10. Пригожин И.Р. От существующего к возникающему./ И.Р. Пригожин – М.: Наука, 1985. –327 с.
11. Хакен Г. Синергетика: Иерархия неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах. / Г. Хакен– М.: Мир, 1985. – 423 с.
12. Михалевич В.С. Метод последоватольного анализа вариантов для численного решения задач оптимизации. / В.С. Михалевич, Н.З. Шор // Шор Н.З. Алгоритмы последовательной и негладкой оптимизации: Сборник научных трудов. – Кишинэу: Эврика, 2012. – С. 118-124.
13. Вальд А. Последоватвельный анализ. / А. Вальд – М.: Физматгиз, 1960. – 328 с.
14. Князев С.Н. Интеллектуализация – стержневая основа развития экономики и управления. / С.Н. Князев, А.Г. Шрубенко // Проблемы управления. – 2007. - №3(24)\ - С. 16-25.

УДК 519.21:621.86

Л.А.Пономаренко, Ю.Л.Пономаренко

ОПТИМІЗАЦІЯ УПРАВЛІННЯ ОБСЛУГОВУВАННЯМ СПОЖИВАЧІВ У СКЛАДСЬКІЙ СИСТЕМІ

Розглядається завдання оптимального управління виконанням запитів на обслуговування оптовим складом великої торгової фірми при обмеженій кількості споживачів і наявності внутрішніх (фонових) завдань.

***Ключові слова**: склад, система масового обслуговування, пріоритет, марковська стратегія, оптимізація.*

Рассматривается задача оптимального управления выполнением запросов на обслуживание оптовым складом большой торговой фирмы при ограниченном количестве потребителей и наличии внутренних (фоновых) задач.

Ключевые слова: *склад, система массового обслуживания, приоритет, марковская стратегия, оптимизация.*

The task of the customer's demands control which involves big storage-house of the big firm is being considered. There are restrictions on the amount of customers and inner orders.

Key words: *storage-house, queues systems, priority, Markov's strategy, optimization.*

Вступ. В умовах ринкових відносин між постачальниками товарів і матеріалів та їх споживачами при випадковому характері постачання організація роботи складів і транспорту постачальників ускладнюється, а необхідність в ній зростає, оскільки в сфері транспортування і складування задіяні великі людські й матеріальні ресурси. Від ефективності використання цих ресурсів істотно залежить собівартість продукції та рентабельність підприємств. Витрати на транспортно-складські операції – це прямі накладні витрати на продукцію, які складають від 7% до 30% собівартості, а вдеяких випадках і більше.

Питання ефективного використання складів виникає і у разі зміни форми власності внаслідок акціонування, викупу, через що на базі одного підприємства утворюються декілька відносно дрібних чи великих складів, жоден з яких, з різних причин, нові власники не можуть ефективно використати.

З точки зору економіко-математичного моделювання складські системи слід розглядати як сукупність елементів, пов’язаних деякою формою взаємодії та загальною метою функціонування, з характерними рисами матеріального об’єкту, тобто метою створення, поведінкою, структурою, взаємодією із зовнішнім середовищем тощо. Таку систему можна віднести до складних імовірнісних систем високого порядку, до якої як елементи входять склади, бази, транспорт, постачальники, споживачі та інші структурні одиниці.

Сам термін “обслуговування споживача” потребує окремого визначення. За висловом Ла Лонде і Зінсера його можна схарактеризувати як “комплекс дій, який охоплює і поєднує всі сфери бізнесу для доставки товарів таким чином, щоб задовольнити споживача і досягти мети діяльності компанії”. За визначенням відомих фахівців з логістики Джона Дж. Койля, Едварда Дж. Койля, Едварда Дж. Барді та С. Дж. Ленглі “обслуговування споживача є процесом додання додаткових і конкурентних переваг до ланцюга постачання для того, щоб максимізувати загальну цінність для кінцевого споживача” [1].

Якщо роглядати обслуговування споживача як діяльність, то на цьому рівні воно є окремим завданням, яке компанія повинна виконати, щоб задовольнити потреби своїх клієнтів. Обробка замовлень, укладання транспортних накладних та рахунків-фактур, повернення товару і розгляд скарг є типовими прикладами цього рівня обслуговування споживача. Відділи обслуговування споживачів, які основним чином займаються розв’язанням їхніх проблем і скарг, також представляють цей рівень.

Обслуговування споживача може виступати як характерний критерій якості роботи, такий як відсоток замовлень, виконаних повністю і в межах допустимого періоду часу.

