по заданному закону. Следовательно, закон перемещения границы раздела жидкостей $l(t)$ считается известным, и требуется определить функции $\eta(t)$, $P(x, t)$ из уравнения (2) и дополнительных условий (3)—(7).

Метод решения. Применяя метод выпрямления фронтов, преобразуем задачу (2)—(7). Для одномерной задачи (2)—(7) естественным является подход с использованием вместо x новой независимой переменной ξ такой, чтобы в новых переменных задача решалась в фиксированной области.

Введем следующую замену переменных:

$$\xi = \frac{x}{l(t)}, \quad t = t, \;\; P(x, t) = P(\xi, t).$$

Область задания уравнения (2) Ω_l отобразится на область $\Omega = \{0 < \xi < 1,\ 0 < t \le T\}$. Вычисляя производные относительно новых переменных, получаем

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{1}{l(t)}\frac{\partial P}{\partial \xi}, \quad \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \frac{1}{[l(t)]^2}\frac{\partial^2 P}{\partial \xi^2},$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\frac{\partial P}{\partial \xi}\frac{\xi}{l(t)}\frac{dl}{dt} + \frac{\partial P}{\partial t}, \quad \left(\frac{\partial P}{\partial x}\right)^2 = \frac{1}{l^2(t)}\left(\frac{\partial P}{\partial \xi}\right)^2.$$

Тогда уравнение (2) в новых переменных запишем в следующем виде:

$$-\frac{\partial P}{\partial \xi}\frac{\xi}{l(t)}\frac{dl}{dt} + \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{k}{\mu m\, l(t)}\left(\frac{\partial P}{\partial \xi}\right)^2 + \frac{kP}{\mu m\, l^2(t)}\frac{\partial^2 P}{\partial \xi^2},$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{kP}{\mu m l^2(t)} P \frac{\partial^2 P}{\partial \xi^2} + \frac{\xi}{l(t)}\frac{dl}{dt}\frac{\partial P}{\partial \xi} + \frac{k}{\mu m l^2(t)}\left(\frac{\partial P}{\partial \xi}\right)^2,$$

или

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \lambda(t) P \frac{\partial^2 P}{\partial \xi^2} + \beta(t)\frac{\partial P}{\partial \xi} + \lambda(t)\left(\frac{\partial P}{\partial \xi}\right)^2, \tag{8}$$

$$(\xi, t) \in \Omega = \{0 < \xi < 1,\ 0 < t \le T\}.$$

Дополнительные условия примут вид

$$P\big|_{t=0} = \sigma(\xi),\ 0 \le \xi \le 1, \tag{9}$$

$$P\big|_{\xi=1} = P_l(t), \tag{10}$$

$$\left.\frac{\partial P}{\partial \xi}\right|_{\xi=1} = w(t), \tag{11}$$

$$P\big|_{\xi=0} = \eta(t), \tag{12}$$

где

$$\frac{kP}{\mu m l^2(t)};\quad \beta(t) = \frac{\xi}{l(t)}\frac{dl}{dt};\quad w(t) = -\frac{\mu l(t)\, m}{k}\frac{dl}{dt}.$$

Таким образом, после преобразования независимых переменных полученная задача (8)—(12) в отличие от исходной задачи (2)—(7) рассматривается в фиксированной расчетной области: $0 < \xi < 1$. Поскольку задача заключается в определении пары функций, $\eta(t)$ и $P(\xi, t)$, она относится к классу граничных обратных задач [8—11].

Для численного решения задачи (8)—(12) используем разностный метод [8]. Для этого в области $\overline{\Omega}$ введем равномерную сетку:

$$\overline{\omega}_{h\tau} = \left\{(\xi_i, t_j) : \xi_i = ih,\ i = \overline{0, N},\ h = \frac{1}{N};\ t_j = j\tau,\ j = \overline{0, M},\ \tau = \frac{T}{M}\right\}.$$

Дискретный аналог уравнения (8) на сетке $\overline{\omega}_{h\tau}$ запишем в виде следующей неявной схемы, где для аппроксимации нелинейных членов применяется метод «замороженных» коэффициентов:

$$\frac{P_i^{j+1}-P_i^j}{\tau}=\lambda^{j+1}P^j\,\frac{P_{i+1}^{j+1}-2P_i^{j+1}+P_{i-1}^{j+1}}{h^2}+\beta^{j+1}\frac{P_i^{j+1}-P_{i-1}^{j+1}}{h}+$$

$$+\lambda^{j+1}\frac{P_i^j-P_i^j}{h}\,\frac{P_i^{j+1}-P_{i-1}^{j+1}}{h},\ \ i=\overline{1,N-1},\ \ j=\overline{0,M-1}\,.$$

