

doi: <https://doi.org/10.15407/emodel.41.06.049>  
УДК 681.518.5+004.052.32

**Д.В. Ефанов**, д-р техн. наук  
Российский университет транспорта (РУТ (МИИТ))  
(Российская Федерация, 127994, Москва, ул. Образцова, д. 9,  
тел. (+7) 9117092164, (+7) (915) 4809191, e-mail: TrES-4b@yandex.ru)

### Особенности обнаружения ошибок кодами Бордена

Рассмотрено применение избыточного кодирования при построении устройств и систем автоматики и вычислительной техники. Определены перспективы применения кодов Бордена при построении дискретных систем с обнаружением неисправностей. Проанализированы особенности обнаружения ошибок кодами Бордена. Приведены правила построения кода и примеры данных кодов. Дана формула для подсчета общего количества необнаруживаемых кодами Бордена ошибок. Описаны некоторые особенности обнаружения ошибок кодами Бордена, позволяющие обоснованно выбирать их на этапе построения дискретных систем с обнаружением неисправностей.

*К л ю ч е в ы е с л о в а:* дискретная система с обнаружением неисправностей, контролепригодная схема, равновесные коды, коды Бордена, обнаружение монотонных ошибок.

В процессе функционирования любой технической системы не исключено возникновение неисправностей. По этой причине на этапах разработки и проектирования систем, вовлеченных в реализацию ответственных технологических процессов, учитывается возможность идентификации неисправностей их компонентов, а структуры составляющих реализуются в виде контролепригодных схем [1—3]. Это позволяет в процессе эксплуатации системы, используя процедуры тестового и рабочего диагностирования, выявлять некорректно функционирующие компоненты систем, а также блокировать неверные результаты вычислений [4].

Наделение устройства свойством обнаружения неисправностей, как правило, связано с внесением в его аппаратные и (или) программные средства некоторой избыточности. При этом осуществляется структур-

© Ефанов Д.В., 2019

ное, информационное или временное резервирование с дробной или целой кратностью [5]. Часто при построении устройств и систем с обнаружением неисправностей применяют методы помехоустойчивого и помехозащищенного кодирования [6—9]. Использование кодирования позволяет осуществлять проверку правильности функционирования отдельных узлов и компонентов по признаку принадлежности формируемых сигналов заранее выбранному коду.

На уровне аппаратных средств кодирование применяют при синтезе контролепригодных структур, дополненных средствами технического диагностирования. Состав этих средств и особенности структур устройств определяются особенностями выбранного для решения задачи обнаружения неисправностей кода. Например, для обнаружения неисправностей в структурах логических схем используют так называемые «монотонные реализации» [10—13]. В таких реализациях схем любая ошибка на выходах элементов внутренней структуры может транслироваться на выходы устройства без ее трансформации в ошибку противоположного вида, т.е. она может проявляться только однонаправленно (монотонно). Соответственно для контроля возникновения таких ошибок применяются различные коды с обнаружением монотонных ошибок, в том числе, классические коды с суммированием (коды Бергера [14]), равновесные коды [15] и некоторые их модификации [16—18]. Применяются также коды, обнаруживающие любые монотонные ошибки и монотонные ошибки до определенных кратностей [19]. Кроме того, возможна реализация устройств с контролем по другим признакам [20].

Рассмотрим результаты исследований одного из известных кодов, ориентированных на обнаружение монотонных ошибок до фиксированных кратностей, — кодов Бордена, впервые описанных в работе [21]. Они, как и широко известные равновесные коды, относятся к типу неразделимых кодов [22] и имеют малую избыточность, что позволяет применять их для построения устройств и систем с обнаружением неисправностей с небольшими затратами на дополнительное оборудование.

**Принципы построения кодов Бордена.** Для построения кодов Бордена необходимо воспользоваться следующими правилами.

А л г о р и т м п о с т р о е н и я:

1. Определение длины кодового слова  $n$ .

2. Фиксирование граничного значения кратности обнаруживаемой монотонной ошибки (все монотонные ошибки с кратностями до данной величины будут обнаруживаться кодом),  $d_v$  ( $2 \leq d_v \leq \lfloor n/2 \rfloor$ ).

3. Выбор всех кодовых слов с весом  $r$  и длиной кодовых слов  $n$ , удовлетворяющих равенству

$$C(n, d_v) = \bigcup_{r=\lfloor n/2 \rfloor \pmod{(d_v+1)}} C_{r/n}. \quad (1)$$

Таким образом, коды Бордена  $C(n, d_v)$  образуются посредством объединения кодовых слов равновесных кодов  $C_{r/n}$  со значением веса  $r = \lfloor n/2 \rfloor \pmod{(d_v+1)}$ . Например, для построения кода Бордена  $C(12,3)$  необходимо объединить все кодовые слова равновесных кодов  $C_{r/12}$ , для которых

$$r = \lfloor n/2 \rfloor \pmod{(d_v+1)} = 6 \pmod{4}. \quad (2)$$

Условию (2) удовлетворяют равновесные коды  $C_{2/12}$ ,  $C_{6/12}$  и  $C_{10/12}$ , так как  $2 \pmod{4} = 6 \pmod{4} = 10 \pmod{4} = 2$ . Число кодовых слов кода  $C(12,3)$  составляет  $C_{12}^2 + C_{12}^6 + C_{12}^{10} = 66 + 924 + 66 = 1056$ .

По сравнению с равновесными кодами коды Бордена имеют большую мощность кодовых слов, а значит, с их помощью можно закодировать большее количество состояний (или значений на выходах контролируемых устройств). При этом следует учитывать тот факт, что равновесными кодами  $C_{r/n}$  обнаруживаются любые монотонные ошибки, а кодами Бордена  $C(n, d_v)$  не будут обнаружены монотонные ошибки с кратностями  $d_v+1$  и больше (значение кратности необнаруживаемой монотонной ошибки будет без остатка делиться на величину  $d_v+1$ ).