Обслуговування споживача може виступати як філософія сучасного бізнесу. Цей рівень підносить обслуговування споживача до глобального зобов'язання задовольнити потреби споживача за допомогою сервісу найвищої якості. Такий погляд на обслуговування повністю узгоджується з наголосом багатьох сучасних компаній на якості та якісному управлінні.

Аналіз останніх досліджень. У відомій літературі транспортно-складські системи розглядаються як комплексні багатоланкові сітьові структури, до яких входять склади, промисловий і магістральний транспорт та інші елементи зі своєю інфраструктурою, що забезпечують їх функціонування, аналіз стану проблеми необхідно проводити за кожною ланкою і напрямом. Дослідження питань організації роботи складів і оптимізації їх параметрів знайшли відображення в роботах багатьох учених: Гріневича Г.П., Малікова О.Б., Смехова А.А., Шуєнкіна В.О.; організації роботи транспорту – Авена О.І., Бакаєва О.О., Брагіна Б.Ф., Воркута А.І., Козлова І.Т., Ловецького С.Є., Моїсеєнка Г.Є., Резера С.М., Шмулевича М.І.; питань управління транспортно-складськими процесами – Акулінічева В.М., Богемського В.О., Глушкова В.М., Гриценка В.І., Губенка В.К., Нечаєва Г.І. та інших.

Метою даної статті є розв'язання за допомогою методів керованих пріоритетних систем масового обслуговування завдання визначення оптимальної марковської стратегії, яка мінімізує сумарні витрати в складській системі за одиницю часу.

Постановка завдання. Розглянемо замкнену систему обслуговування (рис. 1), яка складається із таких функціональних ланок: 1) споживачі – джерела запитів на отримання товарів (С); 2) служба попередньої обробки

(СПО); 3) черга запитів (Черга); 4) обслуговуючі навантажувально-транспортні пристрої (ОП); 5) складська система – місце зберігання товарів (Склад); 6) набір внутрішніх робіт (ВР). Ця система призначена для обслуговування запитів, що надходять від оптових споживачів на отримання зі складу різних товарів. Будемо вважати, що всі необхідні товари є на складі, а будь-який запит від споживача є коректним, тобто містить всі необхідні для його виконання атрибути.

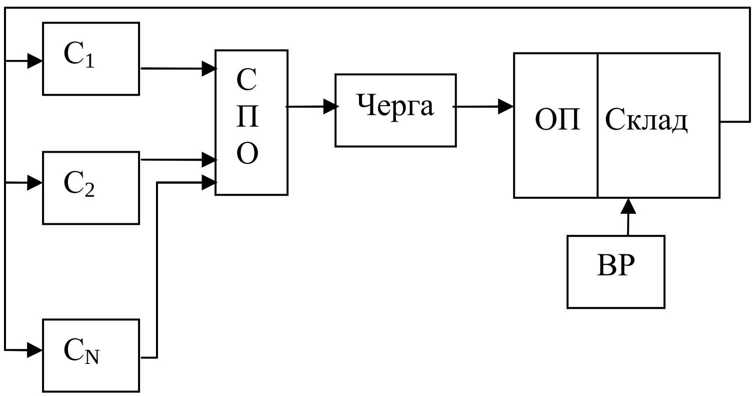

Рис.1. Структурна схема складської системи, що обслуговує скінчене число оптових споживачів

У складській системі, яка досліджується в цій статті, число споживачів є скінченим і рівним N, тобто кількість запитів, що циркулюють в системі, обмежена, бо джерело не може генерувати нові запити до моменту закінчення обслуговування його попереднього запиту.

Крім того, зазначимо, що після обслуговування запиту проходить деякий випадковий за тривалістю процес доставки товарів споживачу, протягом якого він також не генерує нових вимог.

Основний матеріал. Припустимо, що у випадку зайнятості ОП запити споживачів, які пройшли попередню обробку (перевірка платіжних документів, правильності оформлення накладних і т. ін), надходять до загальної черги, яка розрахована на чекання R ($0<R<\infty$) запитів. Передбачається, що у будь-який момент часу ОП зайнятий обробкою лише одного запиту. В системі постійно існує необхідність виконання деяких внутрішніх робіт, пов’язаних із переміщенням товарів, складанням звітності, перевірками наявності та цілісності товарів тощо. Будемо вважати, що в черзі запитів, які чекають обслуговування, завжди є принаймні один запит на виконання внутрішньої роботи.