Полученное разностное уравнение дополним условиями

$$P_i^0=\sigma_i,\ i=\overline{0,N},$$

$$\frac{P_N^{j+1}-P_{N-1}^{j+1}}{h}=w^{j+1},$$

$$P_N^{j+1}=P_l^{j+1},$$

$$P_0^{j+1}=\eta^{j+1}.$$

Преобразовав полученную систему разностных уравнений, запишем

$$a_iP_{i-1}^{j+1}-c_iP_i^{j+1}+b_iP_{i+1}^{j+1}=-d_i^j,\ i=\overline{1,N-1},\ \ j=\overline{0,M-1}, \tag{13}$$

$$P_i^0=\sigma_i,\ i=\overline{0,N}, \tag{14}$$

$$P_N^{j+1}=P_{N-1}^{j+1}+h\,w^{j+1}, \tag{15}$$

$$P_N^{j+1}=P_l^{j+1}, \tag{16}$$

$$P_0^{j+1}=\eta^{j+1}, \tag{17}$$

где

$$a_i=\frac{\lambda^{j+1}\tau\,P_{i-1}^j-\beta^{j+1}\tau h}{h^2};\ \ b_i=\frac{\lambda^{j+1}\tau\,P_i^j}{h^2};\ \ c_i=a_i+b_i+1;\ \ d_i^j=-P_i^j.$$

Предположим, что решение задачи (13)—(17) имеет вид

$$P_{i+1}^{j+1}=\gamma_{i+1}P_i^{j+1}+\delta_{i+1},\ \ i=0,1,2,\ldots,\ N-1, \tag{18}$$

с неопределенными коэффициентами γ_{i+1} и δ_{i+1}. Аналогично определим выражение для P_i^{j+1}: $P_i^{j+1} = \gamma_i P_{i-1}^{j+1} + \delta_i$. Подставив выражения P_i^{j+1}, P_{i-1}^{j+1} в уравнение (13), получим формулы для нахождения неизвестных коэффициентов γ_i и δ_i:

$$\gamma_i = \frac{a_i}{c_i - \gamma_{i+1} b_i}, \quad \delta_i = \frac{b_i \delta_{i+1} + d_i^j}{c_i - \gamma_{i+1} b_i}, \quad i = N-1, N-2, ..., 1.$$

Для определения коэффициентов γ_N и δ_N воспользуемся граничными условиями. Поскольку формула (18) справедлива для $i = 0, 1, 2, ..., N-1$, при $i = N-1$ получим

$$P_N^{j+1} = \gamma_N P_{N-1}^{j+1} + \delta_N. \tag{19}$$

В то же время,

$$P_N^{j+1} = P_{N-1}^{j+1} + h\, w^{j+1}. \tag{20}$$

Сопоставляя формулы (19) и (20), видим, что $\gamma_N = 1, \delta_N = h\, w^{j+1}$. После нахождения коэффициентов γ_i и δ_i для всех $i = 1, 2, ..., N$ определим P_i^{j+1}, $i = \overline{1, N-1}$. Для этого выразим зависимость между P_N^{j+1} и P_0^{j+1} в явном виде [11]. Подставив в (19) выражение $P_{N-1}^{j+1} = \gamma_{N-1} P_{N-2}^{j+1} + \delta_{N-1}$, получим $P_N^{j+1} = \gamma_N \gamma_{N-1} P_{N-2}^{j+1} + \gamma_N \delta_{N-1} + \delta_N$.

Выполняя последовательно аналогичные действия для $P_{N-2}^{j+1}, P_{N-3}^{j+1}, ...$ $..., P_1^{j+1}$, в итоге определяем, что P_N^{j+1} можно выразить через P_0^{j+1}:

$$P_N^{j+1} = P_0^{j+1} \prod_{i=1}^{N} \gamma_i + \sum_{i=1}^{N-1} \delta_i \prod_{n=i+1}^{N} \gamma_n + \delta_N. \tag{21}$$

Используя формулы (16), (17), из (21) находим

$$\eta^{j+1} = \frac{P_l^{j+1} - \sum_{i=1}^{N-1} \delta_i \prod_{n=i+1}^{N} \gamma_n - \delta_N}{\prod_{i=1}^{N} \gamma_i}. \tag{22}$$

Далее, воспользовавшись формулой (22), последовательно находим значения $P_1^{j+1}, P_2^{j+1}, ..., P_{N-1}^{j+1}$ по формуле (18). Описанный способ расчета повторяется при переходе на следующий временной слой.