В табл. 1 приведен состав кодовых слов в виде множеств равновесных кодов  $C_{r/n}$  для различных кодов Бордена с длинами кодовых слов  $m = 4 \div 12$ . Заметим, что для четного значения  $n$  при  $d_v = n/2$  код Бордена будет классическим равновесным кодом « $r$  из  $2r$ ».

Процедуры синтеза контрольного оборудования для кодов Бордена подробно описаны в [23—26]. Коды Бордена могут быть использованы как при выборе способа кодирования состояний конечных автоматов, так и при организации диагностического обеспечения, например по известному методу логического дополнения [27].

**Особенности обнаружения ошибок кодами Бордена.** Зная число кодовых слов, принадлежащих конкретному  $C(n, d_v)$  коду, можно определить общее количество необнаруживаемых им ошибок. Для этого используем формулу

$$N_{C(n,d_v)} = Q_{C(n,d_v)}(Q_{C(n,d_v)} - 1) = \sum_{r=\lfloor n/2 \rfloor \pmod{(d_v+1)}} C_n^r \left( \sum_{r=\lfloor n/2 \rfloor \pmod{(d_v+1)}} C_n^r - 1 \right), \quad (3)$$

где  $Q_{C(n,d_v)}$  — мощность множества кодовых слов  $C(n, d_v)$  кода,

$$Q_{C(n,d_v)} = \sum_{r=\lfloor n/2 \rfloor \pmod{(d_v+1)}} C_n^r.$$

Для анализа особенностей обнаружения ошибок удобно использовать коэффициент  $Y_{C(n,d_v)}$ , характеризующий долю необнаруживаемых ошибок в кодовых словах кода Бордена от общего возможного числа ошибок  $N_n = 2^n(2^n - 1)$  [28]. Характеристики обнаружения ошибок для кодов Бордена с малой длиной кодовых слов ( $n \leq 12$ ) приведены в табл. 2.

Следует заметить, что множество необнаруживаемых кодами Бордена ошибок образовано двумя подмножествами:

1. Все необнаруживаемые ошибки равновесных кодов, из которых они образованы (так называемые симметричные ошибки, т.е. ошибки, содержащие только искажения четной кратностью, включающие в себя группы разнонаправленных ошибок  $\{0 \rightarrow 1; 1 \rightarrow 0\}$ ) [28].

Таблица 1. Состав кодовых слов  $C(n, d_v)$  кодов

n	$d_v$				
	2	3	4	5	6
4	$C_{2/4}$	—	—	—	—
5	$C_{2/5}, C_{5/5}$	—	—	—	—
6	$C_{0/6}, C_{3/6}, C_{6/6}$	$C_{3/6}$	—	—	—
7	$C_{0/7}, C_{3/7}, C_{6/7}$	$C_{3/7}, C_{7/7}$	—	—	—
8	$C_{1/8}, C_{4/8}, C_{7/8}$	$C_{0/8}, C_{4/8}, C_{8/8}$	$C_{4/8}$	—	—
9	$C_{1/9}, C_{4/9}, C_{7/9}$	$C_{0/9}, C_{4/9}, C_{8/9}$	$C_{4/9}, C_{9/9}$	—	—
10	$C_{2/10}, C_{5/10}, C_{8/10}$	$C_{1/10}, C_{5/10}, C_{9/10}$	$C_{0/10}, C_{5/10}, C_{10/10}$	$C_{5/10}$	—
11	$C_{2/11}, C_{5/11}, C_{8/11}, C_{11/11}$	$C_{1/11}, C_{5/11}, C_{9/11}$	$C_{0/11}, C_{5/11}, C_{10/11}$	$C_{5/11}, C_{11/11}$	—
12	$C_{0/12}, C_{3/12}, C_{6/12}, C_{9/12}, C_{12/12}$	$C_{2/12}, C_{6/12}, C_{10/12}$	$C_{1/12}, C_{6/12}, C_{11/12}$	$C_{0/12}, C_{6/12}, C_{12/12}$	$C_{6/12}$

2. Все необнаруживаемые ошибки, связанные с переходом кодовых слов с различным весом друг в друга.

Число ошибок первого типа вычисляется по формуле

$$N_{C(n, d_v)}^\sigma = \sum_{r=\lfloor n/2 \rfloor \pmod{(d_v+1)}} N_{n,r} = \sum_{r=\lfloor n/2 \rfloor \pmod{(d_v+1)}} \left( \sum_{d=2}^{d_{\max}} C_n^r C_{n-r}^{d/2} C_r^{d/2} \right), \quad (4)$$

где  $d$  – кратность необнаруживаемой ошибки (четное число),  $d_{\max} = 2r$ , если  $r \leq n/2$ ;  $d_{\max} = 2(n-r)$ , если  $r > n/2$ . Формулу (4) получаем, используя формулу для подсчета общего числа необнаруживаемых ошибок равновесными кодами [29].

Число ошибок второго типа может быть определено как разность между общим числом необнаруживаемых ошибок (3) и числом необнаруживаемых ошибок первого типа (4). Если необнаруживаемые ошибки

Таблица 2. Характеристики обнаружения ошибок  $C(n, d_v)$  кодами

$n$	$d_v$				
	2	3	4	5	6
4	30	–	–	–	–
	23,438				
5	110	–	–	–	–
	21,484				
6	462	380	–	–	–
	22,559	18,555			
7	1806	1260	–	–	–
	22,056	15,381			
8	7310	5112	4830	–	–
	22,308	15,601	14,74		
9	29070	18360	16002	–	–
	22,179	14,008	12,209		
10	116622	73712	64262	63252	–
	22,244	14,059	12,257	12,064	
11	465806	278256	224202	213906	–
	22,211	13,268	10,691	10,2	
12	1864590	1114080	897756	856550	852852
	22,228	13,281	10,702	10,211	10,167

Примечание. Для каждого кодового слова записано два числа: абсолютное число необнаруживаемых кодом ошибок и доля (в процентах) данного числа от общего возможного количества искажений в кодовых словах,  $\gamma_{C(n, d_v)} = N_{C(n, d_v)} / N_n$ .

