
МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ МЕТОДИ

doi: <https://doi.org/10.15407/emodel.42.01.003>

УДК 519.8

С.Е. Саух, д-р техн. наук, **Е.Н. Джигун**, канд. техн. наук
Институт проблем моделирования
в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины
(Украина, 03164, Киев, ул. Генерала Наумова, 15,
e-mail: ssaukh@gmail.com, elromanenko@gmail.com)

Аппроксимативный подход к моделированию ГЭС в задачах планирования режимов электроэнергетических систем

Предложен аппроксимативный подход к построению математической модели режимов работы ГЭС. Подход основан на гипотезе об оптимальности водно-энергетических режимов ГЭС, наблюдаемых в прошлом, с использованием статистических данных. Для воспроизведения наблюдаемых режимов ГЭС предложена параметрическая формулировка оптимизационных задач линейного и квадратичного программирования, решения которых аппроксимируют множество ретроспективных режимов ГЭС. Простота и адекватность аппроксимативной модели ГЭС подтверждена результатами вычислительных экспериментов. Показана возможность использования предложенной модели ГЭС как составной части модели электроэнергетической системы.

К л ю ч е в ы е с л о в а: аппроксимативная модель, ГЭС, оптимизация, прогноз.

Прогнозирование режимов работы ГЭС. Гидроэлектростанции являются важной составной частью современных электроэнергетических систем. Они используются для выполнения таких ответственных функций, как балансирование мощности и энергии. Высокая маневренность генерирующих блоков ГЭС позволяет покрывать наиболее неравномерные части суточных графиков нагрузок, а наличие запасов водно-энергетических ресурсов обеспечивает размещение резервов мощности, необходимых для регулирования частоты и активной мощности в электроэнергетической системе.

Как правило, прогнозирование кратко- и долгосрочных режимов работы ГЭС осуществляется совместно с прогнозированием режимов энер-

© Саух С.Е., Джигун Е.Н., 2020

госистемы в целом. Задачи такого прогнозирования являются оптимизационными и заключаются в поиске экономически целесообразных режимов, которые могут быть реализованы в условиях соблюдения ряда технологических требований и ограничений по использованию энергетического оборудования и водных ресурсов [1—3]. Для обеспечения адекватности прогнозируемых режимов ГЭС в оптимизационных задачах используются технологические особенности эксплуатации гидроэнергетических установок и сооружений отдельных станций и каскадов из них, а также особенности использования водохранилищ неэнергетическими участниками водохозяйственных систем такими, как сельское хозяйство, промышленность, коммунальное хозяйство, водный транспорт и рыбное хозяйство. При этом водно-энергетические ресурсы ГЭС оцениваются в условиях ожидаемых изменений климата, а объемы использования таких ресурсов ограничиваются экологическими требованиями, установленными в законодательных и нормативных документах [1—6].

Традиционно применяемый феноменологический подход к прогнозированию кратко- и долгосрочных режимов работы ГЭС обуславливает формирование сложных задач оптимизации, содержащих множество неопределенных параметров [1, 2]. Поэтому в задачах прогнозирования режимов электроэнергетических систем феноменологические модели ГЭС применяются в упрощенном виде, что ухудшает их адекватность.

Рассмотрим аппроксимативный подход к моделированию режимов работы ГЭС как составной части электроэнергетической системы, в основе которого лежит гипотеза об оптимальности водно-энергетических режимов работы ГЭС, наблюдаемых в прошлом, согласно статистическим данным. Для воспроизведения оптимальных режимов работы ГЭС на математической модели ее достаточно представить в виде такой оптимизационной задачи, решения которой аппроксимируют множество ретроспективных режимов.

Таблица 1

ГЭС	C_0	C_Q	C_H	R^2
Киевская	-20747,83	2,063854	202,4147	0,998578
Каневская	0,0	2,011423	0,489304	0,991228
Кременчугская	-14902,18	3,086220	186,7260	0,990798
Среднеднепровская	0,0	2,515958	1,124909	0,995763
Днепровская	-30980,36	7,337291	603,3707	0,997748
Каховская	-2271,302	2,989047	154,5094	0,992163
Днестровская	-4284,102	9,751898	35,70791	0,999133