Тривалості обслуговування запитів споживачів і внутрішніх завдань є випадковими величинами η і ξ, відповідно, з функціями розподілу

$$A(t) = P\{\eta < t\} = 1 - \exp(-\int_0^t \mu(\tau)d\tau),$$

$$B(t) = P\{\xi < t\} = 1 - \exp(-\int_0^t \beta(\tau)d\tau).$$

Час перебування зовнішніх, основних для системи запитів у джерелі є невід’ємною випадковою величиною $\zeta_i (i = 1,..., N)$, що має експоненціальний розподіл

$$G(t) = P\{\zeta_i < t\} = 1 - \exp(-\lambda t), \forall i = 1,..., N; \lambda > 0.$$

Внутрішні завдання, як уже зазначалося, знаходяться в системі постійно.

Функціонування системи, яка розглядається, описується напівмарковським процесом, вибір управління в якому відбувається в моменти закінчення обслуговування чергового запиту. Переривання обслуговування, яке почалося, неможливе. Система може перебувати в такому скінченому фазовому просторі станів (ФПС):

$$\Omega = \{(n,k): 0 \le n \le R, k = 0,1\},$$

де n – кількість запитів, що чекають обслуговування в черзі; k – стратегія управління (“0” означає, що на обслуговування обрано внутрішній запит, “1” – обрано зовнішній запит).

Ймовірності переходів у ФПС системи, які позначаються як $P^k_{(n,o)(m,0)}, (k \in \{0,1\}; m \ge n),$ це ймовірності того, що система може перейти зі стану $(n,0)$ до стану $(m,0)$ за умови, що у стані $(n,0)$ прийнято рішення k.

Випишемо ймовірності переходів при виборі на обслуговування внутрішнього запиту:

$$P^0_{(n,0)(m,0)} = P^0_{(n,1)(m,0)} = C^{m-n}_{N-n}\int_0^\infty (1-e^{-\lambda\tau})^{m-n}(e^{-\lambda\tau})^{N-m}\,dB(\tau),$$

а після використання властивостей бінома Ньютона отримаємо, що

$$P^0_{(n,o)(m,0)} = P^0_{(n,1)(m,o)} = C^{m-n}_{N-n}\sum_{k=0}^{m-n} C^k_{m-n}(-1)^{m-n-k}\int_0^\infty (e^{-\lambda\tau})^{N-n-k}\,dB(\tau).$$

Перехідні ймовірності при виборі на обслуговування основного (зовнішнього) запиту

$$P^1_{(n,1)(m,1)} = P^1_{(n,0)(m,1)} = C^{m-n+1}_{N-m}\int_0^\infty (1-e^{-\lambda\tau})^{m-n+1}(e^{-\lambda\tau})^{N-m}\,dA(\tau),$$

а після очевидних перетворень

$$P^1_{(n,1)(m,1)} = P^0_{(n,0)(m,1)} = C^{m-n+1}_{N-m} \sum_{k=0}^{m-n+1} C^k_{m-n+1} (-1)^{m-n-k+1} \int_0^{\infty} (e^{-\lambda\tau})^{N-n-k+1} dA(\tau).$$

Тут $n = 1,\ldots, N$-1; $m = n$-1,…,N-1.

Для забезпечення оптимального за деяким економічним критерієм управління обробкою запитів споживачів, яке багатократно повторюється в процесі функціонування складської системи, необхідно зв’язати цей процес з деякими характерними для системи прибутками і витратами. Приймемо таку структуру прибутків для нашої системи. Нехай a_0, a_1 ($a_1 > a_0$) – прибутки, які отримують за обслуговування одного внутрішнього або зовнішнього запиту відповідно. Позначимо α (β) штраф за чекання зовнішнього (внутрішнього) запиту за одиницю часу, а b_0, b_1 – штрафи за переключення ОП з обслуговування зовнішнього запиту на обслуговування внутрішнього запиту і навпаки.

Час перебування в системі запитів, які надходять в процесі обслуговування, визначається таким чином. Хай τ_k (k = {0,1} – тривалість обслуговування чергового запиту, тоді

$$X_k = \tau_k - \min(\zeta_k, \tau_k), k = 0{,}1,$$

є часом чекання в черзі запиту, який надійшов до системи за час обслуговування. Отже середній час чекання

$$MX_k = M\tau_k - M\min(\zeta_k, \tau_k).$$

Якщо прийняти $\gamma = \min(\zeta, \tau_k)$, то умовне математичне сподівання цієї величини при фіксованому τ_k дорівнює

$$M(\gamma / \tau_k) = \int_0^{\tau_k} e^{-\lambda t} t dt + e^{-\lambda t}\tau_k = 1/\lambda - 1/\lambda e^{-\lambda\tau_k},$$

і, таким чином,

$$M\left[M\left(\gamma/\tau_k\right)\right]=M_\tau\left[1/\lambda-1/\lambda e^{-\lambda t}\right]=1/\lambda\left[1-\int_0^\infty e^{-\lambda t}dF_k(t)\right],$$

де $F(t) = B(t)$, якщо $k = 0$; $F(t) = A(t)$, якщо $k = 1$.

