ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ ТА ЗАСОБІВ МОДЕЛЮВАННЯ

doi

УДК 007.51

В.В. Мохор, чл.-кор. НАН України, **С.Ф. Гончар,** канд. техн. наук
Інститут проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова НАН України
(Україна, 03164, Київ, вул. Генерала Наумова, 15,
тел. (044) 4241466; e-mail: Serhii Honchar [sfgonchar@gmail.com])

Дослідження правомірності подання ризиків векторами у евклідовому просторі

У результаті проведених досліджень правомірності подання ризиків у векторному евклідовому просторі встановлено справедливість аксіом евклідового простору для подання у ньому векторів об'єктивного та суб'єктивного ризиків. Зважаючи на це, є підстави стверджувати, що можливе подання ризиків у векторному евклідовому просторі, а це дозволяє подавати ризик у вигляді комплексного числа і відкриває перспективи для побудови моделей поводження з ризиками на основі застосування апарату теорії функцій комплексної змінної.

Ключові слова: ризик, вектор, комплексні числа, евклідів простір, об'єктивний ризик, суб'єктивний ризик.

На даний час у галузях, життєво важливих для критичної інфраструктури, широко використовуються автоматизовані системи управління технологічними процесами (АСУ ТП), які включають системи диспетчерського управління і збору даних, системи розподіленого управління та ін. Відносно недавно питання безпеки об'єктів критичної інфраструктури держави вирішувалося у двох основних напрямках: захист від несанкціонованого доступу на об'єкт та забезпечення надійного функціонування АСУ ТП. Однак розвиток та поширення інформаційних технологій, глобалізація інформаційно-телекомунікаційних мереж зумовили появу нового типу загроз безпеці об'єктів, а саме злому і порушення режимів функціонування ключових об'єктів інформатизації, які відповідають за управління та забезпечення безпеки об'єктів критичної інфраструктури.

Прийнятий Закон України «Про основні засади забезпечення кібербезпеки України» визначає правові та організаційні основи забезпечення захисту життєво важливих інтересів людини і громадянина, суспільства та держави, національних інтересів України у кіберпросторі, основні цілі,

© Мохор В.В., Гончар С.Ф., 2019

напрями та принципи державної політики у сфері кібербезпеки, повноваження державних органів, підприємств, установ, організацій, осіб та громадян у цій сфері, основні засади координації їхньої діяльності із забезпечення кібербезпеки. У відповідності до цього закону кіберзахист — це є сукупність організаційних, правових, інженерно-технічних заходів, а також заходів криптографічного та технічного захисту інформації, спрямованих на запобігання кіберінцидентам, виявлення кібератак та захист від них, ліквідацію їх наслідків, відновлення сталості і надійності функціонування комунікаційних, технологічних систем. Забезпечення кібербезпеки досягається створенням системи управління інформаційною безпекою (СУІБ) та (або) створенням комплексної системи захисту інформації (КСЗІ).

Одним з основних етапів створення СУІБ, КСЗІ є процес оцінки ризиків кібербезпеки. Стейкхолдери інформаційних систем прагнуть звести до мінімуму ризики кібербезпеки, а також мінімізувати витрати на заходи по мінімізації цих ризиків. Результати оцінки ризику дають підстави для прийняття рішення щодо прийнятності його рівня і необхідності чи економічної доцільності його подальшої обробки. Для досягнення цієї мети необхідно здійснювати дослідження, спрямовані на перспективи побудови моделей реагування на ризики кібербезпеки.

Аналіз літературних даних, постановка проблеми та мета дослідження. Дослідженню проблем, пов'язаних із оцінкою ризику, присвячено публікації вітчизняних та зарубіжних вчених [1—6].

Брюс Шнайер зазначає [7, 8], що прийняття рішень у сфері управління ризиками в значній мірі залежить від відчуття ризику, тобто сприйняття ризику. Як універсальні характеристики можливих результатів будь- яких втрат використовуються гроші, оскільки вони є мірою вартості товарів і послуг, відіграють роль загального еквівалента, оцінюють вартість всіх інших товарів і обмінюються на будь-який з них. Але виявляється, що підхід, при якому «ціна ризику» обчислюється в грошах, не є досконалим. Це зазначено у новій теорії про вимірювання ризику Д. Бернуллі [9]. Його основна теза полягає у тому, що ризик кожний сприймає по-своєму, і тому оцінювати його однаково не можна. При цьому оцінка корисності благ залежить від людини, яка перебуває в ризикованій ситуації.