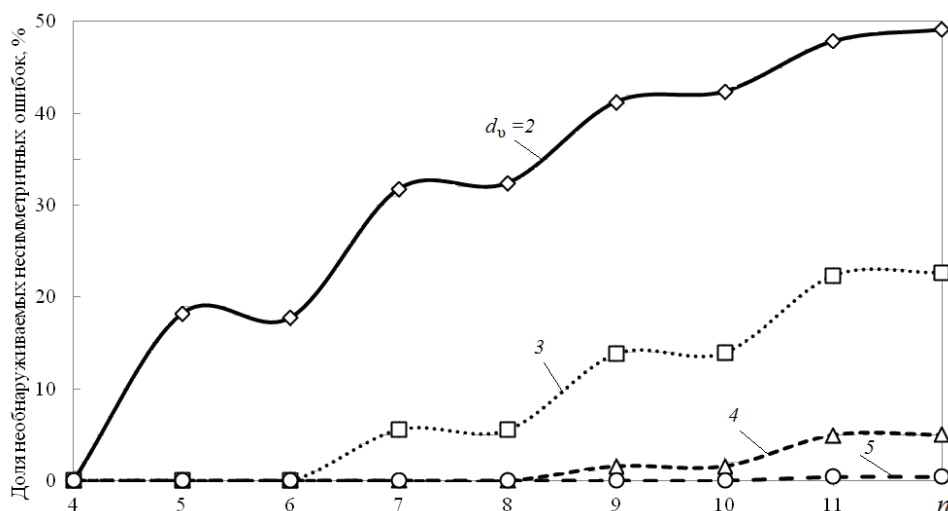


Рис. 1. Зависимость доли необнаруживаемых несимметричных ошибок  $C(n, d_v)$  кодами с фиксированными значениями  $d_v$  от значения  $n$

первого типа ( $N_{C(n,d_v)}^\sigma$ ) относятся к виду симметричных, то необнаруживаемые ошибки второго типа – это несимметричные ошибки ( $N_{C(n,d_v)}^{\bar{\sigma}}$ ), которые могут быть либо монотонными (содержать искажения только 0 или только 1), либо асимметричными (содержать неравное количество искажений 0 и 1) [28].

На рис. 1 представлены графики зависимости долей необнаруживаемых различными кодами Бордена несимметричных ошибок от длины кодового слова. Как видим, доля необнаруживаемых несимметричных ошибок (и соответственно число  $N_{C(n,d_v)}^{\bar{\sigma}}$ ) возрастает при увеличении длины кодового слова, оставаясь приблизительно на одном уровне для нечетных и следующих за ними четных значений  $n$ .

Важным показателем для кодов Бордена является число необнаруживаемых ошибок кратностью  $d_v + 1$ , так как к данным ошибкам относятся и монотонные ошибки (напомним, все монотонные ошибки меньшей кратностью гарантированно обнаруживаются данными кодами). Число таких ошибок можно определить исходя из следующих соображений.

**Утверждение 1.** Ошибка кратностью  $d_v + 1$  может возникнуть только в том случае, если она происходит между кодовыми словами с весом  $r$  и  $r + d_v + 1$ .

В самом деле, если имеется два кодовых слова с весом  $r$  и  $r + d_v + 1$ , то минимальная кратность ошибки, переводящей эти два кодовых слова друг в друга, равна  $d_v + 1$ . В этом случае у обоих кодовых слов единичные разряды занимают одинаковые биты. Если все  $r$  разрядов первого слова не совпадают с единичными разрядами второго слова хотя бы в одном бите, ошибка будет иметь бóльшую кратность.

Пусть  $r$  – вес кодовых слов кода Бордена, образованных кодовыми словами равновесного кода  $C_{r/n}$ , а  $r + d_v + 1$  — вес кодовых слов, образованных кодовыми словами равновесного кода  $C_{r+d_v+1/n}$ . Возьмем одно кодовое слово кода  $C_{r/n}$  и все кодовые слова кода  $C_{r+d_v+1/n}$ , у которых  $r$  единичных разрядов совпадают с единичными разрядами первого слова. Число кодовых слов кода  $C_{r+d_v+1/n}$ , удовлетворяющих поставленному условию, определяется числом вариантов расположений  $d_v + 1$  единиц в оставшихся  $n - r$  разрядах, т.е. числом  $C_{n-r}^{d_v+1}$ . Отсюда следует, что число необнаруживаемых ошибок, связанных с переходами первого слова кода  $C_{r/n}$  и всех кодовых слов кода  $C_{r+d_v+1/n}$ , равно  $2C_{n-r}^{d_v+1}$  (удвоенное число возможных переходов кодовых слов друг в друга). Поскольку число кодовых слов кода  $C_{r/n}$  равно  $C_n^r$ , число необнаруживаемых ошибок, связанных с переходами кодовых слов кода  $C_{r/n}$  во все кодовые слова кода  $C_{r+d_v+1/n}$ , равно  $2C_{n-r}^{d_v+1}C_n^r$ . Все эти ошибки будут монотонными и будут иметь кратность  $d_v + 1$ .