Расходные характеристики ГЭС являются основой водно-энергетических расчетов. Обычно построение таких характеристик выполняется для каждого гидроагрегата отдельно на основе обработки экспериментальных данных о мощности генерации, напоре воды и ее расходе через турбину [2, 4]. Располагая данными о среднесуточных уровнях воды в верхних бьефах плотин ГЭС, расходах воды через турбины и суточных объемах электроэнергии, произведенной гидрогенераторами крупнейшей в Украине компании Частное акционерное общество (ЧАО) «Укрэнерго» [7], устанавливаем эконометрические зависимости вида

$$E_{\Sigma i} = C_{0i} + C_{Qi}Q_i + C_{Hi}H_i, \quad \forall i \in I,$$

$$Q_{\min i} \leq Q_i \leq Q_{\max i}, \quad H_{\min i} \leq H_i \leq H_{\max i}, \quad \forall i \in I, \quad (1)$$

где I — множество ГЭС, принадлежащих этой компании; $E_{\Sigma i}$ — суточный объем электроэнергии, вырабатываемой i -й ГЭС при уровне воды H_i в верхнем бьефе и суммарном расходе воды Q_i через ее турбины.

Полученные значения коэффициентов C_{0i} , C_{Qi} , C_{Hi} и коэффициентов детерминации R_i^2 эконометрических зависимостей (1), а также границы отрезков, на которых определены эти зависимости, приведены в табл. 1.

Эконометрические зависимости (1) позволяют определять суточные объемы выработки электроэнергии основными ГЭС Украины по заданным параметрам водности рек, на которых они расположены, и могут быть использованы в планировании суточных режимов работы ГЭС.

Маневрирование мощностью ГЭС осуществляется в различных пределах в разные периоды времени. Для определения динамики предельных значений мощности в течение суток проведем анализ статистических данных для двух множеств, а именно рабочих D_p и выходных D_b дней каждого месяца. Для $\forall d \in D_p \cup D_b$ и каждого суточного периода

Границы отрезков, на которых определены зависимости (1)			
Q_{\min} , м ³ /с	Q_{\max} , м ³ /с	H_{\min} , м	H_{\max} , м
264	1155	102,27	102,96
309	1736	91,36	91,54
324	1283	78,57	81,03
411	1293	63,39	64,02
247	1431	51,05	51,66
500	1403	15,10	16,01
115	1133	117,31	121,03

$t \in T$ длительностью Δt по статистическим данным об объемах выработанной электроэнергии i -й ГЭС \tilde{E}_{itd} вычислим среднюю на этом периоде развиваемую мощность,

$$\tilde{N}_{itd} = \frac{\tilde{E}_{itd}}{\Delta t}, \quad \forall t \in T, \quad \forall i \in I, \quad d \in D_p \cup D_b, \quad (2)$$

и для каждого из выделенных множеств дней найдем предельные значения мощности:

$$\begin{aligned} N_{\min it} &= \tilde{N}_{itd} \xrightarrow{d \in D} \min, \quad \forall t \in T, \quad \forall i \in I, \\ N_{\max it} &= \tilde{N}_{itd} \xrightarrow{d \in D} \max, \quad \forall t \in T, \quad \forall i \in I. \end{aligned} \quad (3)$$

По вычисленным значениям \tilde{N}_{itd} определим приращения мощности

$$\Delta \tilde{N}_{itd} = \tilde{N}_{itd} - \tilde{N}_{it-1d}, \quad \forall t \in T, \quad \forall i \in I, \quad d \in D_p \cup D_b, \quad (4)$$

и для каждого из выделенных множеств дней (рабочих и выходных) найдем предельные значения таких приращений,

$$\begin{aligned} \Delta N_{\min it} &= \Delta \tilde{N}_{itd} \xrightarrow{d \in D} \min, \quad \forall t \in T, \quad \forall i \in I, \\ \Delta N_{\max it} &= \Delta \tilde{N}_{itd} \xrightarrow{d \in D} \max, \quad \forall t \in T, \quad \forall i \in I, \end{aligned} \quad (5)$$

а также значения меры изменчивости приращений мощности

$$Var_{it} = \frac{1}{|D|} \sum_{d \in D} \left| \Delta \tilde{N}_{itd} - \frac{\sum_{d \in D} \Delta \tilde{N}_{itd}}{|D|} \right|, \quad \forall t \in T, \quad \forall i \in I, \quad (6)$$