Отже, знання вартості (збитків) і ймовірності не завжди є достатнім для визначення цінності результату, оскільки корисність в кожному окремому випадку може залежати від суб'єкта, який робить оцінку. Кожен суб'єкт має свою систему цінностей і реагує на ризик відповідно до цієї системи.

Філософсько-методологічне значення теорії Д. Бернуллі полягає в тому, що він першим показав, що оцінка ризику залежить від суб'єкта. При цьому гроші, незважаючи на всю їх універсальність, не можуть бути єдиним засобом «вимірювання» людських переваг. Він висунув тезу про те, що цінність будь-чого повинна мати за основу не ціну, а корисність. Поняття корисності асоціюється з користю, бажаністю або задоволенням.

Таким чином, будуючи моделі раціонального вибору в умовах ризику, намагаються зробити їх універсальними, незалежними від суб'єкта прийняття рішень, тобто об'єктивними. Відсутність суб'єкта в моделях прийняття рішень зумовлюють суперечності, про що найяскравіше свідчить теорія Бернуллі. Кожен суб'єкт має свою систему цілей, цінностей і оцінок, і його поведінка в умовах ризику визначається саме цією системою, а не однаковими для всіх логіко-методологічними стандартами. У результаті суб'єкт обирає ту систему, яка найповніше відповідає його цілям, оцінкам і цінностям. Це можна назвати суб'єктивним ризиком. Водночас, загальні методологічні підходи до вироблення рішень в умовах ризику потрібні, оскільки людина в такій ситуації хоче мати раціональну основу для прийняття розсудливих рішень [9]. Ідеї Д. Бернуллі отримали подальший розвиток у теорії корисності Дж. Фон Неймана і О. Моргенштерна [10].

Значну роль при оцінці ризику відіграє те, які потреби індивіда можна задовольнити у випадку сприятливого результату і яку загрозу для нього може становити несприятливий результат. Доцільність врахування суб'єктивного ризику підтверджується дослідженнями, описаними у роботі [11], де запропоновано класифікацію, яка показує, що негативні наслідки можуть бути розподілені в залежності від їх значення для людини, яка приймає рішення.

Таким чином, прийняття рішень у сфері управління ризиками в значній мірі залежить від відчуття ризику, а найтиповішим фактором, за яким відчуття безпеки може відрізнятися від реальної безпеки, є сприйняття ризику, його усвідомлення. Тому коректна кількісна оцінка повного ризику повинна поєднувати в собі не тільки складову об'єктивного ризику, а й складову суб'єктивного ризику. Проте існуючі методи оцінки ризиків не враховують їх суб'єктивну складову, що ускладнює коректну оцінку ризиків. Невирішеними залишаються задачі, пов'язані із можливістю здійснення операцій над ризиками. При вирішенні таких задач виникає необхідність отримання числових характеристик векторів та їх взаємного розміщення, тобто введення метрики у векторному просторі.

Метою проведених досліджень було підтвердити правомірність подання ризиків у векторному евклідовому просторі, що відкриває перспективи побудови моделей поводження з ризиками на основі застосування апарату теорії лінійної алгебри, аналітичної геометрії, функцій комплексної змінної, що є актуальною науково-практичною проблемою і має теоретичне та практичне значення.

Подання ризиків векторами об'єктивної та суб'єктивної складових. У [12] зазначено, що ризик — це об'єктивно-суб'єктивна категорія, яка відображає особливості сприйняття суб'єктами економічних відносин ймовірності настання певної ситуації, що може виникнути в будь-який час і в будь-якій діяльності в процесі здійснення дій або прийняття рішень та може спричинити непередбачені негативні наслідки (втрату прибутку, недоотримання доходів) або позитивні наслідки (прибуток), або призвести до нульового результату.