**Утверждение 2.** Для кода Бордена  $C(n, d_v)$  число необнаруживаемых монотонных ошибок определяется числом всех возможных переходов, удовлетворяющих приведенным выше условиям, между кодовыми словами с весами, различающимися на величину  $d_v + 1$ :

$$N_{C(n,d)}^d = \sum_{r=\lfloor n/2 \rfloor \pmod{d_v+1}} 2C_{n-r}^{d_v+1}C_n^r. \quad (5)$$

**Замечание.** В формуле (5) следует учесть, что последнее, максимальное, значение числа  $r$ , находящееся в последовательности чисел, удовлетворяющих условию  $r = \lfloor n/2 \rfloor \pmod{d_v+1}$ , следует отбросить (для него уже не будет сравниваемых кодовых слов, принадлежащих данному коду Бордена).

Пользуясь формулой (5), подсчитаем общее число необнаруживаемых монотонных ошибок для кода Бордена  $C(12,3)$ :

$$N_{C(12,3)}^{d_v} = \sum_{r=6(\bmod 4)} 2C_{12-r}^4 C_{12}^r = 2C_{12-2}^4 C_{12}^2 + 2C_{12-6}^4 C_{12}^6 = 27720 + 27720 = 55440.$$

**Утверждение 3.** Минимальная кратность необнаруживаемой кодами Бордена  $C(n, d_v)$  асимметричной ошибки будет не менее чем  $d_v + 1$ :  $d_\alpha > d_v + 1$ .

Справедливость утверждения 3 вытекает из замечания к утверждению 2. При асимметричной ошибке хотя бы один единичный бит искажаемого слова должен отличаться от единичного бита того кодового слова, в которое переходит первое при ошибке. А это значит, что в самом простом случае искажается один единичный разряд первого кодового слова, а вес второго слова становится равным числу  $r + d_v + 1$  вместо  $r$ . Однако, чтобы вес стал равным числу  $r + d_v + 1$ , потребуется искажение еще и одного нулевого разряда, что увеличит кратность ошибки на единицу. Например, для двух слов  $C(12,2)$  кода,  $\langle 00001110 \rangle$  и  $\langle 11111100 \rangle$ , наблюдается искажение второго разряда ( $1 \rightarrow 0$ ) и пятого — восьмого разрядов ( $0 \rightarrow 1$ ). Кратность такой ошибки  $d_\alpha = 5$ , что на единицу больше, чем число  $d_v + 1$ .

В табл. 3 приведены результаты расчетов числа необнаруживаемых кодами Бордена монотонных ошибок кратностями  $d_v + 1$ . Три числа, указанные через косую черту, соответствуют таким показателям:

$\beta_{d+1}^n$  — доля необнаруживаемых монотонных ошибок кратностью  $d_v + 1$  от общего числа ошибок в кодовых словах  $C(n, d_v)$  кода;

$\beta_{d+1}^{d+1}$  — доля необнаруживаемых монотонных ошибок кратностью  $d_v + 1$  от общего числа ошибок данной кратностью в кодовых словах  $C(n, d_v)$  кода;

$\beta_{d+1}^v$  — доля необнаруживаемых монотонных ошибок кратностью  $d_v + 1$  от общего числа монотонных ошибок данной кратностью в кодовых словах  $C(n, d_v)$  кода.

На рис. 2 представлены графики зависимостей показателей обнаружения монотонных ошибок кратностями  $d_v + 1$  для кодов  $C(n, 2)$ ,  $C(n, 3)$ ,  $C(n, 4)$  от длины кодового слова (см. табл. 3). Для кодов Бор-



дена с различными значениями  $d_v$  при возрастании значения  $n$  постепенно возрастают значения коэффициентов  $\beta_{d_v+1}^n$ ,  $\beta_{d_v+1}^{d_v+1}$  и  $\beta_{d_v+1}^v$ . При этом значение  $\beta_{d_v+1}^v$  стремительно увеличивается. Например, для  $C(n, 2)$  кодов происходит увеличение данного значения от 0 до 55,339% при изменении  $n$  от двух до 12, для  $C(n, 3)$  кодов — от 0 до 24,609% при таком же изменении длины кодового слова, для  $C(n, 4)$  кодов — от 0 до 8,75%. Видно, что с увеличением значения  $d_v$  скорость изменения  $\beta_{d_v+1}^v$  (кривая 3) уменьшается. Коэффициент  $\beta_{d_v+1}^{d_v+1}$  (кривая 2) также возрастает для любых кодов Бордена, а зависимость изменения в целом такая же, как для

Таблица 3. Характеристики необнаруживаемых кодами Бордена монотонных ошибок кратностями  $d_v + 1$

$n$	$d_v$				
	2	3	4	5	6
4	0 0/0/0	–	–	–	–
5	20 18,182/6,25/12,5	–	–	–	–
6	80 17,316/8,333/16,667	0 0/0/0	–	–	–
7	350 19,38/13,021/26,042	70 5,556/1,563/6,25	–	–	–
8	1120 15,321/15,625/31,25	280 5,477/1,953/7,813	0 0/0/0	–	–
9	3528 12,136/19,141/38,281	1512 8,235/3,516/14,063	252 1,575/0,391/3,125	–	–
10	10080 8,643/21,875/43,75	5040 6,837/4,102/16,406	1008 1,569/0,469/3,75	0 0/0/0	–
11	28050 6,022/24,902/49,805	18480 6,641/5,469/21,875	6468 2,885/0,957/7,656	924 0,432/0,098/1,563	–
12	74800 4,012/27,669/55,339	55440 4,976/6,152/24,609	22176 2,47/1,094/8,75	3696 0,431/0,114/1,823	0 0/0/0

Примечание. Для каждого кодового слова в верхней строке приведено число монотонных необнаруживаемых ошибок кратностью  $d_v + 1$ , а в нижней строке — соответственно относительные показатели  $\beta_{d_v+1}^n$ ,  $\beta_{d_v+1}^{d_v+1}$  и  $\beta_{d_v+1}^v$  (в процентах), записанные через косую черту.

