

---

УДК 621.311.24

**В.С. Подгуренко**, канд. техн. наук, **В.Е. Терехов**, аспирант  
Ин-т проблем моделирования  
в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины  
(Украина, 03164, Киев, ул. Генерала Наумова, 15,  
Vladimir Terekhov [vl.terekhov86@gmail.com])

## **Математическое моделирование работы ветрогенератора, оснащенного системой установки угла поворота лопастей**

Рассмотрен первый этап построения обобщенной модели ветровой электрической установки (ВЭУ) — получение аналитического выражения коэффициента использования энергии ветра на основе параметрических данных для угла установки лопасти и скорости вращения ротора. В качестве исходных данных для построения математической модели использованы результаты эксплуатации одной из первых в Украине промышленной ветровой электрической станции «Ветряной парк Очаковский». Станция укомплектована ВЭУ Fuhrländer FL 2500-100 номинальной мощностью 2500 кВт, высотой оси ротора 100 м и длиной лопасти 50 м.

*К л ю ч е в ы е с л о в а: ветряная турбина, система установки угла лопасти.*

Моделирование работы ветровой электрической установки (ВЭУ) — важный научно-практический шаг для анализа и синтеза эффективности работы промышленных ветровых электрических станций (ВЭС) в составе ветропарков Объединенной энергосистемы Украины. Современная ВЭУ является сложной технической и физической системой, состоящей из механических, электрических и гидравлических элементов. Топливом для ВЭУ служит ветер, параметры которого меняются для каждого момента времени. Переход от реальной конструкции ВЭУ к соответствующей математической модели необходим для оптимизации эксплуатационных параметров ВЭС. Основная задача модели — воспроизведение реальных физических процессов ВЭУ с допустимой степенью достоверности. При этом удастся глубже понять суть происходящих процессов, получить объективное представление о количественных и качественных закономерностях для последующего их прогнозирования в условиях изменения различных параметров работы ВЭУ.

© В.С. Подгуренко, В.Е. Терехов, 2018

Упрощенное представление системы ВЭУ позволяет надеяться, что отражать существенные стороны будет описывающая ее состояние во времени модель (динамическая), входные и выходные параметры которой являются однозначными (детерминированная), а величины входных и выходных параметров (результатов) имеют вероятностное распределение (стохастическая).

В настоящее время наиболее эффективными и, следовательно, наиболее распространенными в промышленной ветроэнергетике являются трехлопастные горизонтально-осевые ветряные турбины с регулируемым углом атаки лопастей. Эффективность ВЭУ определяется способностью извлечь максимально возможную часть энергии ветра и зависит как от конструктивных особенностей турбины, так и от ее системы управления. Заявленная производителем эффективность, как правило, не подкрепленная расчетами, имеет скорее декларативный характер. Моделирование работы ветряной турбины позволяет проверить это и выполнить количественную оценку допущения.

**Постановка задачи.** Эффективность работы ВЭУ существенно зависит от правильного выбора угла установки лопастей, что, в свою очередь, определяется зависимостью выходной мощности ВЭУ от текущей скорости ветра  $v$  и угла установки лопасти  $\beta$ . В процессе преобразования механической мощности ветроколеса (ВК) в электрическую участвуют такие основные элементы ВЭУ, как редуктор, генератор и трансформатор. В современной ветряной турбине суммарный КПД данных узлов составляет приблизительно 90 % [1].

На рис. 1 эти элементы представлены в виде черного ящика (ЧЯ). Входным параметром упрощенной модели будем считать ветер, выходным — вырабатываемую электрическую мощность, управляющим сигналом — угол установки атаки лопасти ВК.