Враховуючи викладене, можна зазначити, що об'єктивний ризик відображає реальні втрати або прибутки, які є наслідком ймовірної реалізації певної події. Величина об'єктивного ризику не залежить від сприйняття чи несприйняття даного ризику особою, яка приймає рішення. Суб'єктивний ризик спонукає особу, яка приймає рішення, на ті чи інші дії, не враховуючи об'єктивного ризику.

В залежності від можливого результату ризики поділяють на додатні та від'ємні [13]. Додатний ризик означає можливість отримання збитку, тобто це ризик, який може спричинити погіршення ситуації (змінити в гіршу сторону продукт, збільшити терміни виконання робіт, підвищити вартість робіт, знизити якість тощо). До таких ризиків належать природні, екологічні, політичні, транспортні, частина комерційних ризиків (майнові, виробничі, торгові). Від'ємний ризик відображає можливість покращити продукт, скоротити терміни виконання робіт, зменшити їх вартість, підвищити якість тощо, тобто — ймовірність отримання прибутку. Отже, ризики можуть набувати конкретних додатних і від'ємних значень.

Водночас, у роботі [14] зазначено, що ризик відображає ймовірність розбіжності прогнозованого значення збитків з деяким заздалегідь прорахованим значенням. Якщо значення збитків не досягає прорахованого показника, то ризик негативний, якщо перевищує його — то ризик позитивний. Таким чином, ризик набуває знак. Ризик може зменшуватися або збільшуватися, змінюючи напрям, зберігаючи при цьому знак. Зрештою, ризик набуває напрямок. Вектор задано, якщо задані його довжина і напрям. Ризики, як об'єктивні, так і суб'єктивні, мають напрямок та значення, і їх можна подати у вигляді векторів.

Для визначення результуючого повного ризику необхідно додати об'єктивний і суб'єктивний ризики. Але алгебраїчно додавати ці два ризики неможливо через те, що вони різні за характером і лінійно незалежні. Ідея побудови алгебри ризиків запропонована у роботі [15]. При вирішенні такої задачі виникає необхідність отримувати числові характеристики векторів (довжини) та їх взаємного розміщення (кут між векторами), тобто введення метрики у просторі. Це здійснюється введенням у векторному просторі додаткової операції, яка називається скалярним добутком. Такий векторний простір називають евклідовим простором.

Дослідження справедливості аксіом лінійного (векторного) простору для множини ризиків. Лінійним (векторним) простором називають довільну непусту множину елементів (векторів), на якій задано операції додавання цих елементів і множення елементу на число. При цьому справедливими є аксіоми лінійного (векторного) простору.

Такою множиною може бути, наприклад, множина звичайних геометричних векторів у просторі, множина матриць розміром $m \times n$, множина неперервних функцій тощо. Однак, незважаючи на різну природу елементів множин, операції додавання та множення на число мають спільні властивості. Тому доцільно розглянути для множин елементів будь-якої природи виконання додавання цих елементів один до одного та множення елементів на будь-яке дійсне число.

Дослідимо справедливість аксіом лінійного (векторного) простору для подання ризиків як елементів двовимірного простору R^2, у якому задано множину ризиків:

$$\begin{aligned} R_1 &= p_1 h_1, \\ R_2 &= p_2 h_2, \\ &\ldots\ldots\ldots \\ R_n &= p_n h_n. \end{aligned} \tag{1}$$

Для розрахунку суми ризиків використаємо метод максимальних наслідків, який полягає у наступному. Визначимо максимальні значення наслідків h_{1m} і h_{2m} відповідно для кожного із ризиків R_1 і R_2. Максимальне значення сумарного наслідку буде дорівнювати сумі максимальних наслідків для кожного ризику: $h_m = h_{1m} + h_{2m}$. Ймовірності виникнення подій, що зумовлюють максимальні наслідки від дій ризиків R_1 і R_2, мають вигляд $p_{1m} = R_1 / h_{1m}$ і $p_{2m} = R_2 / h_{2m}$. Ймовірність виникнення події, що спричиняє дію ризиків R_1 і R_2 з максимальними наслідками h_{1m} і h_{2m} в умовах дії кожного ризику, визначається як сума ймовірностей цих сумісних подій без ймовірності їх добутку $p_m = p_{1m} + p_{2m} - p_{1m} p_{2m}$. Сумарний ризик дії ризиків R_1 і R_2 буде $R = h_m p_m$.