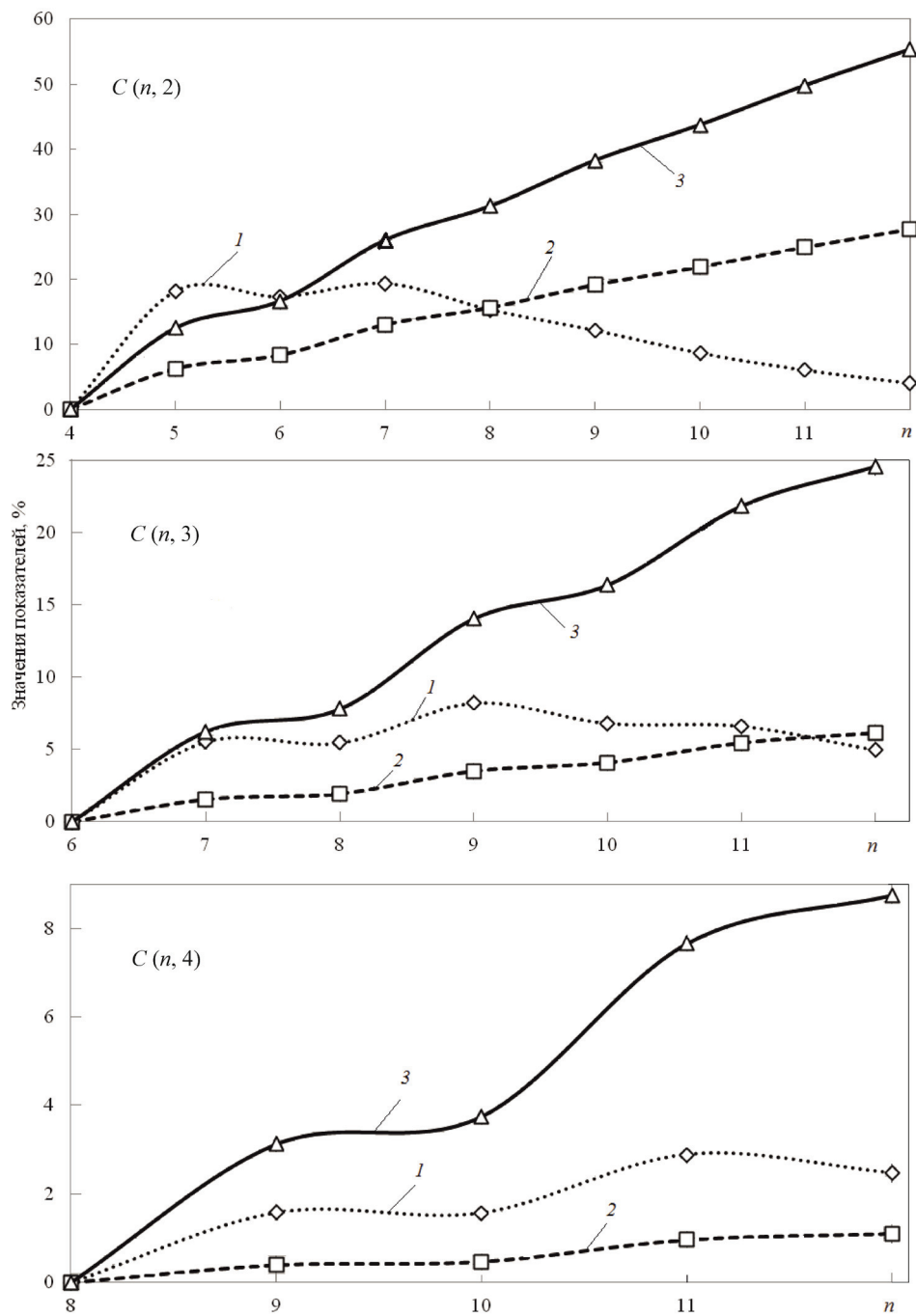


Рис. 2. Графики зависимости долей необнаруживаемых монотонных ошибок с кратностями  $d_v + 1$  от значений  $n$ : 1 —  $\beta_{d_v+1}^n$ ; 2 —  $\beta_{d_v+1}^{d_v+1}$ ; 3 —  $\beta_{d_v+1}^v$

показателя  $\beta_{d_v+1}^n$ . Это обусловлено зависимостью числа необнаруживаемых ошибок с кратностями  $d_v + 1$  от числа необнаруживаемых монотонных ошибок с теми же кратностями. При изменении значения  $n$  показатели  $\beta_{d_v+1}^{d_v+1}$  (кривая 2) увеличиваются не столь стремительно, как  $\beta_{d_v+1}^v$  (кривая 3). Для  $C(n, 2)$  кодов показатели изменяются от 0 до 27,669%, для  $C(n, 3)$  кодов от 0 до 6,152%, для  $C(n, 4)$  кодов от 0 до 1,094%.

Показатель  $\beta_{d_v+1}^n$  (кривая 1) для всех кодов Бордена с постоянным значением  $d_v$  сначала увеличивается, а затем начинает уменьшаться, достигая максимума при различных значениях  $n$  и пересекая графики  $\beta_{d_v+1}^{d_v+1}$  между различными значениями  $n$ . Это обусловлено возрастанием общего числа возможных ошибок (как симметричных, так и монотонных и асимметричных).

### Выводы

Сравнивая коды Бордена с другими неразделимыми кодами (например, с равновесными), следует заметить, что данные коды имеют не меньшую (а часто бóльшую) мощность множеств кодовых слов. Однако при этом, в отличие от равновесных кодов, коды Бордена не обнаруживают некоторую долю несимметричных ошибок (монотонных и асимметричных). Значение кратности таких ошибок, однако, может быть задано при построении кода и выбрано из условия  $2 \leq d_v \leq \lfloor n/2 \rfloor$  ( $d_v$  – кратность, до которой включительно будут обнаруживаться монотонные ошибки). Кроме того, асимметричные необнаруживаемые кодами Бордена ошибки также не могут иметь меньшую, чем  $d_v$ , кратность (строго говоря, она всегда больше  $d_v + 1$ ).