Мощность генерации электроэнергии ветряной турбиной можно представить в виде

$$P_{\Gamma} = P_{\text{в.п}} C_p \quad (\text{Вт}), \quad (1)$$

где  $P_{\text{в.п}}$  — мощность кинетической энергии ветряного потока, принимаемого плоскостью ВК турбины;  $C_p$  — коэффициент использования энергии ветра (КИЭВ), максимальное значение которого согласно теории Бетца равно 0,593. Согласно теории Н.Е. Жуковского об идеальном ВК мощность ветряного потока, действующего на ВК [2], имеет вид

$$P_{\text{в.п}} = \frac{1}{2} \rho A v^3, \quad (2)$$

где  $\rho$  — плотность воздуха (стандартное значение равняется 1,225 кг/м<sup>3</sup>);  $A$  — площадь ВК,  $A = \pi R^2$ ;  $R$  — радиус ВК;  $v$  — расчетная скорость ветра.

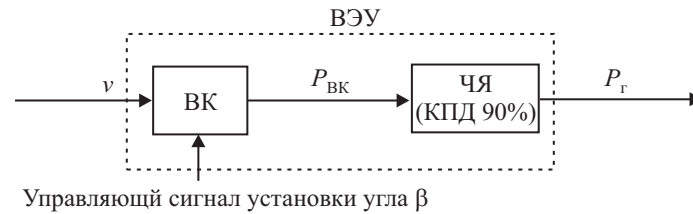


Рис. 1. Упрощенная модель ВЭУ:  $v$  — скорость ветра;  $P_{ВК}$  — механическая мощность;  $P_{Г}$  — мощность генерации электроэнергии

Значение  $C_p$  можно вычислить на основании данных паспортной мощности ВЭУ по уравнениям (1) и (2):

$$C_p = \frac{P_{Г}}{P_{в.п}} = \frac{2}{\rho} \frac{P_{Г}}{A v^3} = \frac{2 P_{Г}}{\rho \pi R^2 v^3}. \quad (3)$$

В то же время, коэффициент  $C_p$  является нелинейной функцией быстроходности  $\lambda$  ВК и угла установки лопасти  $\beta$ . График зависимости  $C_p = f(\lambda, \beta)$  (рис. 2) выглядит как семейство кривых для различных значений  $\beta$  и  $\lambda$ , и максимальная эффективность работы ВЭУ достигается только при определенных значениях  $\beta$  и  $\lambda$ . Быстроходность ВК определяется отношением угловой скорости конца лопасти ВК к текущей скорости ветра:  $\lambda = \frac{R\omega}{v}$ , где  $R$  — радиус лопасти,  $\omega$  — угловая скорость, рад/с.

**Результаты исследования.** Аналитическое представление функции  $C_p = f(\lambda, \beta)$ , получившее наибольшее распространение, имеет следующий вид [3]:

$$C'_p = c_1 \left( \frac{c_2}{\lambda_i} - c_3 \beta - c_4 \right) e^{-c_5/\lambda_i} + c_6 \lambda, \quad \frac{1}{\lambda_i} = \frac{1}{\lambda + 0,08\beta} - \frac{0,035}{1 + \beta^3}, \quad (4)$$

где  $c_1 = 0,5176$ ;  $c_2 = 116$ ;  $c_3 = 0,4$ ;  $c_4 = 5$ ;  $c_5 = 21$ ;  $c_6 = 0,0068$ .

Анализ литературных данных показал, что коэффициенты  $c_1$ — $c_6$  были определены для двухлопастной ВЭУ с синхронным генератором Boeing MOD-2 мощностью 2,5 МВт. Возможно ли использование этих коэффициентов для моделирования работы современной ВЭУ, в частности FL 2500-100? Ведь с момента разработки Boeing MOD-2 прошло почти сорок лет. Для проверки уравнения (4) были использованы значения  $\beta$  и  $\lambda$ , полученные в процессе исследования работы Очаковской ВЭС при скорости ветра от двух до 18 м/с. Результаты исследования при текущей скорости ветра для ВЭУ FL 2500-100 приведены в табл. 1.