Розглянемо виконання операцій додавання ризиків R_1, R_2 і помноження ризику R_1 на число:

$$R_1 + R_2 = (h_{1m} + h_{2m})([p_{1m} + p_{2m}] - [p_{1m} p_{2m}]), \tag{2}$$

$$\alpha\, R_1 = \alpha\, h_{1m} p_{1m}, \tag{3}$$

де h_{1m} і h_{2m} — максимальні наслідки ризиків відповідно R_1 і R_2; p_{1m} і p_{2m} — ймовірності настання максимальних наслідків відповідно h_{1m} і h_{2m}; α — будь-яке дійсне число.

Дослідимо виконання аксіом лінійного (векторного) простору:

перестановочна властивість суми ризиків —

$$R_1 + R_2 = (h_{1m} + h_{2m})([p_{1m} + p_{2m}] - [p_{1m} p_{2m}]) =$$
$$= (h_{2m} + h_{1m})([p_{2m} + p_{1m}] - [p_{2m} p_{1m}]) = R_2 + R_1; \qquad (4)$$

сполучна властивість суми ризиків —

$$(R_1 + R_2) + R_3 = ([h_{1m} + h_{2m}] + h_{3m})(\{[p_{1m} + p_{2m} - p_{1m} p_{2m}] + p_{3m}\} -$$
$$- \{[p_{1m} + p_{2m} - p_{1m} p_{2m}] + p_{3m}\} = (h_{1m} + h_{2m} + h_{2m}) \times$$
$$\times (p_{1m} + p_{2m} + p_{3m} - p_{1m} p_{2m} - p_{1m} p_{3m} - p_{2m} p_{3m} + p_{1m} p_{2m} p_{3m}) =$$
$$= (h_{1m} + [h_{2m} + h_{3m}])(\{p_{1m} + [p_{2m} + p_{3m} - p_{2m} p_{3m}]\} -$$
$$- \{p_{1m}[p_{2m} + p_{3m} - p_{2m} p_{3m}]\}) = R_1 + (R_2 + R_3); \qquad (5)$$

існування нульового ризику R_2 такого, що

$$R_1 + 0 = (h_{1m} + 0)(p_{1m} + 0 - p_{1m} 0) = h_{1m} p_{1m} = R_1, \qquad (6)$$

де ризик $R_2 = 0$ лише у випадку, коли $h_{2m} = 0$ і $p_{2m} = 0$;

існування для будь-якого ризику R_1 протилежного ризику $-R_1$ такого, що

$$R_1 + (-R_1) = (h_{1m} + [-h_{1m}])(p_{1m} + [-p_{1m}] - [p_{1m}(-p_{1m})]) = 0, \qquad (7)$$

де $-R_1 = -h_{1m} p_{1m}$ — ризик, протилежний ризику R_1, тобто ймовірність отримання прибутку;

виконання операції множення на ризик R_2, що дорівнює одиниці, —

$$R_1 1 = h_{1m} p_{1m} \frac{1}{p_{2m}} p_{2m} = R_1, \qquad (8)$$

де $R_2 = 1$, тобто $h_{2m} p_{2m} = 1$ і $h_{2m} = 1/p_{2m}$;

сполучна властивість відносно числового множника —

$$\alpha(\beta R_1) = \alpha(\beta h_{1m} p_{1m}) = (\alpha\beta) h_{1m} p_{1m} = (\alpha\beta) R_1, \qquad (9)$$

де α, β — будь-які дійсні числа;

розподільча властивість відносно числових множників —

$$(\alpha + \beta) R_1 = (\alpha + \beta)(h_{1m} p_{1m}) = \alpha(h_{1m} p_{1m}) + \beta(h_{1m} p_{1m}) = \alpha R_1 + \beta R_1, \qquad (10)$$

де α, β — будь-які дійсні числа;

розподільча властивість відносно суми ризиків —

$$\alpha\,(R_1 + R_2) = \alpha\,[h_{1m} + h_{2m})(p_{1m} + p_{2m} - p_{1m}p_{2m})] =$$

$$= (\alpha h_{1m} + \alpha h_{2m})(p_{1m} + p_{2m} - p_{1m}p_{2m})] =$$

$$= (\alpha h_{1m} p_{1m}) + (\alpha h_{2m} p_{2m}) = \alpha R_1 + \alpha R_2, \qquad (11)$$

де α — будь-яке дійсне число.