С точки зрения практического приложения свойств, установленных в ходе исследований кодов Бордена, следует указать возможность учета малой доли монотонных необнаруживаемых ошибок от общего числа возможных в кодовых словах ошибок (см. табл. 3 и рис. 2). Так, например, коды Бордена можно успешно применять при организации систем рабочего диагностирования логических схем с обнаружением любых одиночных неисправностей элементов внутренней структуры при первоначальном моделировании возникающих на их выходах неисправностей. Часть таковых (возможно, и бóльшая, что зависит от особенностей топологии схемы) может никогда не возникать [30]. В этих случаях могут быть применены коды Бордена с малыми значениями  $d_v$ .

Следует также заметить, что, учитывая специфику условий возникновения монотонных ошибок в кодовых словах, можно построить аналоги кодов Бордена, обладающие возможностями обнаружения любых монотонных и асимметричных ошибок до определенных кратностей. Для этого необходимо только обеспечить определенное заранее отношение между истинным значением веса кодовых слов, принадлежащих данному коду (не обязательно следуя формуле (1)).

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bennetts R.G.* Design of Testable Logic Circuits. London: Addison-Wesley Publishers Limited, 1984, 164 p.
2. *Ubar R., Raik J., Vierhaus H.-T.* Design and Test Technology for Dependable Systems-on-Chip (Premier Reference Source). Information Science Reference, Hershey – NY, IGI Global, 2011, 578 p.
3. *Hahanov V.* Cyber Physical Computing for IoT-driven Services. NY.: Springer International Publishing AG, 2018, 279 p.
4. *Согомонян Е.С., Слабаков Е.В.* Самопроверяемые устройства и отказоустойчивые системы. М.: Радио и связь, 1989, 208 с.
5. *Гаврилов М.А., Остиану В.М., Потехин А.И.* Надежность дискретных систем // Итоги науки и техники. Сер. «Теория вероятностей. Математическая статистика. Теоретическая кибернетика», 1969, 1970, с. 7—104.
6. *Сагалович Ю.Л., Щербаков Н.С.* Выбор системы кодирования для защиты запоминающих устройств от ошибок // Проблемы передачи информации, 1984, **20**, № 1, с. 19—27.
7. *Fujiwara E.* Code Design for Dependable Systems: Theory and Practical. John Wiley & Sons, 2006, 720 p.
8. *Lala P.K.* Principles of Modern Digital Design. New Jersey: John Wiley & Sons, 2007, 436 p.
9. *Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Ефанов Д.В.* Коды Хэмминга в системах функционального контроля логических устройств. СПб.: Наука, 2018, 151 с.
10. *Morosow A., Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov Vl.V., Goessel M.* Self-Checking Combinational Circuits with Unidirectionally Independent Outputs // VLSI Design, 1998, Vol. 5, Issue 4, p. 333—345. DOI: 10.1155/1998/20389.
11. *Matrosova A.Yu., Levin I., Ostanin S.A.* Self-Checking Synchronous FSM Network Design with Low Overhead // VLSI Design, 2000, Vol. 11, Issue 1, p. 47—58. DOI: 10.1155/2000/46578.
12. *Göessel M., Ocheretny V., Sogomonyan E., Marienfeld D.* New Methods of Concurrent Checking: Edition 1. Dordrecht: Springer Science+Business Media B.V., 2008, 184 p.
13. *Ostanin S.* Self-Checking Synchronous FSM Network Design for Path Delay Faults // Proc. of 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2017). Novi Sad, Serbia, September 29 – October 2, 2017, p. 696—699, DOI: 10.1109/EWDTS.2017.8110129.

14. *Berger J.M.* A Note on Error Detection Codes for Asymmetric Channels // *Information and Control*, 1961, Vol. 4, Issue 1, p. 68—73. DOI: 10.1016/S0019-9958(61)80037-5.
15. *Freiman C.V.* Optimal Error Detection Codes for Completely Asymmetric Binary Channels // *Ibid*, 1962, Vol. 5, Issue 1, p. 64—71. DOI: 10.1016/S0019-9958(62)90223-1.
16. *Lin D.J., Bose B.* Theory and Design of t-error Correcting and d(d>t)-unidirectional Error Detecting (t-EC d-UED) Codes // *IEEE Transaction on Computers*, 1988, Vol. 37, Issue 4, p. 433—439. DOI 10.1109/12.2187.
17. *Piestrak S.J.* Design of Self-Testing Checkers for Unidirectional Error Detecting Codes. Wrocław: Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 1995, 111 p.
18. *Efanov D., Sapozhnikov V., Sapozhnikov Vl.* Generalized Algorithm of Building Summation Codes for the Tasks of Technical Diagnostics of Discrete Systems // *Proc. of 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2017)*. Novi Sad, Serbia, September 29 – October 2, 2017, p. 365—371. DOI: 10.1109/EWDTS.2017.8110126.
19. *Ефанов Д.В., Сапожников В.В., Сапожников Вл.В.* Коды с суммированием с фиксированными значениями кратностей обнаруживаемых монотонных и асимметричных ошибок для систем технического диагностирования // *Автоматика и телемеханика*, 2019, № 6, с. 121—141.
20. *Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Гёссель М.* Самодвойственные дискретные устройства. СПб: Энергоатомиздат, 2001, 331 с.
21. *Borden J.M.* Optimal Asymmetric Error Detecting Codes // *Information and Control*, 1982, Vol. 53, Issue 1-2, p. 66—73. DOI: 10.1016/S0019-9958(82)91125-1.
22. *Кодирование информации (двоичные коды)* / Березюк Н.Т., Андрущенко А.Г., Мошицкий С.С. и др. Под ред. Н.Т. Березюка. Харьков: «Вища школа», 1978, 252 с.
23. *Jha N.K.* A Totally Self-Checking Checker for Borden's Code // *IEEE Transactions on Computer-Aided Design for Integrated Circuits and Systems*, 1989, Vol. 8, p. 731—736. DOI: 10.1109/43.31530.
24. *Haniotakis Th., Nikolos D., Paschalis A., Gizopoulos D.* Totally Self-Checking Checkers for Borden Codes // *International Journal of Electronics*, 1994, Vol. 76, Issue 1, p. 57—64. DOI: 10.1080/00207219408925905.
25. *Piestrak S.J.* Design of Self-Testing Checkers for Borden Codes // *IEEE Transactions on Computers*, 1996, Vol. 45, Issue 4, p. 461—469. DOI: 10.1109/12.494103.
26. *Tarnick S.* Embedded Borden 2-UED Code Checkers // *Proc. of 12th IEEE International On-Line Testing Symposium (IOLTS'06)*. 10—12 July 2006, Lake Como, Italy, p. 1—3. DOI: 10.1109/IOLTS.2006.27.
27. *Ефанов Д.В., Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Пивоваров Д.В.* Синтез самопроверяемых схем встроенного контроля на основе метода логического дополнения до равновесного кода «2 из 4» // *Информатика*, 2018, **15**, № 4, с. 71—85.
28. *Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Ефанов Д.В.* Классификация ошибок в информационных векторах систематических кодов // *Изв. вузов. Приборостроение*. 2015, **58**, № 5, с. 333—343. DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-5-333-343.
29. *Ефанов Д.В.* Некоторые особенности обнаружения ошибок равномерными неразделимыми кодами // *Там же*, 2019, **62**, № 7, с. 621—631. DOI: 10.17586/0021-3454-2019-62-7-621-631.
30. *Дмитриев В.В., Ефанов Д.В., Сапожников В.В., Сапожников Вл.В.* Коды с суммированием с эффективным обнаружением двукратных ошибок для организации систем функционального контроля логических устройств // *Автоматика и телемеханика*, 2018, № 4, с. 105—122.