Тепер можна скласти рівняння, котрі описують величини прибутків від перебування системи у всіх можливих станах:

$$B^1(n,1)=a_1-(n-1)\alpha M\tau_1-(N-n)\alpha\left\{M\tau_1-1/\lambda\left[1-\int_0^\infty e^{-\lambda t}dA(t)\right]\right\},$$

$$B^0(n,1)=a_0-b_0-n\alpha M\tau_0-(N-n)\alpha\left\{M\tau_0-1/\lambda\left[1-\int_0^\infty e^{-\lambda t}dB(t)\right]\right\},$$

$$B^1(n,0)=a_1-b_1-(n-1)\alpha M\tau_1-(N-n)\alpha\left\{M\tau_1-1/\lambda\left[1-\int_0^\infty e^{-\lambda t}dA(t)\right]\right\},$$

$$B^0(n,0)=a_0-n\alpha M\tau_0-(N-n)\alpha\left\{M\tau_0-1/\lambda\left[1-\int_0^\infty e^{-\lambda t}dB(t)\right]\right\},$$

де математичне сподівання часу обслуговування зовнішніх і внутрішніх запитів дорівнює відповідно

$$M\tau_1=\int_0^\infty t dA(t), M\tau_0=\int_0^\infty t dB(t),$$

а $B^1(n, k)$ – прибуток, який отримує система у тих станах, коли кількість зовнішніх запитів у черзі дорівнює n після закінчення дії управління k ($k = \{0,1\}$), за умови вибору управління l, l=0,1.

У розглянутій складській системі переривання обслуговування, яке вже почалося, неможливе, і оптимальне управління роботою системи здійснюється таким чином, що у моменти закінчення обслуговування t_1, t_2,…, t_s,… на обробку обирається зовнішній або внутрішній запит. Отже, простір можливих управлінь є скінченим, тобто кожному стану складської системи $\omega \in \Omega$ відповідає скінчена множина рішень $k \in K_i (K_i = \{0,1\})$.

Задача формально полягає у тому, щоб для кожного стану знайти оптимальну стратегію $\Delta = (\delta_1, \delta_2, ..., \delta_n, ...)$, де $\delta(\omega_i \in \Omega) \in \{0,1\}$, тобто в моменти переходів між станами визначати послідовність ситуаційних пріоритетів, які мінімізують сумарні збитки (максимізують сумарні доходи) в системі за одиницю часу. Стратегія управління в системі є марковською, тобто пріоритет, який призначається у кожному стані, повністю визначається цим станом (ситуацією в системі) і не залежить від попередніх станів, часу перебування в них і прийнятих раніше рішень, тобто $\delta_n = \delta(\omega_n)$.

Нами розглядаються лише оптимальні стаціонарні стратегії, які існують в силу виконання умов, зазначених в [2], і, таким чином, ймовірність того, що у стані $\omega_i \in \Omega$ приймається рішення $k \in K_i$, не залежить від часу *t*.

Якщо прийняти, що параметри ерлангівських законів розподілу часу обслуговування зовнішніх (*l*) і внутрішніх (*r*) запитів відповідно дорівнюють 2 і 3, одержимо явні вирази для ймовірностей переходів [3]:

$$P^0_{(n,0)(m,0)} = P^0_{(n,1)(m,0)} = C^{m-n}_{N-n} \sum_{k=0}^{m-n} C^k_{m-n} (-1)^{m-n-k} \left(\frac{b}{\lambda(N-k-n)+b} \right)^2,$$

$n = 0,…,N$; $m = n,…, N$; (1)

$$P^1_{(n,o)(m,1)} = P^1_{(n,1)(m,1)} =$$

$$= C^{m-n+1}_{N-m} \sum_{k=0}^{m-n+1} C^k_{m-n+1} (-1)^{m-n-k+1} \left(\frac{\mu}{\lambda(N-n-k+1)+\mu} \right)^3,$$