Вирази (2), (3) свідчать про те, що двом ризикам, R_1 і R_2, поставлена у відповідність сума цих ризиків, а ризику R_1 і числу α поставлений у відповідність добуток αR_1. Вирази (4)—(11) задовольняють аксіомам векторного простору. Тому множину ризиків (1) можна подати у вигляді множини геометричних векторів і вона буде двомірним лінійним (векторним) простором R^2.

Дослідження справедливості аксіом евклідового простору для множини ризиків. Розглянемо лінійний (векторний) простір, поданий множиною ризиків у вигляді геометричних векторів. Якщо у такому просторі будь-яким двом векторам ризиків поставлено у відповідність дійсне число, яке називають скалярним добутком цих векторів, то такий простір називають евклідовим. При цьому справедливими будуть аксіоми евклідового простору.

Дослідимо справедливість аксіом евклідового простору для подання векторів ризиків як елементів двовимірного простору R^2. Нехай є деякий двовимірний простір R^2, у якому задано множину ризиків (1) у вигляді геометричних векторів. Скалярний добуток векторів ризиків $\overline{R}_1$ і $\overline{R}_2$ у цьому просторі буде визначатися наступним чином:

$$(\overline{R}_1, \overline{R}_2) = \left|\overline{R}_1\right|\left|\overline{R}_2\right| \cos\{\varphi\} = h_{1m} p_{1m} h_{2m} p_{2m} \cos\{\varphi\}, \qquad (12)$$

де $\left|\overline{R}_1\right| = h_{1m} p_{1m}$ — абсолютне значення ризику R_1; $\left|\overline{R}_2\right| = h_{2m} p_{2m}$ — абсолютне значення ризику R_2; φ — кут між векторами $\overline{R}_1$ і $\overline{R}_2$.

Дослідимо виконання аксіом евклідового простору:

комутативна властивість скалярного добутку —

$$(\overline{R}_1, \overline{R}_2) = \left|\overline{R}_1\right|\left|\overline{R}_2\right| \cos\{\varphi\} = h_{1m} p_{1m} h_{2m} p_{2m} \cos\{\varphi\} =$$

$$= h_{2m} p_{2m} h_{1m} p_{1m} \cos\{\varphi\} = \left|\overline{R}_2\right|\left|\overline{R}_1\right| \cos\{\varphi\} = (\overline{R}_2, \overline{R}_1), \qquad (13)$$

дистрибутивна властивість скалярного добутку відносно додавання —

$$((\overline{R}_1, \overline{R}_2), \overline{R}_3) = \left|\overline{R_1 + R_2}\right| \, |\overline{R_3}| \cos\{\varphi\} = (h_{12m} p_{12m})(h_{3m} p_{3m}) \cos\{\varphi\} =$$

$$= h_{3m} p_{3m} \cos\{\varphi\}(h_{12m} p_{12m}) =$$

$$= h_{3m} p_{3m} \cos\{\varphi\} \sqrt{(R_1 \cos\{\alpha\} + R_2 \cos\{\alpha\})^2 + (R_1 \sin\{\alpha\} + R_2 \sin\{\alpha\})^2} =$$

$$= h_{3m} p_{3m} \cos\{\varphi\} \sqrt{\begin{aligned} & R_1^2 \cos^2\{\alpha\} + R_2^2 \cos^2\{\beta\} + 2R_1 \cos\{\alpha\} R_2 \cos\{\beta\} + \\ & + R_1^2 \sin^2\{\alpha\} + R_2^2 \sin^2\{\beta\} + 2R_1 \sin\{\alpha\} R_2 \sin\{\beta\} = \end{aligned}}$$

$$= h_{3m} p_{3m} \cos\{\varphi\} \sqrt{\begin{aligned} & R_1^2 (\cos^2\{\alpha\} + \sin^2\{\alpha\}) + R_2^2 (\cos^2\{\beta\} + \sin^2\{\beta\} + \\ & + 2R_1 R_2 (\cos\{\alpha\} \cos\{\beta\} + \sin\{\alpha\} \sin\{\beta\} = \end{aligned}}$$

$$= h_{3m} p_{3m} \cos\{\varphi\} \sqrt{R_1^2 + R_2^2 + 2R_1 R_1 \cos\{\alpha - \beta\}}, \quad (14)$$