Получена 12.06.19

## REFERENCES

1. Bennetts, R.G. (1984), Design of Testable Logic Circuits, Addison-Wesley Publishers Limited, London, UK.
2. Ubar, R., Raik, J. and Vierhaus, H.-T. (2011), Design and Test Technology for Dependable Systems-on-Chip (Premier Reference Source), Information Science Reference, IGI Global, New York, USA.
3. Hahanov, V. (2018), Cyber Physical Computing for IoT-driven Services, Springer International Publishing AG, New York, USA.
4. Sogomonyan, E.S. and Slabakov, E.V. (1989), *Samoproverjaemyje ustrojstva i otkazov-tojchivyye sistemy* [Self-checking devices and failover systems], Radio & Svjaz', Moscow, USSR.
5. Gavrilov, M.A., Ostianu, V.M., and Potekhin, A.I. (1969, 1970), "Reliability of discrete systems", *Itogi nauki i tekhniki. Ser. "Teoriya veroyatnostej. Matematicheskaya statistika. Teoreticheskaya kibernetika"*, pp. 7-104.
6. Sagalovitch, Yu.L., and Scherbakov, N.S. (1984) "The Choice of Coding System to Protect Memory Devices from Errors", *Problemy peredachi informacii*, Vol. 20, Issue. 1, pp. 19-27.
7. Fujiwara, E. (2006), Code Design for Dependable Systems: Theory and Practical Applications, John Wiley & Sons, New Jersey, USA.
8. Lala, P.K. (2007), Principles of Modern Digital Design, John Wiley & Sons, New Jersey, USA.
9. Sapozhnikov, V.V., Sapozhnikov, VI.V. and Efanov, D.V. (2018), *Kody Hemminga v sistemah funkcional'nogo kontrolya logicheskikh ustrojstv* [Hamming codes in concurrent error detection systems of logic devices], Nauka, St. Petersburg, Russia.
10. Morosow, A., Sapozhnikov, V.V., Sapozhnikov, VI.V. and Goessel, M. (1998), "Self-Checking Combinational Circuits with Unidirectionally Independent Outputs", *VLSI Design*, Vol. 5, Issue 4, pp. 333-345. DOI: 10.1155/1998/20389.
11. Matrosova, A.Yu., Levin, I., Ostanin, S.A. (2000), "Self-Checking Synchronous FSM Network Design with Low Overhead", *VLSI Design*, Vol. 11, Issue. 1, pp. 47-58. DOI: 10.1155/2000/46578.
12. Göessel, M., Ocheretny, V., Sogomonyan, E. and Marienfeld, D. (2008), New Methods of Concurrent Checking: Edition 1, Springer Science+Business Media B.V, Dordrecht, Netherlands.
13. Ostanin, S. (2017), "Self-Checking Synchronous FSM Network Design for Path Delay Faults", *Proceeding of the 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2017)*, Novi Sad, Serbia, 2017, September 29 - October 2, pp. 696-699. DOI: 10.1109/EWDTS.2017.8110129.
14. Berger, J.M. (1961), "A Note on Error Detection Codes for Asymmetric Channels", *Information and Control*, Vol. 4, Issue. 1, pp. 68-73. DOI: 10.1016/S0019-9958(61)80037-5.
15. Freiman, C.V. (1962), "Optimal Error Detection Codes for Completely Asymmetric Binary Channels", *Ibid*, Vol. 5, Issue. 1, pp. 64-71. DOI: 10.1016/S0019-9958(62)90223-1.
16. Lin, D.J. and Bose, B. (1988), "Theory and Design of t-error Correcting and d(d>t)-unidirectional Error Detecting (t-EC d-UED) Codes", *IEEE Transaction on Computers*, Vol. 37, Issue. 4, pp. 433-439. DOI 10.1109/12.2187.