Для ВЭУ FL 2500-100 КИЭВ достигает наибольшего значения при  $\lambda = 7,5 \div 8,5$  (рис. 3). Следовательно, для повышения эффективности ВЭУ

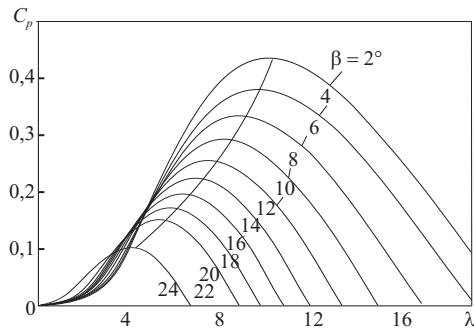


Рис. 2. Зависимость КИЭВ  $C_p$  при различных значениях  $\beta$  и  $\lambda$  для ВЭУ Boeing MOD-2 [4]

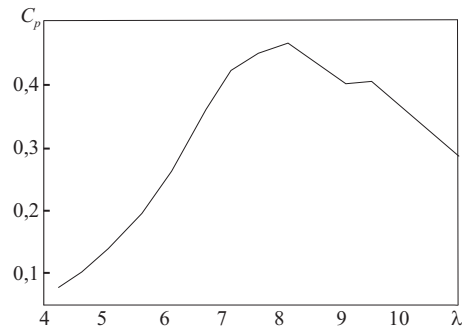


Рис. 3. График зависимости  $C_p$  от  $\lambda$  для ВЭУ FL 2500-100 (по замеренным данным)

необходимо, чтобы данная величина быстроходности находилась в максимально возможном диапазоне скорости ветра. Из рис. 2 и 3 видно, что оптимальная быстроходность трехлопастной ВЭУ всегда ниже двухлопастной. Следовательно, применив коэффициенты (4) для нахождения КИЭВ ВЭУ FL 2500-100, получим неправильный результат (рис. 4, а).

Из рис. 4, а, видно, что коэффициенты, использованные для ВЭУ MOD-2 Boeing, не могут быть использованы для ВЭУ FL 2500-100. Путем увеличения коэффициента  $c_3$  от 0,4 до 28, а также с помощью незначительной корректировки  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_5$  было достигнуто достаточное соответствие  $C_p$  и  $C'_p$  (рис. 4, б). Таким образом, уравнение (4) можно использовать для определения эффективности работы ВЭУ при условии корректировки коэффициентов для конкретной модели ВЭУ. Для ВЭУ FL 2500-100 коэффициенты будут такие:  $c_1 = 0,5$ ;  $c_2 = 121$ ;  $c_3 = 28$ ;  $c_4 = 5$ ;  $c_5 = 22,5$ ;  $c_6 = 0,0068$ .

Следует заметить, что в свободном доступе имеются не менее двух паспортных кривых мощности ВЭУ FL 2500-100 с максимальным отклонением одна от другой в некоторых позициях до 100 кВт (например, в [5] номинальная мощность ВЭУ FL 2500-100 равна 2500 кВт и среднее значение отклонения от кривой составляет 60,2 кВт, а в [6] номинальная мощность равна 2536 кВт и среднее значение отклонения от кривой составляет 37,1 кВт).

Кроме того, достоверность приведенных в табл. 1 параметрических данных не является достаточно точной ввиду отсутствия метрологической проверки датчиков. Основная цель исследования — показать возможность аналитического представления кривой мощности ВЭУ с использованием значений угла установки лопастей и быстроходности ВК.

Результаты сопоставления значений, рассчитанных по уравнению (4), и паспортных данных мощности генерации FL 2500-100 приведены в табл. 2 и на рис. 5.

Полученное аналитическое выражение (4) позволяет выполнить количественную оценку эффективности ВЭУ в определенных условиях. Так, имея данные о среднегодовой скорости ветра на определенной площадке, можно оценить среднегодовой КИЭВ для ВЭУ FL 2500-100 при данном размещении. Полученное значение позволяет определить оптимальную модель ветряной турбины для выбранной площадки. Например, среднегодовой ветер площадки в районе с. Дмитровка Очаковского района Николаевской области за 2012 г. составил 7,5 м/с. По имеющимся параметрическим данным определим функции зависимости угла установки лопасти  $\beta(v)$  и оборотов ВК  $\omega(v)$  от скорости ветра (данные округлены):

$$\begin{aligned} \beta(v) &= -0,000236v^5 + 0,008781v^4 - \\ &- 0,101851v^3 + 0,439319v^2 - 0,819913v + 0,907452; \\ \omega(v) &= -0,000086v^5 + 0,005717v^4 - \\ &- 0,141290v^3 + 1,546771v^2 - 6,611739v + 18,100925. \end{aligned}$$