де співвідношення під коренем буде максимальним, якщо $\alpha = \beta$, тобто якщо $\cos\{\alpha - \beta\} = 1$, тоді

$$h_{3m} p_{3m} \cos\{\varphi\} \sqrt{R_1^2 + R_2^2 + 2R_1 R_1 \cos\{\alpha - \beta\}} =$$

$$= h_{3m} p_{3m} \cos\{\varphi\} \sqrt{(R_1 + R_2)^2} = h_{3m} p_{3m} \cos\{\varphi\} (R_1 + R_2) =$$

$$= h_{3m} p_{3m} \cos\{\varphi\} R_1 + h_{3m} p_{3m} \cos\{\varphi\} R_2, \quad (15)$$

розподільча властивість скалярного добутку —

$$(\alpha R_1, R_2) = \alpha h_{1m} p_{1m} h_{2m} p_{2m} \cos\{\varphi\} =$$

$$= \alpha\, (h_{1m} p_{1m} h_{2m} p_{2m} \cos\{\varphi\}) = \alpha\, (\overline{R}_1, \overline{R}_2), \quad (16)$$

де α — будь-яке дійсне число;

позитивна визначеність скалярного добутку —

$$(\overline{R}_1, \overline{R}_1) = h_{1m} p_{1m} h_{1m} p_{1m} \cos\{\varphi_0\} = (h_{1m} p_{1m})^2 = (|\overline{R}_1|)^2. \quad (17)$$

При цьому $(\overline{R}_1, \overline{R}_1) = 0$ тоді, і тільки тоді, коли $\overline{R}_1 = 0$, і $(\overline{R}_1, \overline{R}_1) > 0$ у всіх інших випадках, коли $\overline{R}_1 \neq 0$.

Зважаючи на отримані результати (12)—(17), можна констатувати, що для двовимірного лінійного (векторного) простору, у якому подано вектори ризиків $\overline{R}_1$ і $\overline{R}_2$, задано скалярний добуток цих векторів і справедливі аксіоми, характерні для евклідового простору. Це означає, що зазначений лінійний (векторний) простір є двовимірним евклідовим простором. Наявність скалярного добутку дозволяє ввести довжину вектора, кут між векторами, поняття проекції вектора на вісь, поняття ортогональності векторів.

Отримані результати дозволяють також стверджувати, що довжина вектору ризику може визначатися, як корінь квадратний його скалярного квадрату: $|\overline{R}_1|=\sqrt{x_1^2+y_1^2}$, де x_1, y_1 — координати вектора ризику $\overline{R}_1$, тобто довжина вектора ризику дорівнює кореню квадратному із суми квадратів його проекцій на координатні осі, а косинус кута між векторами ризиків $\overline{R}_1$ і $\overline{R}_2$ у загальному випадку визначається так:

$$\cos\{\varphi\}=\frac{(\overline{R}_1,\overline{R}_2)}{|\overline{R}_1||\overline{R}_2|}.$$

Оскільки евклідовий простір є лінійним, на нього переносяться всі поняття, визначені для лінійного простору, наприклад вводяться поняття базису і розмірності. Для нього також справедливі наслідки аксіом евклідового простору.