Приведенный численный метод дает возможность определять изменение давления во времени на галерее эксплуатационных скважин и распределение давления в газовом пласте при переходе с одного временного слоя на другой.

Результаты численных расчетов. Для определения эффективности разработанного метода был проведен вычислительный эксперимент с модельными задачами, суть которого состоит в следующем. Для заданных функций $\eta(t)$, $l(t)$ решалась прямая задача (8), (9), (11), (12). Найденная зависимость $P_l(t) = P(1, t)$ была принята в качестве точных данных для численного решения обратной задачи по восстановлению $\eta(t)$.

Первый цикл расчетов выполнялся с использованием точных данных, второй цикл проводился при наложении на $P_l(t)$ некоторой функции, моделирующей погрешность входных данных: $\widetilde{P}_l(t) = P_l(t) + \delta(\sigma(t) - 0{,}5)$, где $\sigma(t)$ — случайный процесс, моделируемый с помощью датчика случайных чисел; δ — уровень погрешности.

Расчеты выполнены на пространственно-временной разностной сетке с шагами $h = 0{,}05, \tau = 0{,}5, \tau = 1$ сут. В таблице приведены результаты численных расчетов для рассматриваемых моделей при $k = 5 \cdot 10^{-12}$ м^2, $\mu = 0{,}0033$ Па · с,

t, сут	Значение $\eta(t)$		
	Точное	Для входных данных при $\tau = 1$	
		точных	с погрешностью $\sigma = 2$
1	239,08	239,08	239,04
2	314,06	314,06	313,16
3	292,57	292,57	293,36
4	235,48	235,48	234,85
5	304,48	304,48	304,06
6	304,15	304,15	304,52
7	235,42	235,42	235,05
8	292,96	292,96	292,28
9	313,79	313,79	313,56
10	238,92	238,92	238,79
11	280,40	280,40	279,54
12	320,75	320,75	320,74
13	245,68	245,68	244,81
14	267,81	267,81	268,57
15	324,46	324,46	323,51
16	255,19	255,19	254,79
17	256,19	256,19	257,08
18	324,63	324,63	324,32
19	266,66	266,66	267,25
20	246,47	246,47	246,09

$m=0{,}32$, $L = 500$ м, $l(t) = \sqrt{L-vt}$, $v=0{,}38$ м/с, $\eta(t) = 280-45\sin 3t$ атм, $\sigma(x)=280$ атм в различные моменты времени t. Как видно из результатов численного эксперимента, при использовании невозмущенных входных данных искомая функция $\eta(t)$ восстанавливается точно при всех расчетных сетках по времени (третий столбец таблицы). При использовании возмущенных входных данных, в которых погрешность имеет флуктуационный характер, искомая функция $\eta(t)$ восстанавливается с погрешностью. Следует заметить, что погрешности во входных данных оказывают существенное влияние на решение задач при уменьшении шага по времени. Однако увеличение шага по времени обеспечивает устойчивость решения разностной задачи. Результаты численного эксперимента свидетельствуют о том, что в предложенном вычислительном алгоритме эффект регуляризации обеспечивается выбором разностной сетки по времени.