Таблица 1

Скорость ветра $v$ , м/с	Мощность генерации $P$ (паспортная) кВт	Угол установки лопасти $\beta$ , град	Угловая скорость вращения ВК $\omega$ , об/мин	Расчетное значение быстроходности ВК $\lambda$
3	0	0,56	8,93	15,59
4	81	-0,05	8,93	11,68
5	229	-0,33	9,2	9,63
6	439	-0,38	9,82	8,57
7	712	-0,79	11,18	8,37
8	1103	-1,33	12,79	8,37
9	1552	-1,44	13,87	8,07
10	2036	-1,39	14,04	7,35
11	2355	-0,92	14,08	6,72
12	2462	1,59	14,37	6,28
13	2500	4,31	14,52	5,85
14	2500	6,75	14,56	5,45
15	2500	8,53	14,54	5,08
16	2500	10,14	14,48	4,74
17	2500	11,94	14,48	4,46
18	2500	12,91	14,51	4,22
19	2500	14,39	14,44	3,98

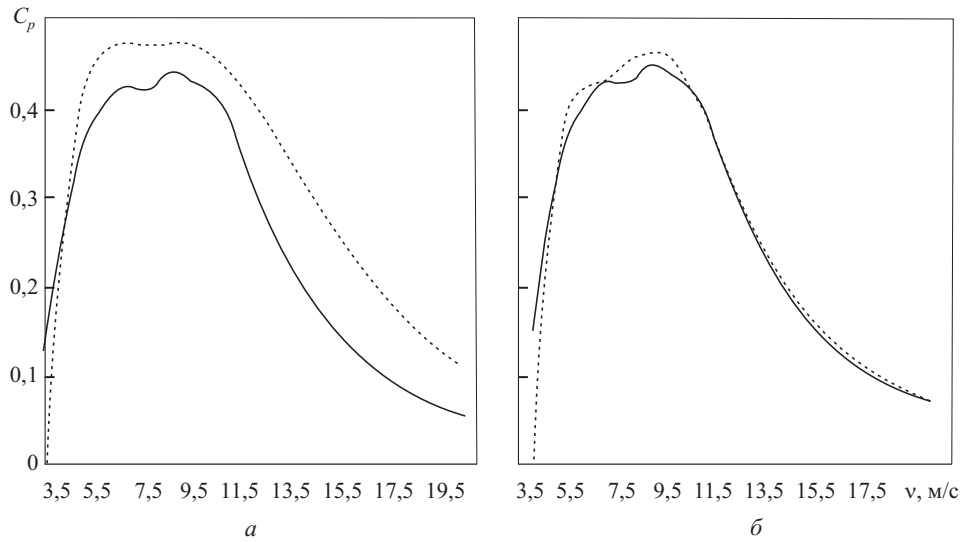


Рис. 4. Графическое представление КИЭВ  $C_p$  и  $C'_p$  по уравнениям (3) и (4) (а) и по уравнениям (3) и (4) при скорректированных коэффициентах  $c_1 — c_6$  (б): — по уравнению (3); ..... по уравнению (4)

Таблица 2

$v$ , м/с	Паспортная мощность генерации, кВт	Мощность, рассчитанная по (4), кВт	Разница (по модулю), кВт
3,5	35	2	33
4	81	69	12
5	229	240	11
6	439	446	7
7	712	733	21
8	1103	1143	40
9	1552	1619	67
10	2036	2072	37
11	2355	2430	75
12	2462	2549	87
13	2500	2571	71
14	2500	2575	75
15	2500	2607	107
16	2500	2607	107
17	2500	2584	84
18	2500	2624	124
19	2500	2565	65
Среднее значение			60,2