Висновки

Проведеними дослідженнями встановлено справедливість аксіом евклідового простору для подання у ньому векторів ризиків. Доведено, що для лінійного (векторного) простору, у якому подано двовимірні геометричні вектори ризиків, задано скалярний добуток цих векторів. Це дає можливість введення метрики відносно векторного подання ризиків, таких як довжина вектора, кут між векторами, проекція вектора на вісь, ортогональність векторів. Це відкриває перспективи побудови моделей поводження з ризиками на основі застосування апарату теорії лінійної алгебри, аналітичної геометрії, функцій комплексної змінної.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. *Terje Aven.* Risk assessment and risk management: Review of recent advances on their foundation // European Journal of Operational Research, 2016, Vol. 253, Issue 1, p. 1—13.
2. *Jain P., Pasman H.J., Waldram S. et al.* Process Resilience Analysis Framework (PRAF): A systems approach for improved risk and safety management // Journal of Loss Prevention in the Process Industries, 2018, Vol. 53, p. 61—73.
3. *Eling M., Wirfs J.* What are the actual costs of cyber risk events? // European Journal of Operational Research, 2019, Vol. 272, Issue 3, p. 1109—1119.
4. *Mokhor V., Bakalynskyi O., Bohdanov O., Tsurkan V.* Interpretation of the simple risk level dependence of its implementation in the terms of analytic geometry // Information technology and security, 2017, Vol. 5, Issue 1, p. 71—82.
5. *Bochkovskyi A., Gogunskii V.* Development of the method for the optimal management of occupational risks // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 2018, Vol. 1, № 3 (97), p. 6—13.

6. *Prokopenko T., Grigor O.* Development of the comprehensive method to manage risks in projects related to information technologies // Ibid, 2018, № 2 (92), p. 37— 43.
7. *Гончар С.Ф.* Аналіз ймовірності реалізації загроз захисту інформації в автоматизованих системах управління технологічним процесом // Захист інформації, 2014, 16, № 1, с. 40—46.
8. *Schneier B.* The Psychology of Security // SecurityLab, 2008. URL: https://www.schneier.com/essays/archives/2008/01/the_psychology_of_se.html. Дата звернення: 15.01.2019.
9. *Диев В.С.* Риск: оценка и принятие решений // Философия науки, 2010, №4 (47), с. 15—32.
10. *Моргенштерн О., Дж. фон Нейман*. Теория игр и экономическое поведение / М. Книга по Требованию, 2012, 708с.
11. *Rowe W.D.* An Anatomy of Risk. Washington: Environmental Protection Agency. 1975, 125 p.
12. *Цвігун Т.В.* Поняття «ризик»: сучасний погляд // Вісник Східноукраїнського національного ун-ту ім. Володимира Даля, 2011, №3 (157), Ч. 2. URL: http://www.irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis_nbuv/cgiirbis_64.exe?C21COM=F&I21DBN=UJRN&P21DBN=UJRNsoc_gum/vsunu/2011_3_2/Cvigun.pdf. Дата звернення: 19.01.2019.
13. *Ременников В.Б.* Управленческие решения: учебное пособие для вузов. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005, 144 с.
14. *Новаков А.А.* Концепция векторного представления риска в современной вариативной экономике // Управление экономическими системами: электронный научный журнал, 2011, № 34, с. 1—38.
15. *Мохор В.В., Гончар С.Ф.* Идея построения алгебры рисков на основе теории комплексных чисел // Електрон. моделювання, 2018, **40**, №4, с.107—111.

Отримано 13.05.19

REFERENCES

1. Terje, Aven. (2016), “Risk assessment and risk management : Review of recent advances on their foundation”, *European Journal of Operational Research*, Vol. 253, Iss. 1, pp. 1-13.
2. Jain, P., Pasman, H.J., Waldram, S., Pistikopoulos, E.N. and Mannan, M.S. (2018), “Process Resilience Analysis Framework (PRAF) : A systems approach for improved risk and safety management”, *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*, Vol. 53, pp. 61-73.
3. Martin, E. and Jan, W. (2019), “What are the actual costs of cyber risk events?”, *European Journal of Operational Research*, Vol. 272, Iss. 3, pp. 1109-1119.
4. Mokhor, V., Bakalynskyi, O., Bohdanov, O. and Tsurkan V. (2017), “Interpretation of the simple risk level dependence of its implementation in the terms of analytic geometry”, *Information technology and security*, Vol. 5, Iss. 1, pp. 71-82.
5. Bochkovskyi, A. and Gogunskii, V. (2018), “Development of the method for the optimal management of occupational risks”, *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, Vol. 1, no. 3(97), pp. 6-13.
6. Prokopenko, T. and Grigor, O. (2018), “Development of the comprehensive method to manage risks in projects related to information technologies”, *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, no. 2 (3), pp. 37-43.
7. Honchar, S.F. (2014), “Analysis of the Probability Implementation of Threats Protection of Information in Industrial Control Systems”, *Zakhyst informatsiyi*, Vol. 16, no. 1, pp. 40-46.
8. Schneier, B. (2008), “The Psychology of Security”, available at: https://www.schneier.com/essays/archives/2008/01/the_psychology_of_se.html. (accessed June 23, 2019).