где $|D|$ — мощность множества D . В результате обработки статистических данных в соответствии с (2)—(6) для моделируемых значений N_{it} и приращений мощности $\Delta N_{it} = N_{it} - N_{it-1}$ устанавливаем совокупность ограничений вида

$$N_{\min it} \leq N_{it} \leq N_{\max it}, \quad \forall t \in T, \quad \forall i \in I, \quad (7)$$

$$\Delta N_{\min it} \leq \Delta N_{it} \leq \Delta N_{\max it}, \quad \forall t \in T, \quad \forall i \in I, \quad (8)$$

и определяем значения меры изменчивости приращений мощности

$$Z_{it} = \left| \Delta N_{it} \right|, \quad \forall t \in T, \quad \forall i \in I, \quad (9)$$

при условии

$$\sum_{t \in T} \Delta N_{it} = 0, \quad \forall i \in I. \quad (10)$$

В соответствие с принятой гипотезой об оптимальности режимов работы ГЭС в прошлом модельные значения меры изменчивости приращений мощности Z_{it} должны быть максимально приближены к ранее установленным значениям этой меры Var_{it} , которые являются эталоном.

Воспользуемся следующим критерием близости:

$$\bar{Z} = \frac{1}{|I||T|} \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} \left(\frac{Z_{it}}{Var_{it}} \right) \xrightarrow{N_{it}, \forall t \in T, \forall i \in I} \min. \quad (11)$$

Поскольку меры изменчивости Z_{it} и Var_{it} принимают неотрицательные значения, вместо выражения (11) следует использовать параметрическое выражение

$$\bar{Z}(p, \varepsilon) = \frac{1}{|I||T|} \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} \left(\frac{Z_{it}}{Var_{it} + \varepsilon} \right)^p \xrightarrow{N_{it}, \forall t \in T, \forall i \in I} \min, \quad (12)$$

где введение параметра $0 < \varepsilon \rightarrow 0$ позволяет устранить возможность формирования нулевых значений в знаменателе дроби функционального выражения, а наличие целочисленного параметра p , принимающего значения 1 или 2, позволяет выбрать одну из двух форм функционала: линейную или квадратичную.

Математическая модель ГЭС, построенная на основе аппроксимативного подхода с использованием ограничений (7)–(10) и критерия близости мер изменчивости мощности (12), имеет следующий вид:

$$\bar{Z}(p, \varepsilon) = \frac{1}{|I||T|} \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} \left(\frac{Z_{it}}{Var_{it} + \varepsilon} \right)^p \xrightarrow{N_{it}, \forall t \in T, \forall i \in I} \min, \quad 0 < \varepsilon \rightarrow 0, \quad p = 1, 2; \quad (13)$$

$$\Delta N_{it} = N_{it} - N_{it-1}, \quad \forall t \in T, \quad t \neq 1, \quad \forall i \in I; \quad (14)$$

$$\Delta N_{i1} = N_{i1} - N_{i|T|}, \quad \forall i \in I; \quad (15)$$

$$E_{it} = N_{it} \Delta t, \quad \forall t \in T, \quad \forall i \in I; \quad (16)$$

$$\sum_t E_{it} = E_{\Sigma i}, \quad \forall i \in I; \quad (17)$$

$$E_{\Sigma i} = C_{0i} + C_{Qi} Q_i + C_{Hi} H_i, \quad \forall i \in I; \quad (18)$$

$$L_{\min t} \leq \sum_i E_{it} \leq L_{\max t}, \quad \forall t \in T; \quad (19)$$

$$N_{\min it} \leq N_{it} \leq \Delta N_{\max it}, \quad \forall t \in T, \quad \forall i \in I; \quad (20)$$

$$\Delta N_{\min it} \leq \Delta N_{it} \leq \Delta N_{\max it}, \quad \forall t \in T, \quad \forall i \in I; \quad (21)$$

$$0 \leq Z_{it} \geq \Delta N_{it}, \quad \forall t \in T, \quad \forall i \in I; \quad (22)$$

$$0 \leq Z_{it} \geq -\Delta N_{it}, \quad \forall t \in T, \quad \forall i \in I. \quad (23)$$

Модель в виде совокупности выражений (13)—(23) представляет собой задачу оптимизации с линейными ограничениями и линейным или квадратичным критериями соответственно $\bar{Z}(1, \varepsilon)$ или $\bar{Z}(2, \varepsilon)$. Таким образом, пользователь модели может выбрать один из двух типов задач: линейного или квадратичного программирования.