Выводы

Разработанная методика может быть рекомендована для использования при проведении и анализа многовариантных расчетов с целью прогнозирования изменений основных показателей при решении задачи эксплуатации газовых месторождений, граничащих с активными краевыми водами, а также задачи создания и эксплуатации подземных газохранилищ в водоносных пластах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Чарный И.А.* Подземная гидрогазодинамика. — М .: Гостоптехиздат, 1963. — 396 с.
2. *Басниев К.С., Дмитриев Н.М., Розенберг Г.Д.* Нефтегазовая гидромеханика. — М. , Ижевск: Ин-т компьютерных исследований, 2005. — 544 с.
3. *Каневская Р.Д.* Математическое моделирование гидродинамических процессов разработки месторождений углеводородов. — М., Ижевск: Институт космических исследований, 2002. — 148 с.
4. *Рубинштейн Л.И.* Проблема Стефана. — Рига : Звайгзне, 1967. — 458 с.
5. *Crank J.* Free and Moving Boundary Problems. — Oxford: Clarendon Press, 1984. — 425 p.
6. *Alexiades V., Solomon A.D.* Mathematical Modeling of Melting and Freezing Processes. — Washington DC: Hemisphere Publ. Co, 1993. — 323 p.
7. *Мейрманов А.М.* Задача Стефана. — Новосибирск: Наука, 1986. — 239 с.
8. *Самарский А.А., Вабищевич П.Н.* Численные методы решения обратных задач математической физики. — М. : Изд-во ЛКИ, 2009. — 480 с.
9. *Javierre-Perez E.* Literature Study: Numerical methods for solving Stefan problems, Report 03 — 16. — Delft : Delft University of Technology, 2003. — 94 p.
10. *Caldwell J., Kwan Y.Y.* Numerical methods for one-dimensional Stefan problems // Commun. Numer. Meth. Engng. — 2004. — №20. — P. 535—545.
11. *Гамзаев Х.М.* Численное решение задачи ненасыщенной фильтрации с подвижной границей // Электрон. моделирование. — 2015. — **37**, № 1. — С. 15—24.

Поступила 23.01.17

REFERENCES

1. Charny, I.A. (1963), *Podzemnaya gidrogazodinamika* [Underground hydro-gas dynamics], Gostoptekhizdat, Moscow, USSR.
2. Basniev, K.S., Dmitriev, N.M. and Rosenberg, G.D. (2005), *Neftegazovaya gidromekhanika* [Oil and gas hydromechanics], Institut kompyuternykh issledovaniy, Moscow-Izhevsk, Russia.
3. Kanevskaya, R.D. (2002), *Matematicheskoe modelirovanie gidrodinamicheskikh protsesov razrabotki mestorozhdeniy uglevodorodov* [Mathematical modeling of hydrodynamic processes of development of hydrocarbon fields], Institut kosmicheskikh issledovaniy, Moscow-Izhesk, Russia.
4. Rubinshtein, L.I. (1967), *Problema Stefana* [Stefan problem], Zvaigzne, Riga, Latvian SSR.
5. Crank, J. (1984), Free and moving boundary problems, Clarendon Press, Oxford, UK.
6. Alexiades, V. and Solomon, A.D. (1993), Mathematical modeling of melting and freezing processes, Hemisphere Publ. Co, Washington DC, USA.
7. Meirmanov, A.M. (1986), *Zadacha Stefana* [Stefan problem], Nauka, Novosibirsk, USSR.
8. Samarskiy, A.A. and Vabishchevich, P.N. (2009), *Chislennyie metody resheniya obratnykh zadach matematicheskoi fiziki* [Numerical methods for solution of inverse problems of mathematical physics], LKI, Moscow, Russia.
9. Javierre-Perez, E. (2003), Literature study: Numerical methods for solving Stefan problems, Report 03-16, Delft University of Technology, Delft, USA.
10. Caldwell, J. and Kwan, Y.Y. (2004), Numerical methods for one-dimensional Stefan problems, *Commun. Numer. Meth. Engng*., no. 20, pp. 535-545.
11. Gamzaev, Kh.M. (2015), "Numerical solution of problem of unsaturated filtration with a moving boundary", *Elektronnoe modelirovanie*, Vol. 37, no. 1, pp. 15-24.

Received 23.01.17

S.O. Huseynzade

ON A METHOD OF MODELING
OF GAS-WATER DRIVE MODE OF LAYERS

The process of gas displacement by boundary water in the layer has been considered. The process is described by a nonlinear parabolic equation in a domain with a moving boundary. The problem of control of moving boundary is formulated as a boundary inverse problem, which consists in determining the mode of the operational gallery by a given law of motion of the moving boundary. Applying the method of straightening fronts based on transformation of independent variables, the domain of their determination is reduced to a rectangular form with fixed boundaries. A discrete analogue of the problem is proposed and computational algorithm is developed to solve the resulting system of linear algebraic equations.

K e y w o r d s: gas deposits, gas-water drive mode, the problem with moving boundary, the method of straightening of fronts, finite difference method.

ГУСЕЙНЗАДЕ Севиль Октай кызы, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры общей и прикладной математики Азербайджанского государственного университета нефти и промышленности. в 1977 г. окончила Бакинский госуниверситет. Область научных исследований — математическое моделирование, численные методы.