9. Dyev, V.S. (2010), "Risk: assessment and decision making", *Filosofiya nauki*, Vol. 4, no. 47, pp. 15-32.
10. Morhenshtern, O. and Dzh. fon Neiman. (2012), *Teoriya igr i ekonomicheskoye povedeniye* [Game Theory and Economic Behavior], Knyha po Trebovanyiu.
11. Rowe, W. D. (1975), An Anatomy of Risk, Environmental Protection Agency, Washington, USA,
12. Tsvihun, T.V. (2011), "The concept of "risk": a modern look", *Visnyk Skhidnoukrainskoho natsionalnoho universytetu imeni Volodymyra Dalia*, available at: http://www.nbuv.gov.ua/portal/soc_gum/vsunu/2011_3_2/Cvigun.pdf (accessed June 23, 2019).
13. Remennykov, V.B. (2005), *Upravlencheskiye resheniya: uchebnoye posobiye dlya vuzov* [Management decisions: a textbook for universities], ЫNITI-DANA.
14. Novakov, A.A. (2011), "The concept of vector representation of risk in a modern variable economy", *Upravleniye ekonomicheskimi sistemami: elektronnyy nauchnyy zhurnal*, no. 34, pp. 1-38.
15. Mokhor, V.V. and Honchar, S.F. (2018), "The idea of building risk algebra based on the theory of complex numbers", *Elektronne. modelyuvannya*, Vol. 40, no. 4, pp. 107-111.

Received 13.05.19

В.В. Мохор, С.Ф. Гончар

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРАВОМЕРНОСТИ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ РИСКОВ
ВЕКТОРАМИ В ЕВКЛИДОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

В результате проведенных исследований правомерности представления рисков в векторном евклидовом пространстве установлена справедливость аксиом евклидового пространства для представления в нем векторов объективного и субъективного рисков. Следовательно, есть основания утверждать, что возможно представление рисков в векторном евклидовом пространстве. Это позволяет представить риск в виде комплексного числа и открывает перспективы для построения моделей поведения с рисками на основе применения аппарата теории функций комплексной переменной.

Ключевые слова: риск, вектор, комплексные числа, евклидово пространство, объективный риск, субъективный риск.

V.V. Mokhor, S.F. Honchar

RESEARCH OF VALIDITY OF PRESENTATION
OF RISKS BY VECTORS IN THE EUCLIDE SPACE

Researches of the validity of the representation of risks in the vector Euclidean space established the correctness of the axioms of the Euclidean space to represent the vectors of objective and subjective risks in it. Thus, there is reason to assert about the possibility of representing risks in a vector Euclidean space, which allows us to represent the risk as a complex number. This opens up prospects for building models of behavior with risks based on the application of the apparatus of the theory of functions of a complex variable.

Key words: risk, vector, complex numbers, Euclidean space, objective risks, subjective risks.

МОХОР Володимир Володимирович, чл.-кор. НАН України, д-р техн. наук, професор, директор Ін-ту проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова НАН України. У 1977 р. закінчив Київський ін-т цивільної авіації. Область наукових досліджень — математичне і комп'ютерне моделювання, спеціалізовані обчислювальні системи, інформаційна безпека.

ГОНЧАР Сергій Феодосійович, канд. техн. наук, пров. наук. співроб. Ін-ту проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова НАН України. У 1997 р. закінчив Вінницький національний технічний університет. Область наукових досліджень — теорія ризиків безпеки, кібербезпека об'єктів критичної інфраструктури, у тому числі в енергетичній галузі.