Математическая модель ГЭС позволяет определить нагрузочные режимы каждой гидроэлектростанции для суточного графика общей нагрузки, заданного своими границами $L_{\min t}$ и $L_{\max t} \forall t \in T$, при котором

$$\sum_{t \in T} L_{\min t} \leq \sum_{i \in I} E_{\Sigma i} \leq \sum_{t \in T} L_{\max t}.$$

Качество получаемых решений можно интегрально оценивать по найденному значению критерия $\bar{Z}(p, \varepsilon)$. Чем ближе это значение к единице, тем выше адекватность найденных режимов, наблюдаемым в прошлом.

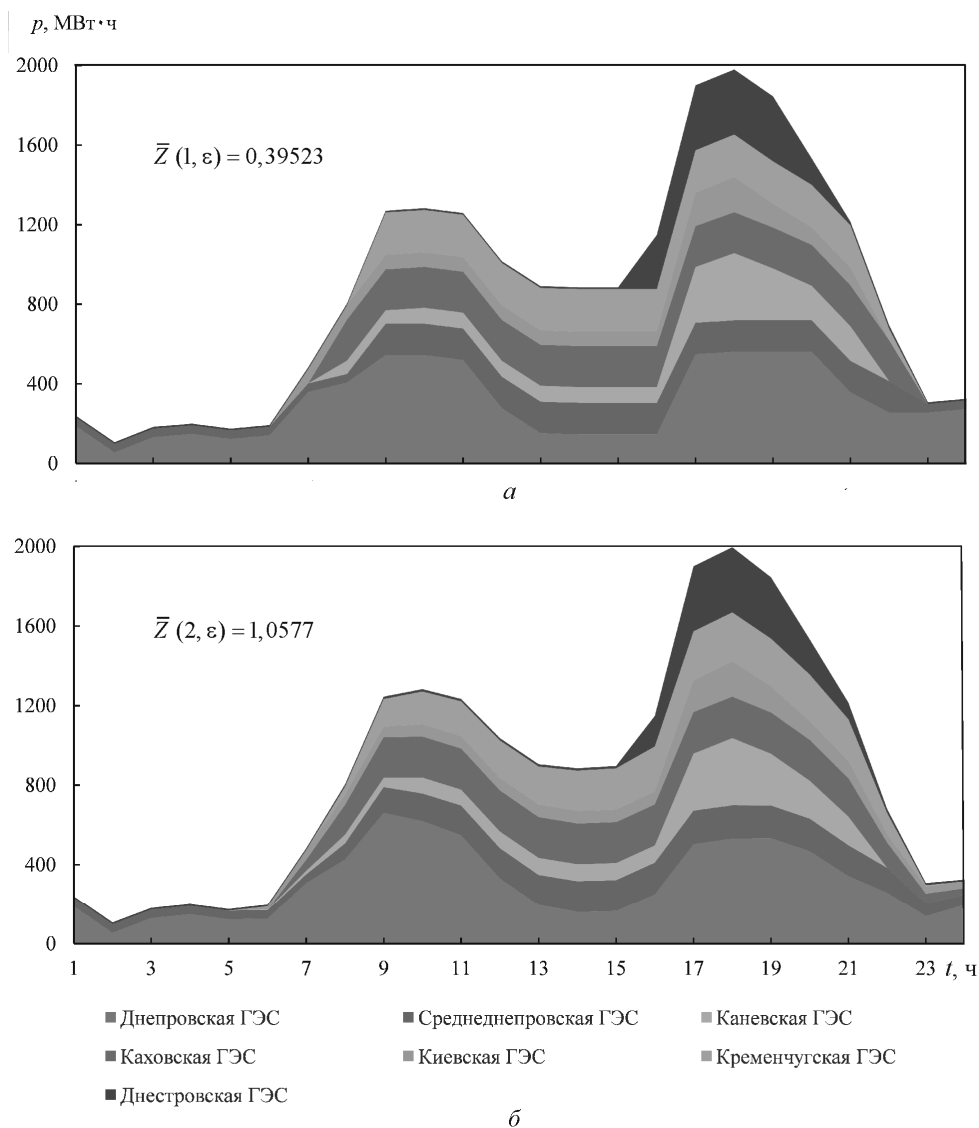
Компьютерная реализация математической модели ГЭС была осуществлена средствами IBM ILOG CPLEX Optimization Studio 12.8.0.0 и Microsoft Excel 2013. Эконометрический анализ статистических данных выполнен средствами EViews 3.0. Для моделирования режимов ра-