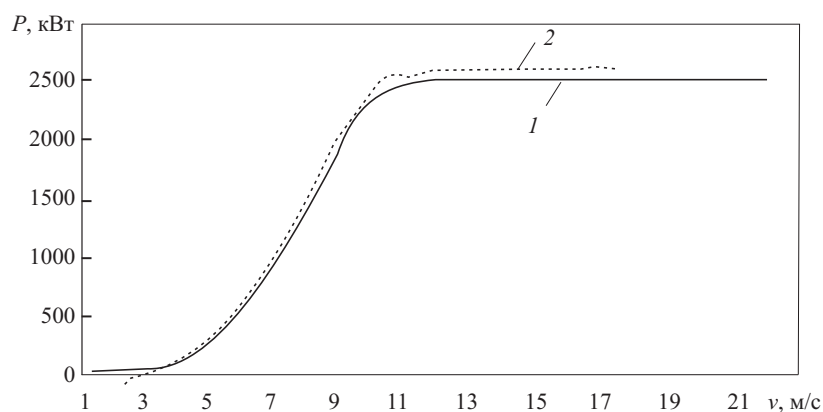


Рис. 5. Графическое сопоставление паспортной (1) и аналитической (2) величин мощности

Среднегодовая угловая скорость ВК  $\omega(7,5)$  равна 11,960 об/мин или 1,252 рад/с, а быстроходность ВК  $\lambda(7,5)$  равна 8,35. Среднегодовой угол установки лопасти  $\beta(7,5)$  равен  $-1,281^\circ$  или  $-0,022$  рад. Подставив полученные значения в уравнение (4), найдем значение среднегодового КИЭВ для ВЭУ FL 2500-100:  $C'_p(7,5) = 0,468$ . По уравнению (3) выполним проверку полученного значения (паспортная мощность ВЭУ при 7,5 м/с составляет по [5] 880 кВт, по [6] — 900 кВт):

$$C_{p1}(7,5) = \frac{2 \cdot 880000}{1,225 \cdot 3,1415 \cdot 2500 \cdot 422} = 0,433,$$

$$C_{p2}(7,5) = \frac{2 \cdot 900000}{1,225 \cdot 3,1415 \cdot 2500 \cdot 389} = 0,443.$$

Таким образом, погрешность составляет 6—8 % в зависимости от выбранной кривой мощности.

## Выводы

Результаты выполненной проверки вычисленной ранее аналитической зависимости КИЭВ подтвердили целесообразность ее использования при условии корректировки коэффициентов для конкретной модели ВЭУ. Полученное аналитическое выражение КИЭВ позволяет определять выходную мощность ВЭУ с учетом установленного угла и текущей быстроходности ВК, что является одним из вариантов аналитического представления кривой мощности с минимальным отклонением.

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Søren Gundtoft*. Wind turbines. University College of Aarhus, 2009, p. 26. [http://staff.iha.dk/sgt/Downloads/Turbines%20May4\\_2009\\_1.pdf](http://staff.iha.dk/sgt/Downloads/Turbines%20May4_2009_1.pdf)
2. *Елистратов В.В., Панфилов А.А.* Проектирование и эксплуатация установок нетрадиционной и возобновляемой энергетики. Ветроэлектрические установки: Учеб. пособие. СПб.: Изд-во Политехнического ун-та, 2011, с. 19—20. <http://nocvie.ru/uploads/fotos/panfilov/veu.pdf>
3. *Heier S.* Grid integration of wind energy onshore and offshore conversion systems. Kassel University, Fraunhofer Institute for Wind Energy and Energy System Technology (IWES) Kassel, Germany, 2014. John Wiley & Sons, Ltd, p. 43
4. *Belghazi O., Cherkaoui M.* Pitch angle control for variable speed wind turbines using genetic algorithm controller// *Journal of Theoretical and Applied Information Technology*, 2012, Vol. 13, №1, p. 7. <http://www.jatit.org/volumes/Vol39No1/2Vol39No1.pdf>
5. Электронный ресурс. Режим доступа: [https://www.thewindpower.net/turbine\\_en\\_154\\_fuhrlander\\_fl-2500-100.php](https://www.thewindpower.net/turbine_en_154_fuhrlander_fl-2500-100.php)
6. Электронный ресурс. Режим доступа: <https://en.wind-turbine-models.com/turbines/347-fuhrlander-fl-2500-100>.