17. Piestrak, S.J. (1995), Design of Self-Testing Checkers for Unidirectional Error Detecting Codes, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, Poland.
18. Efanov, D., Sapozhnikov, V., Sapozhnikov, V.I. (2017), "Generalized Algorithm of Building Summation Codes for the Tasks of Technical Diagnostics of Discrete Systems", *Proceeding of the 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2017)*, Novi Sad, Serbia, September 29 – October 2, 2017, pp. 365-371. DOI: 10.1109/EWDTS.2017.8110126.
19. Efanov, D.V., Sapozhnikov, V.V., and Sapozhnikov, V.I.V. (2019), "Codes with Summation with Fixed Multiplicities of Detected Unidirectional and Asymmetric Errors for Technical Diagnostic Systems", *Avtomatika i telemekhanika*, Issue 6, pp. 121-141.
20. Sapozhnikov, V.V., Sapozhnikov, V.I.V. and Gossel, M. (2001), *Samodvoystvennye diskretnye ustrojstva* [Self-Dual Discrete Devices], Energoatomizdat, St. Petersburg, Russia.
21. Borden, J.M. (1982), "Optimal Asymmetric Error Detecting Codes", *Information and Control*, Vol. 53, Issue. 1-2, pp. 66-73. DOI: 10.1016/S0019-9958(82)91125-1.
22. Berezyuk, N.T., Andrushchenko, A.G. and Moshchickij, S.S. (1978), *Kodirovanie informacii (dvoichnye kody)* [Information Encoding (Binary Codes)], Vishcha shkola, Kharkov, USSR.
23. Jha, N.K. (1989), "A Totally Self-Checking Checker for Borden's Code", *IEEE Transactions on Computer-Aided Design for Integrated Circuits and Systems*, Vol. 8, pp. 731-736. DOI: 10.1109/43.31530.
24. Haniotakis, Th., Nikolos, D., Paschalis, A. and Gizopoulos, D. (1994), "Totally Self-Checking Checkers for Borden Codes", *International Journal of Electronics*, Vol. 76, Issue. 1, pp. 57-64. DOI: 10.1080/00207219408925905.
25. Piestrak, S.J. (1996), "Design of Self-Testing Checkers for Borden Codes", *IEEE Transactions on Computers*, Vol. 45, Issue. 4, pp. 461-469. DOI: 10.1109/12.494103.
26. Tarnick, S. (2006), "Embedded Borden 2-UED Code Checkers", *Proceeding of the 12th IEEE International On-Line Testing Symposium (IOLTS'06)*, Lake Como, Italy, pp. 1-3. DOI: 10.1109/IOLTS.2006.27.
27. Efanov, D.V., Sapozhnikov, V.V., Sapozhnikov, V.I.V. and Pivovarov, D.V. (2018), "The Self-Checking Integrated Control Circuits Synthesis Based on the Boolean Complement Method to "2-Out-Of-4" Constant-Weight Code", *Informatika*, Vol. 15, Issue 4, pp. 71-85.
28. Sapozhnikov, V.V., Sapozhnikov, V.I.V. and Efanov, D.V. (2015), "Errors Classification in Information Vectors of Systematic Codes", *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Priborostroenie*, Vol. 58, no. 5, pp. 333-343. DOI 10.17586/0021-3454-2015-58-5-333-343.
29. Efanov, D.V. (2019), "Some Features of Error Detection by Uniform Indivisible Codes", *Ebid*, Vol. 62, no. 7, pp. 621-631. DOI: 10.17586/0021-3454-2019-62-7-621-631.
30. Dmitriev, V.V., Efanov, D.V., Sapozhnikov, V.V. and Sapozhnikov, V.I.V. (2018), "Sum Codes with Efficient Detection of Twofold Errors for Organization of Concurrent Error-Detection Systems of Logical Devices", *Avtomatika i telemekhanika*, no. 4, pp. 105-122.

Received 12.06.19

Д.В. Ефанов

#### ОСОБЛИВОСТІ ВІЯВЛЕННЯ ПОМИЛОК КОДАМИ БОРДЕНА

Розглянуто застосування надлишкового кодування при побудові пристроїв і систем автоматизації та обчислювальної техніки. Визначено перспективи застосування кодів Бордена при побудові дискретних систем з виявленням несправностей. Проаналізовано особливості виявлення помилок кодами Бордена. Наведено правила побудови коду і приклади даних кодів. Подано формулу для підрахунку загальної кількості помилок, які не виявляються кодами Бордена. Описано особливості виявлення помилок кодами Бордена, за допомогою яких можна обирати їх на етапі побудови дискретних систем з виявленням несправностей.

*К л ю ч о в і с л о в а:* дискретна система з виявленням несправностей, контролпридатна схема, рівновагові коди, коди Бордена, виявлення монотонних помилок.

D.V. Efanov

#### FEATURES OF ERROR DETECTION BY BORDEN CODES

In the article, the author the use of redundant coding in the construction of automation and computer technology devices and systems. The prospects for the application of Borden codes in the construction of discrete systems with fault detection are determined. The features of error detection by Borden codes are analyzed. The code building rules and examples of these codes are given. A formula is given for calculating the total errors undetected number by Borden codes. Some features of error detection by Borden codes are described, which allow characterizing them when choosing discrete systems with fault detection at the construction stage.

*K e y w o r d s:* discrete system with fault detection, checkability circuit, constant-weight codes, Borden codes, unidirectional errors-detection.

*ЕФАНОВ Дмитрий Викторович, д-р техн. наук, доцент, профессор кафедры «Автоматика, телемеханика и связь на железнодорожном транспорте» Российского университета транспорта, руководитель направления систем мониторинга и диагностики ООО «ЛокоТех-Сигнал». В 2007 г. окончил Петербургский государственный университет путей сообщения. Область научных исследований — дискретная математика, надежность и техническая диагностика дискретных систем.*