Таблица 3

t , ч	L_t , МВт · ч	t , ч	L_t , МВт · ч
1	243	13	897
2	106	14	877
3	183	15	888
4	202	16	1137
5	174	17	1920
6	195	18	2000
7	479	19	1864
8	796	20	1518
9	1258	21	1203
10	1296	22	687
11	1246	23	305
12	1027	24	329

Таблица 2

ГЭС	Q , м ³ /с	H , м
Киевская	620,8	102,90
Каневская	933,1	91,53
Кременчугская	857,7	80,83
Среднеднепровская	1021,0	63,97
Днепровская	988,9	51,61
Каховская	967,0	15,93
Днестровская	170,0	117,62



Суточные графики режимов работы ГЭС, полученные в результате решения задачи линейного программирования (13)—(23): а — $\varepsilon = 0,1$, $p = 1$; б — $\varepsilon = 0,1$, $p = 2$.

боты ГЭС использованы данные ГП НЭК «Укрэнерго» за 2012, 2017—2019 годы [8] и ЧАО «Укрэнерго» за 2018–2019 годы [5].

Вычислительные эксперименты. Значения расходов воды через турбины и уровней воды в верхних бьефах плотин ГЭС приведены в табл. 2. Значения L_t суточного графика суммарной нагрузки ГЭС, характерные для рабочего дня зимнего периода, приведены в табл. 3. По этим

заданным с неопределенностью значениям были вычислены границы $\{L_{\min t} = 0,99L_t, \forall t \in T\}$ и $\{L_{\max t} = 1,01L_t, \forall t \in T\}$ искомого графика нагрузки

$$L_t = \sum_{i \in I} N_{it} \Delta t, \forall t \in T.$$

Предельные значения мощности $\{N_{\min it}, \forall t \in T, \forall i \in I\}$, $\{N_{\max it}, \forall t \in T, \forall i \in I\}$ и приращений мощности $\{\Delta N_{\min it}, \forall t \in T, \forall i \in I\}$, $\{\Delta N_{\max it}, \forall t \in T, \forall i \in I\}$, а также значения меры изменчивости приращений мощности $\{Var_{it}, \forall t \in T, \forall i \in I\}$ вычислены по данным, наблюдаемым в рабочие дни января 2012 года.

Расчеты выполнены при $\varepsilon = 0,1$ для значений $p=1$ (задача линейного программирования) и $p=2$ (задача квадратичного программирования). Графики режимов работы ГЭС представлены на рисунке. Поскольку значение функционала $\bar{Z}(2, \varepsilon)$ оказалось ближе к единице, решение задачи квадратичного программирования следует оценивать как более адекватное и близкое к тем режимам работы ГЭС, которые были реализованы в прошлом.

Выводы

Возможно включение предложенной модели ГЭС в модель электроэнергетической системы. Для этого достаточно выражение (19) дополнить слагаемыми, соответствующими объемам электроэнергии, которые вырабатываются другими генерирующими мощностями, а суточный график нагрузки представить в виде общего спроса на электроэнергию, формируемого всеми ее потребителями. Выражения (13)—(18) и (20)—(23) используются в неизменном виде.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Филиппова Т.А. Оптимизация энергетических режимов гидроагрегатов гидроэлектростанций. М.: Энергия, 1975, 202 с.
2. Цветков Е.В., Алябьева Т.М., Парфенов Л.Г. Оптимальные режимы гидроэлектростанций в энергетических системах. М.: Энергоатомиздат, 1984, 304 с.
3. Литвінов В.В. Оптимізація розподілу навантаження між електростанціями каскаду ГЕС, які працюють в САРЧП // Гідроенергетика України, 2018, № 3-4, с. 56–60.
4. Асарин А.Е., Бестужева К.Н. Водноэнергетические расчеты. М.: Энергоатомиздат, 1986, 224 с.
5. Ландау Ю.О., Сташук І.В. Значення гідроенергетики в розвитку ОЕС України відповідно до НЕС-2035 і екологічні виклики // Гідроенергетика України, 2018, № 1-2, с. 3–6.
6. Вишневецький В.І. Дніпровські водосховища та проблеми їх використання // Там же, 2018, № 3-4, с. 18–23.