Получена 31.10.17;  
после доработки 23.02.18

#### REFERENCES

1. *Søren Gundtoft* (2009), Wind turbines, University College of Aarhus, Aarhus, Denmark, available at: [http://staff.iha.dk/sgt/Downloads/Turbines%20May4\\_2009\\_1.pdf](http://staff.iha.dk/sgt/Downloads/Turbines%20May4_2009_1.pdf)
2. *Elistratov, V.V. and Panfilov, A.A.* (2011), *Proektirovanie i ekspluatatsiya ustanovok netraditsionnoi i vobnovlyаемoi energetiki. Vetroelektricheskie ustanovki – Uchebnoe posobie* [Design and operation of alternative and renewable energy units. Wind power plants: text-book], Izdatelstvo politekhnicheskogo instituta, St.Petersburg, Russia, available at: <http://nocvie.ru/uploads/fotos/panfilov/veu.pdf>
3. *Heier, S.* (2014), Grid integration of wind energy onshore and offshore conversion systems. Kassel University, Fraunhofer Institute for Wind Energy and Energy System Technology (IWES), Kassel, Germany, John Wiley & Sons, Ltd, USA.
4. *Belghazi, O. and Cherkaoui, M.* (2012), Pitch angle control for variable speed wind turbines using genetic algorithm controller, *Journal of Theoretical and Applied Information Technology*, available at: <http://www.jatit.org/volumes/Vol39No1/2Vol39No1.pdf>
5. Available at: [https://www.thewindpower.net/turbine\\_en\\_154\\_fuhrlander\\_fl-2500-100.php](https://www.thewindpower.net/turbine_en_154_fuhrlander_fl-2500-100.php)
6. Available at: <https://en.wind-turbine-models.com/turbines/347-fuhrlander-fl-2500-1000>

Received 31.10.17;  
after revision 23.02.18

В.С. Подгуренко, В.Е. Терехов

#### МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РОБОТИ ВІТРОГЕНЕРАТОРА, ОСНАЩЕНОГО СИСТЕМОЮ ВСТАНОВЛЕННЯ КУТА ПОВОРОТУ ЛОПАТІВ

Розглянуто перший етап побудови узагальненої моделі вітрової електричної установки (ВЕУ) — отримання аналітичного виразу коефіцієнта використання енергії вітру на основі параметричних даних для кута встановлення лопаті та швидкості обертів ротору. У якості вихідних даних для побудови математичної моделі використано результати експ-



луатації однієї з перших в Україні промислової вітрової електричної станції «Вітряний парк Очаківський». Станцію укомплектовано БЕУ Fuhrländer FL 2500-100 номінальною потужністю 2500 кВт з висотою вісі ротору 100 м і довжиною лопаті 50 м.

*К л ю ч о в і с л о в а:* вітряна турбіна, система встановлення кута лопаті.

*V.S. Podgurenko, V.E. Terekhov*

MATHEMATICAL MODELING  
OF THE PITCH-CONTROLLED WIND TURBINE WORK

The article focuses on the first step of wind turbine modeling which can be represented as the obtaining of the coefficient of performance  $C_p$ . This coefficient is based on available rotor angular velocity and pitch angle data. The dataset obtained from one of the first large Ukrainian wind-electric plants of the “Wind park Ochakovskiy” PJSC was used as initial data for constructing its mathematical model. This plant is equipped with Fuhrländer FL 2500-100 wind turbine (50 m blade length, 100 m rotor axis height).

*К e y w o r d s:* wind turbine, pitch control.

*ПОДГУРЕНКО Владимир Сергеевич, канд. техн. наук, докторант Ин-та проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины. В 1964 г. окончил Николаевский кораблестроительный ин-т. Область научных исследований — ветроэнергетика.*

*ТЕРЕХОВ Владимир Евгеньевич, аспирант Ин-та проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины. В 2010 г. окончил Национальный университет кораблестроения. Область научных исследований — ветроэнергетика.*