$n = 1,…, N$; $m = n-1,…, N-1$. (2)

Неважко одержати також вирази для визначення прибутків складської системи у кожному стані:

$$B^1(n,1) = a_1 - (n-1)\alpha \int_0^\infty \tau \frac{\mu(\mu\tau)^2}{2!} e^{-\lambda\tau} d\tau -$$

$$-(N-n)\alpha\left\{\tau \frac{\mu(\mu\tau)^2}{2!} e^{-\lambda\tau} d\tau - \frac{1}{\lambda}\left[1-(\mu/\lambda+\mu)^3\right]\right\} =$$

$$= a_1 - (n-1)\alpha \frac{3}{\mu} - (N-n)\alpha\left\{\frac{3}{\mu} - \frac{1}{\lambda}\left[1-\left(\frac{\mu}{\lambda}+\mu\right)^3\right]\right\}, \quad (3)$$

$$B^0(n,1) = a_0 - b_0 - n\alpha \frac{2}{\beta} -$$

$$-(N-n)\alpha\left\{\frac{3}{\mu} - \frac{1}{\lambda}\left[1-\left(\frac{\mu}{\lambda}+\mu\right)^3\right]\right\}, \quad (4)$$

$$B^1(n,0) = a_1 - b_1 - (n-1)\alpha \frac{3}{\mu} -$$

$$-(N-n)\alpha\left\{\frac{3}{\mu} - \frac{1}{\lambda}\left[1-\left(\frac{\mu}{\lambda}+\mu\right)^3\right]\right\}, \quad (5)$$

$$B^0(n-1) = a_0 + n\alpha \frac{2}{\beta} -$$

$$-(N-n)\alpha\left\{\frac{2}{\beta} - \frac{1}{\lambda}\left[1-\left(\frac{\beta}{\lambda}+\beta\right)^2\right]\right\}. \quad (6)$$

Отримавши ймовірності переходів (1) і (2), легко побудувати систему рівнянь рівноваги для визначення стаціонарних ймовірностей станів системи при різних ситуаційних пріоритетах. Після цього з використанням виразів (3)-(6) будується лінійний відносно стаціонарних ймовірностей станів функціонал, який характеризує сумарний прибуток в системі за одиницю часу. Тоді визначення оптимальних ситуаційних пріоритетів, які задають шукану стратегію управління складською системою, можна звести до вирішення задачі лінійного програмування за методикою, викладеною в [4, 5].

Оптимальну стратегію обробки запитів в складській системі, яка нами розглядається, можна обчислити і методом динамічного програмування з використанням ітеративного алгоритму Джевелла-Ховарда [6, 7].

Висновки. Необхідно зазначити, що процеси накопичення і витрачання запасів, які управляються за допомогою оптимальних марковських стратегій, можуть служити зручним математичним апаратом дослідження широкого класу складних систем, які мають одночасно властивості пріоритетних систем масового обслуговування і систем управління запасами.

Використання у практичній діяльності при експлуатації складских систем оптимальної стратегій обслуговування споживачів дозволяє суттєво підвищити прибуток від виконання запитів.

Список використаних джерел

1. John J. Coyle, Edward J. Coyle, Edward J. Bardi, C.John Lengley Jr. The Management of Business Logistics, 6th ed. –St. Paul: West Publisning, 1996. – 207 p.
2. Губенко Л.Г. Об управляемых полумар-ковских процессах / Л.Г. Губенко, Э.С. Штатланд // Кибернетика. – 1972. – № 2. – С. 26–29.
3. Лауринавичюс А.Б. Оптимальное управление обработкой экспериментальной информации в замкнутой автоматизированной системе научных исследований / А.Б. Лауринавичюс // Тр. АН Лит. ССР. Сер. Б. – 1981. – Т.2 (123). – С. 95–102.
4. Мова В.В. Организация приоритетного обслуживания в АСУ. / В.В. Мова, Л.А. Пономаренко, А.М. Калиновский – К.: Техніка, 1977. – 160 с.
5. Меликов А.З. Математические модели многопотоковых систем обслуживания. / А.З. Меликов, Л.А Пономаренко., Н.А Рюмшин. – К.: Техніка, 1991. – 264 с.
6. Джевелл В.С. Управляемые полумарковские процессы / В.С. Джевелл. // Кибернетический сборник. – 1967. – № 4. – С. 97–137.
7. Ховард Р.А. Динамическое программирование и марковские процессы. / Р.А. Ховард. – М.: Сов. радио, 1964. – 191 с.