7. https://uhe.gov.ua/diyalnist/osnovni_pokaznyky
8. <https://ua.energy/diyalnist/dyspetcherska-informatsiya/>

Получена 21.11.19

REFERENCES

1. Filippova, T.A. (1975), *Optimizatsiya energeticheskikh rezhimov gidroagregatov gidroelektrostantsiy* [Optimization of energy regimes of hydroelectric power units], Energiya, Moscow, Russia.
2. Tsvetkov, E. V., Alyabysheva, T.M. and Parfenov, L.G. (1984), *Optimal'nyye rezhimy gidroelektrostantsiy v energeticheskikh sistemakh* [Optimization regimes of hydroelectric power plants in energy systems], Energoatomizdat, Moscow, Russia.
3. Litvinov, V.V. (2018), "Optimization of load distribution between HPP cascade power plants operating at SARPP", *Hydroenerhetyka Ukrayiny*, no. 3-4, pp. 56-60.
4. Asaryn, A.E. and Bestuzheva, K.N. (1986), *Vodnoenergeticheskiye raschety* [Water energy calculation], Energoatomizdat, Moscow, Russia.
5. Landau, Y.O. and Stashuk, I.V. (2018), "The importance of hydropower in the development of the Ukrainian UES in accordance with NES-2035 and environmental challenges", *Hydroenerhetyka Ukrayiny*, no. 1-2, pp. 3-6.
6. Vyshnevsk, V. I. (2018), "Dnieper reservoirs and problems of their use", *Hydroenerhetyka Ukrayiny*, no. 3-4, pp. 18-23.
7. "osnovni_pokaznyky", available at: https://uhe.gov.ua/diyalnist/osnovni_pokaznyky (accessed January 27, 2020).
8. "dyspetcherska-informatsiya", available at: <https://ua.energy/diyalnist/dyspetcherska-informatsiya/> (accessed January 27, 2020).

Received 21.11.19

С.С. Саух, О.М. Джигун

АПРОКСИМАТИВНИЙ ПІДХІД ДО МОДЕЛЮВАННЯ ГЕС В ЗАДАЧАХ ПЛАНУВАННЯ РЕЖИМІВ ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЧНИХ СИСТЕМ

Запропоновано апроксимативний підхід до побудови математичної моделі режимів роботи ГЕС. Основою підходу є гіпотеза про оптимальність водно-енергетичних режимів ГЕС, які можна спостерігати в минулому, з використанням статистичних даних. Для відтворення спостережуваних режимів ГЕС запропоновано параметричне формулювання оптимізаційних задач лінійного і квадратичного програмування, вирішення яких апроксимують безліч ретроспективних режимів ГЕС. Простота і адекватність апроксимативної моделі ГЕС підтверджено результатами обчислювальних експериментів. Показано можливість використання запропонованої моделі ГЕС як складової частини моделі електроенергетичної системи.

Ключові слова: апроксимативна модель, ГЕС, оптимізація, прогноз.

S.Ye. Saukh, E.N. Dzhigun

APPROXIMATIVE APPROACH TO HYDROELECTRIC MODELING
IN PROBLEM OF PLANNING THE REGIMES OF ELECTRIC POWER SYSTEMS

An approximate approach to constructing a mathematical model of hydroelectric power station operating modes is proposed. The basis of the approach is the hypothesis of the optimality of water-energy regimes of hydroelectric power plants, which can be observed in the past tense, using statistical data. To reproduce the observed modes of hydroelectric power stations, a parametric formulation of optimization problems of linear and quadratic programming is proposed, the solutions of which approximate many retrospective modes of hydroelectric power stations. The simplicity and adequacy of the approximate model of a hydroelectric station is demonstrated by the results of computational experiments. The possibility of using the proposed hydroelectric power station model as an integral part of the electric power system model is shown.

Keywords: approximate model, hydroelectric power station, optimization, forecast.

САУХ Сергей Евгеньевич, д-р техн. наук, гл. науч. сотр. Института проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины. В 1978 г. окончил Киевский институт инженеров гражданской авиации. Область научных исследований — численные операторные методы решения дифференциальных уравнений, методы и технологии решения систем линейных алгебраических уравнений большой размерности, методы решения вариационных неравенств, равновесные модели, математическое моделирование энергорынков, газотранспортных систем, макроэкономических процессов.

ДЖИГУН Елена Николаевна, канд. техн. наук, ст. науч. сотр. Института проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины. В 1982 г. окончила Киевский политехнический институт. Область научных исследований — численные операторные методы решения дифференциальных уравнений, декомпозиционные и итерационные методы решения линейных систем большой размерности, математическое моделирование технологических процессов в энергетике и газотранспортных системах, экономико-математические методы моделирования финансовых и макроэкономических процессов.